Revision

der

Hauptpunkte der Psychophysik

von

Gustav Theodor Fechner.

Leipzig

Druck und Verlag von Breitkopf und Härtel

1882.

Revision

der

Hauptpuncte der Psychophysik

von

Gustav Theodor Fechner.

Leipzig,

Druck und Verlag von Breitkopf und Härtel.

1882.

Vorwort.

Wenn ich nach meinem letzten Schriftchen „In Sachen der Psychophysik“ 1877 nochmals das Wort in denselben Sachen, und zwar in sehr viel eingehenderer Weise, nehme, so hat dies folgenden Grund.

Fast zugleich mit Erscheinen jenes Schriftchens erschien eine sehr beachtenswerthe Schrift von G. E. Müller, worin das ganze Gebiet der Psychophysik, wie es nach den bisherigen Bearbeitern vorlag, einer scharfen eingehenden Kritik, und zwar in fast durchgehends oppositionellem Sinne gegen meine Aufstellung dieser Lehre in den „Elementen der Psychophysik“, unterzogen worden ist; auch traten neue oder neugewandte Einwände seitens verschiedener andrer Autoren hinzu. Dies hat mich veranlaßt, die ganze Lehre nochmals nach ihren Hauptpunkten zu durchdenken, und das Resultat dieser Erwägungen ist in dieser Schrift dargeboten. Obwohl meist an die Müllersche Kritik anknüpfend und die Einwände andrer Autoren mit berücksichtigend, geht sie doch fast überall weit über eine bloße Antikritik derselben hinaus. Die psychophysischen Maßprincipien und Maßmethoden, die Aufstellung der psychophysischen Formeln, die Frage der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes, die Versuche zu dessen Bewährung, die Streitfrage zwischen der sog. psychophysischen und physiologischen Auffassung dieses Gesetzes, hiemit zwischen zwei sich fundamental entgegenstehenden Auffassungen der ganzen Psychophysik, verschiedene Hauptgegenstände der inneren Psychophysik, und vorweg die Frage nach der Tragweite der ganzen Psychophysik, haben

vielmehr folgends einer neuen eingehenden Erörterung unterlegen.

Dabei habe ich freilich darauf verzichten müssen, auf die Registrirung und Besprechung einer größeren Anzahl neuer Specialuntersuchungen einzugehen, welche in das Gebiet der Psychophysik einschlagen, sofern sie keine Hauptpuncte dieser Lehre in Frage stellen oder überhaupt betreffen und nur zu einem Referat, nicht zu einer Discussion oder Revision Anlaß geben könnten; gern aber ergreife ich hiebei die Gelegenheit, den Autoren, welche mir überhaupt Abhandlungen über ihre, in die Psychophysik einschlagenden, Untersuchungen zugeschickt haben, meinen Dank dafür auszusprechen.

Da ich in meinem Alter nicht mehr dazu kommen werde, die seit einigen Jahren vergriffenen „Elemente der Psychophysik“ neu herauszugeben, kann vorliegende Schrift bis zu gewissen Grenzen als ein Ersatz dafür, in anderer Hinsicht als eine Ergänzung derselben, und wieder in andrer als Vorarbeit zu einer neuen Bearbeitung der ganzen Lehre überhaupt gelten. Einen Ersatz bis zu gewissen Grenzen für meine Darstellung in den „Elementen“ kann sie insofern leisten, als es zur Anknüpfung der neuen Betrachtungen und Verhandlungen nöthig war, auf die Hauptpunkte der früheren Darstellung zurückzukommen, ja Manches geradezu zu wiederholen; aber, um nicht Alles zu wiederholen, wird sie vielfach auch auf die „Elemente“ und die Schrift „In Sachen“ zurückzuweisen und sich in dieser Beziehung als bloße Ergänzung darzustellen haben, indeß sie aus drittem Gesichtspuncte Thatsachen und Controversen vorführt, deren Berücksichtigung bei keiner neuen Bearbeitung der Psychophysik wird umgangen werden können.

Zwar hätte die Zeit und Mühe, die ich auf Ausarbeitung dieser Schrift verwandt habe, mehr als hingereicht, eine neue, gegen die frühere erweiterte und in einzelnen Puncten berichtigte, Ausgabe der „Elemente“ zu Stande zu bringen, wenn nur die

hier angestellten Untersuchungen und Verhandlungen schon vorgelegen hätten, um mich darauf beziehen zu können, da sie sich in eine neue Bearbeitung der „Elemente" selbst großentheils nur nach ihren Resultaten aufnehmen ließen. Übrigens kann es nur frommen, wenn eine jüngere Kraft aus frischen Gesichtspunkten die Aufgabe von Neuem in die Hand nimmt.

Um nach diesen Vorbemerkungen über Absicht und Inhalt der Schrift auch das allgemeinste Resultat der darin gepflogenen Erwägungen und Erörterungen vorweg auszusprechen, so bin ich in keiner irgendwie wesentlichen Beziehung dahin geführt worden, die in den „Elementen" aufgestellten Principien und daraus fließenden Folgerungen und Formeln zu verlassen, sondern im Gegentheil. Aber das schließt nicht aus, daß ich mich manchen mir gemachten Gegenbemerkungen zu fügen und auf eigene Hand Manches von der früheren Darstellung zu berichtigen, zu vervollständigen oder gründlicher zu behandeln nöthig gefunden habe. Eine neue und weitaussehende Lehre kann ja nicht mit dem ersten Wurfe fertig und vollendet sein, zumal eine solche, welche Schwierigkeiten darbietet, die ihre Aufgabe von vorn herein als ein Wagniß erscheinen ließen (s. „Elem." I. p. 1). Nun aber ist jedenfalls gut, daß Einwürfe, die sich erheben ließen, auch erhoben worden sind. Ein Pfahl wird durch das Rütteln daran lockerer, ein Baum wurzelt, wenn er nicht dadurch umgerissen wird, nur um so fester dadurch ein; und niemand hat meines Erachtens der Psychophysik bisher größere Dienste in dieser Hinsicht gethan, als Müller, vor dessen, darauf eigens zugespitztem, Scharfsinn kaum ein möglicher Einwand im Versteck geblieben sein dürfte.

Wie wenig ich überhaupt die Bedeutung dieses Hauptgegners unterschätze und wie viel Verdienst ich nicht nur in den, von ihm ausgegangenen, Anregungen, sondern auch positiven Ergebnissen, so weit solche von ihm vorliegen, finde, beweist, außer dem Verlaufe dieser Schrift selbst, der mit seinem Namen beson-

ders überschriebene Abschnitt (XXIII). Ob ich aber Unrecht habe, bei dieser allgemeinen Anerkenntniß alle Haupteinwände desselben im Unrecht gegen mich zu finden und seiner Kritik zu wünschen, daß sie selbst weniger kritikbedürftig wäre, mag der Leser selbst beurtheilen, indem er dem Gange der folgenden Erörterungen mit einiger Aufmerksamkeit folgt.

Nächst G. E. Müller sind es besonders Wundt und Delboeuf, mit denen es theils im Laufe der Schrift, theils in besonderen Abschnitten (XXII. XXV) zu verhandeln gelten wird. Scheinbar großen Anspruch auf Berücksichtigung macht der Abschnitt, den Ribot in seiner Schrift: »La psychologie Allemande contemporaine. Paris 1879.« p. 155 ff. meiner Darstellung der Psychophysik gewidmet hat. Da ich aber in seiner Kritik derselben wesentlich nur eine Wiederholung der Delboeufschen Einwürfe finde, so habe ich keinen Anlaß, mich gegen Ribot noch besonders zu wenden.

Nicht zu verwechseln mit meinem Hauptgegner Prof. Dr. G. E. Müller in Göttingen, der stets gemeint ist, wenn ich den Namen Müller schlechthin citire, ist Dr. F. A. Müller, der in s. Schrift „Das Axiom der Psychophysik" 1881 meine psychophysischen Principien aus noch größerer Tiefe zu entwurzeln gesucht hat, als der Göttinger Müller, ja diesen mit zu entwurzeln gesucht hat, sofern dieser doch überhaupt noch eine Psychophysik gelten läßt, indeß es nach dem andern Müller von Grund aus nichts damit ist. Andere Philosophen haben sich zum Theil eben so fundamental abfällig gegen dieselbe erklärt oder sonst Wasser ins Meer der Einwürfe dagegen beigetragen; und ungeachtet ich glaube, daß die Psychophysik sich überhaupt eben so wenig vom philosophischen Studirtisch aus widerlegen als begründen läßt, habe ich doch die von dieser Seite gekommenen Angriffe nicht schlechthin ignoriren wollen, und so wird ein Collectivartikel (Abschn. XXVI) unter den Titeln der in dieser Beziehung zu nennenden Autoren (Gutberlet, Koch, v. Kries,

F. A. Müller, Ulrici, Zeller) wenigstens bis zu gewissen Grenzen darauf eingehen.

Nach den vielen Streitigkeiten in Sachen der Psychophysik, die in dieser wie schon in meiner vorigen Schrift zur Sprache gekommen sind, bietet sich leicht der Gedanke dar, die Psychophysik sei überhaupt nur ein Tummelplatz des Streites, in dem auf nichts Positives und Haltbares zu kommen. Doch wäre das ein Irrthum. So unfertig die Psychophysik noch ist, hat sie doch im Weberschen Gesetz, im Schwellengesetz, im Parallelgesetz, in den Maßmethoden der Empfindlichkeit, und ich wage hinzuzufügen, dem Maßprincip der Empfindung selbst, Errungenschaften, die nicht mehr in Frage stehen, so viel auch vom Darum und Daran noch in Frage steht. So läßt sich über die Grenzen der Gültigkeit und den Approximationsgrad des Weberschen Gesetzes innerhalb gegebener Grenzen streiten, da es überhaupt in der äußeren Psychophysik nicht als streng auftritt, aber so weit es besteht, ist es eben so wie das Schwellengesetz unmittelbar maßgebendes Erklärungsprincip für eine Menge der wichtigsten Erscheinungen nicht nur im gewöhnlichen Leben, sondern auch in der Sinnesphysiologie, und bietet dazu einen Ausgangspunkt für fundamentale Schlüsse auf Gesetze der innern Psychophysik, die zwar ihrerseits noch in Streit liegen, aber, wenn sie entschieden werden sollen, nicht ohne Rücksicht auf dies Gesetz entschieden werden können, wobei die Philosophie so zu sagen nur das Zusehen hat. Die Maßmethoden der Empfindlichkeit bieten Anlaß zum Streit in Betreff ihrer relativen Wichtigkeit, ihrer zweckmäßigsten Anstellungsweise, der Weise, wie sie am besten in Rechnung zu nehmen; aber das sind alles nur secundäre Fragen, welche die Wichtigkeit jener Methoden für Praxis und Wissenschaft überhaupt nicht aufheben. Das psychische Maß kann, insoweit es sich auf das Webersche Gesetz stützt, seiner Allgemeinheit nach bestritten werden, sofern das Webersche Gesetz selbst nicht allgemein gültig sei, aber damit bleibt das allgemeine Maßprincip noch

bestehen, wie es in den Elem. d. Psychoph. I. 54 ff. und II. 19 ff. auseinandergesetzt ist. Es kann unbegreiflich mißverstanden werden, wie von Delboeuf und ihm nachsprechend von Ribot geschehen, als läge ihm keine psychische Einheit unter, aber das ist eben nur eine Unbegreiflichkeit seitens dieser Autoren (s. S. 300 ff.). Es kann nach Kantschen Principien wegdefinirt werden, wie von F. A. Müller, sofern es keine psychischen Größen, also auch kein Maß von solchen gebe, oder kann sonst philosophisch wegspeculirt werden (s. Abschn. XXVI); aber seine mathematische Begründung auf empirischer Basis wird davon gar nicht berührt. In all' dem aber hat die Psychophysik Puncte, mit denen sie dem Vorwurfe seitens der Philosophie, daß sie auf dem Felde einer ihnen beiden gemeinsamen Aufgabe die Unsicherheit der ersteren nur theile, begegnen kann. Ob freilich die Psychophysik über diese Puncte hinaus noch allgemeinere und höhere Bedeutung erlangen kann, wird hauptsächlich von zwei Fragen abhängen: erstens, ob man die Tragweite der Psychophysik über das sinnliche in das höhere geistige Gebiet hinaus und in das Weltganze hinein, zugestehn und verfolgbar halten will, worüber „Elem." I. 13 ff., II. 543 ff. und folgends der erste Abschnitt zu vergleichen; zweitens, ob die sog. psychophysische oder physiologische Auffassung der Psychophysik, wie sie im XVII. Abschnitt dieser Schrift unterschieden sind, den Vorrang gewinnen wird, nach deren erster das Webersche Gesetz und das Gesetz der Schwelle als reine Gesetze aus dem Äußeren ins Innere übertragbar sind, nach der andern nicht. Denn mit Wegfall dieser Übertragbarkeit fallen die wichtigsten Consequenzen auch nach erstgenannter Beziehung. Hierüber kann erst die Geschichte entscheiden.

Meinerseits zwar halte ich gegen die physiologische Ansicht überhaupt schon durch den auf S. 225 f. geltend gemachten Grund, und gegen Müllers Vertretungsweise dieser Ansicht insbesondere durch die Ausführung S. 204 (mit Rücksicht auf S. 223 unter 5) entschieden. Aber da ich Partei in dieser Sache

bin, will ich mich nicht zugleich als Richter darin geben. Man sehe also seitens der Gegner selbst zu, wie man gegen jene Gründe aufkommt.

Endlich noch von einigen Puncten, welche die äußere Einrichtung der Schrift betreffen.

Seitenverweisungen auf die jetzige Schrift bezeichne ich allgemein mit S., Seitenverweisungen auf meine früheren oder andere Schriften mit p. oder bloß der Seitenzahl. — Runde Klammern innerhalb wörtlicher Citate bedeuten, wie in der vorigen Schrift, Einschaltungen seitens der Autoren selbst; eckige solche, welche von mir eingeschoben sind.

Wie in der vorigen Schrift ist psychophysisch mehrfach durch ps. ph., Empfindung durch E. abgekürzt. Außerdem kommen in Abschnitten, wo folgende Ausdrücke mehrfach wiederkehren, Abkürzungen wie folgt vor: Unterschied durch U., Unterschieds-Empfindlichkeit durch U. E., Unterschiedsschwelle durch U. Schw., Wahrscheinlichkeit durch W., Aufmerksamkeit durch A., Bewußtsein durch B. Die Maßmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit, d. i. die der eben merklichen Unterschiede, der mittleren Fehler und der richtigen und falschen Fälle werden meist abgekürzt respectiv durch Methode d. e. m. U., d. m. F. und d. r. u. f. Fälle bezeichnet.

In gewohnter Weise wird unter π stets die Ludolfsche Zahl und unter e die Grundzahl der nat. Logarithmen verstanden.

Meine Elemente der Psychophysik citire ich kurz mit „Elem." I oder II zur Unterscheidung der beiden Theile (nicht Capitel) derselben, meine Schrift In Sachen der Psychophysik mit „In Sachen". In sofern es Verweisungen auf die Schriften von G. E. Müller, Wundt, Volkmann, Delboeuf gilt, bedeutet die einfache Zufügung einer Paginazahl bei Müllers Namen oder inmitten einer Darstellung seitens desselben stets die Verweisung auf seine Hauptschrift „Zur Grundlegung der Psychophysik", wo aber die Verweisung sich auf seine Recension meiner vorigen Schrift in den „Göttinger Anzeigen" oder auf die Selbstanzeige seiner Hauptschrift in denselben Anzeigen, oder seine Abhandlung „Ueber die Maßbestim-

mungen des Ortssinnes der Haut" zu beziehen hat, ist der Paginaverweisung respectiv Rec. oder Anz. oder Abh. vorangestellt. Die vollständige Anführung der betreffenden Titel s. im XXIII. Abschnitt. Verweisungen bezüglich Wundt mit „Ph. Ps." gehen auf die zweite Auflage seiner „Grundzüge der physiologischen Psychologie", solche mit „Stud." auf dessen neuerdings erschienene Schrift: „Philosophische Studien". Einfache Verweisungen bezüglich Volkmann beziehen sich auf dessen „Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Optik", 1. Heft 1863, und solche bezüglich Delboeuf auf Ribots Revue philosophique de la France 1878.

Inhalt.

Erste Abtheilung. Seite

I. Über die Tragweite der Psychophysik 1

Zweite Abtheilung.

Psychophysische Maßprincipien und Maßmethoden.

II. Begriff und Maß der Unterschiedsempfindlichkeit 18
III. Über die sog. zufälligen Fehlervorgänge 25
IV. Die Methode der richtigen und falschen Fälle aus praktischem Gesichtspuncte 42
1) Vorbemerkungen über das Wesentlichste der Methode und die gewählten Bezeichnungen 42
2) Zweck der Methode 48
3) Berechnung der für das Maß der Unterschiedsempfindlichkeit in Betracht kommenden Haupt- und Nebenwerthe nach zwei verschiedenen Theilungsprincipien der z 49
4) Bemerkungen, welche sich auf die Rechnung nach beiden Theilungsprincipien gemeinsam beziehen 52
a) Berücksichtigung constanter Fehler 52
b) Berücksichtigung der Fälle, wo r oder r′ kleiner als 0,5 ist . . 53
c) Von den sog. Fehlschlägen, wo h unendlich wird 54
5) Verhandlungen mit Wundt über verschiedene die Verwendung und Verwerthung der Methode betreffende Puncte 55
a) Frage, unter welchen Bedingungen die Methode verwendbar ist 55
b) Über die Rolle des Präcisionsmaßes 58
c) Wahl zwischen dem wissentlichen und unwissentlichen Verfahren 58
d) Frage nach dem zweckmäßigst anzuwendenden D. 63
6) Fundamentaltabelle der Methode der richtigen und falschen Fälle 66
V. Über die Verwerthung der zweifelhaften oder Nullfälle z bei der Methode der richtigen und falschen Fälle 67
VI. Theorie der Methode der richtigen und falschen Fälle 84
1) Vorbemerkungen 84
2) Bestimmung a) der Maßwerthe nach Theilungsprincip I . . . 85
3) Bestimmung b) der Maßwerthe, nach beiden Theilungsprincipien I und II 94
4) Von Müller eingeschlagener Weg 97
VII. Die Methode der mittleren Fehler 104
VIII. Die Methode der eben merklichen Unterschiede 119
IX. Zur Elimination constanter Fehler bei Versuchen über Unterschiedsempfindlichkeit 130
X. Logarithmische Behandlung der Maßmethoden 138
XI. Über die reciproke Proportionalität zwischen dem Präcisionsmaße und der Unterschiedsschwelle 142

Dritte Abtheilung.

Psychophysische Gesetze

XII. Über die Gültigkeitsfrage des Weberschen Gesetzes. 146
XIII. Das Gesetz oder die Thatsache der Schwelle 177
XIV. Das Parallelgesetz 180

Vierte Abtheilung.

XV. Psychophysische Grundformeln 182
1) Resumé des von mir aufgestellten Systems psychophysischer Grundformeln 183
2) Müllers kritische Bemerkungen 194
3) Müllers sog. corrigirte Formeln 201

XVI. Von den in die ps.-ph. Formeln eingehenden negativen Empfindungswerthen . . . 206
1) Die negativen Empfindungen als imaginäre . . . 206
2) Die negativen Empfindungen als unbewußte . . . 217

Fünfte Abtheilung.

XVII. Streit der psychophysischen und physiologischen Ansicht . . . 221
A. Aprioristische Gesichtspuncte . . . 225
B. Empirische Gesichtspuncte . . . 229
a) Deutungsfrage der logarithmischen Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung . . . 229
b) Frage nach der Existenz einer inneren Schwelle . . . 235
c) Deutung des Parallelgesetzes . . . 240
d) Deutung der Verhältnisse der Aufmerksamkeit, des Schlafes und Wachens . . . 242
e) Deutung der Resultate von Lamansky und Dobrowolsky . . . 248
C. Mathematische Gesichtspuncte . . . 251
D. Allgemeine Gesichtspuncte . . . 255
XVIII. Wundts psychologische Deutung des Weberschen Gesetzes und des Spieles der Aufmerksamkeit dabei . . . 263

Sechste Abtheilung.

Über einige Gegenstände der inneren Psychophysik.

XIX. Aufmerksamkeitsverhältnisse . . . 269
XX. Wachen, Schlaf, Träume . . . 284
XXI. Erinnerungen . . . 290

Siebente Abtheilung.

Verhandlungen mit verschiedenen Autoren.

XXII. Delboeuf . . . 300
XXIII. Müller, G. E. . . . 306
XXIV. Nitsche . . . 309
XXV. Wundt . . . 310
XXVI. Philosophische Gegner . . . 314
1) Gutberlet . . . 315
2) Koch . . . 318
3) v. Kries . . . 321
4) Müller, F. A. . . . 324
5) Ulrici . . . 327
6) Zeller . . . 332

Achte Abtheilung.

Revision verschiedener psychophysischer Versuchsreihen.

XXVII. Augenmaßversuche von Fechner, Volkmann, Chodin . . . 334
XXVIII. Notizen zu meinen Gewichtsversuchen . . . 358
XXIX. Schallversuche von Nörr und Wundt mit nachträglichen Bemerkungen über die Methode d. e. m. U. . . . 367
A) Von Nörr . . . 379
B) Von Wundt . . . 389
C) Nachträgliche Bemerkungen . . . 416
XXX. Nachträgliche Untersuchung über die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes im Gebiete des Zeitsinnes . . . 419
XXXI. Tastversuche über die extensive Empfindlichkeit oder den Raumsinn der Haut . . . 423
Namenregister . . . 427
Nachträgliche Berichtigungen zu den „Elementen“ und zu dieser Schrift. 428

Erste Abtheilung.

I. Über die Tragweite der Psychophysik.

Der Geist mit seinem Inhalt von Empfindungen, Gedanken, Gefühlen kann nur sich selbst, sage ich kurz innerlich, erscheinen; der Körper mit seinen Theilen und Bewegungen kann nur einem gegenüberstehenden Wesen, sage ich kurz äußerlich, erscheinen. Denn ich kann zwar mein eigenes Bein sehen, aber doch nicht mittelst des Beins selbst sehen, sondern es bedarf zu dessen Erscheinung meines oder eines andern Auges gegenüber, indeß meine Empfindungen und Gedanken, unzugänglich jedem fremden Wesen, nur partielle Selbsterscheinungen meines eigenen Geistes sind. Und so ist überhaupt alles Geistige, Seelische, Psychische im weiteren Sinne, Sache einer inneren, alles Körperliche, Materielle, Physische ebenso im weiteren Sinne, Sache einer äußeren Erscheinung oder Wahrnehmung; oder rechnet man etwas ins eine oder andere Gebiet, je nachdem es Sache der einen oder andern Erscheinungsweise ist. Dies ist nicht der Ausspruch einer Hypothese, sondern nur die Aufzeigung des Merkmales, wonach überhaupt, klar oder unklar, der allgemeine wie wissenschaftliche Sprach- und Begriffsgebrauch beide Hauptgebiete der Existenz unterscheidet[1], und anders, als es hienach in Psychologie einerseits, Physik und Physiologie anderseits geschieht, werden auch beide Gebiete von der Psychophysik nicht unterschieden, woran man sich folgends auch ohne Rücksicht auf vorige Erläuterung halten kann[2].

---

1) In der That beginnt die Hypothese erst, wenn man beide thatsächliche und thatsächlich verschiedene Erscheinungsgebiete sei es monistisch als Sache desselben Wesens oder dualistisch als Sache verschiedener Wesen erklärt, was aber nicht mehr Sache und Frage begrifflicher Unterscheidung, sondern sachlicher Beziehung ist.

2) Die feinen Bewegungen in unserem Gehirn, worauf die Psychophysik mit einzugehen hat, können freilich nicht unmittelbar äußerlich erscheinen, fallen aber doch

Nun sucht man philosophischerseits zur Grundunterscheidung auch nach einer Grundbeziehung beider Gebiete, ohne freilich bisher zur Einstimmung darüber gelangt zu sein. Die Psychophysik aber läßt sich hierauf überhaupt nicht ein, indem sie vielmehr bloß die gesetzlichen Beziehungen oder Abhängigkeitsverhältnisse zwischen beiden Erscheinungsgebieten als thatsächlich gegebenen ins Auge faßt, und daß solche überhaupt dazwischen bestehen, ist selbst Thatsache. Aber es fragt sich, wiefern und wie weit solche bestehen, und je nachdem man sie als durch beide Gebiete durchgreifende oder nur bis zu gewissen Grenzen reichende, also auch nur bis zu solchen von der Psychophysik verfolgbare betrachtet, kann man von einer unbeschränkten oder beschränkten Tragweite der Psychophysik sprechen. Die Philosophen nun sind im Allgemeinen geneigt, nur eine beschränkte Tragweite der Psychophysik zuzulassen; und da die Frage danach nicht bloß die Philosophie sondern auch die Psychophysik selbst interessirt, mögen die schon in den „Elem. d. Ps." (I. 13 f.) darauf bezüglichen Betrachtungen folgends theils noch etwas verallgemeinert, theils etwas weiter ausgeführt werden.

Gegen eine unbeschränkte Tragweite der Psychophysik in vorigem Sinne sagt man etwa: Bestimmte gesetzliche Abhängigkeitsverhältnisse zwischen Seele und Körper sind thatsächlich bloß im sinnlichen Gebiete nachweisbar und nachgewiesen. Eine Lichtempfindung knüpft sich gesetzlich an gewisse Veränderungen im Nervensystem, und wo diese in einem lebendigen Geschöpfe da sind, ist auch die Lichtempfindung da und umgekehrt. Aber für das, was als höheres Geistige darüber hinausreicht, ist eine psychophysische Repräsentation weder aufzeigbar noch denkbar, wenn wir Kürze halber unter ps.-ph. Repräsentanten des Psychischen das Physische verstehen, an dessen Bestand der Bestand des Psychischen gesetzlich geknüpft ist, und mit dessen Änderungen es sich in gesetzlicher Abhängigkeit davon ändert. Das Physische, was in solchem Verhältnisse zum Psychischen steht, kann dann der Träger oder die Unterlage des Psychischen heißen, ohne daß etwas Anderes, als dieses gesetzliche Abhängigkeitsverhältniß des Einen vom Andern damit bezeichnet werden

---

in so fern ins Gebiet des Körperlichen und werden von der Physiologie in so fern dahin gerechnet, als sie als Bestimmungen des äußerlich erscheinlichen Gehirns aus dem Zusammenhange äußerlicher Erscheinungen erschlossen sind und zur Ergänzung dieses Zusammenhanges beitragen, als sie ferner selbst unter Form äußerlich erscheinlicher Vorgänge vorgestellt werden, und wirklich äußerlich erscheinen würden, wenn die Hindernisse der äußeren Beobachtung wegfielen und die äußeren Beobachtungsmittel hinreichend verschärft werden könnten.

soll. Aber, sagt man und meint man, das höhere Geistige wird eben keinen solchen Träger haben noch brauchen, ja der wesentlichste Unterschied zwischen dem sinnlichen und dem höheren geistigen Gebiete[1]) kann eben darin gesucht werden, daß jenes, aber nicht dieses, noch psychophysisch repräsentirbar ist. Daß der Geist, selbst in seinen höchsten Functionen, überhaupt noch eines Gehirnes zur Einpflanzung in das irdische Dasein bedarf, und sich zu seinen Äußerungen gewisse Apparate und Functionen des Gehirnes dienstbar macht, beweist noch nicht, daß er in allen seinen Bestimmungen und Thätigkeiten an gesetzlich zugehörige körperliche gebunden ist; und aus den unzähligen Erfahrungen, wie solche der Materialist unermüdlich geltend macht, daß die höchsten geistigen Functionen durch Verletzungen, Krankheiten, Abnormitäten des Gehirns geschädigt werden können, folgt immer nur, daß der Geist damit Hindernisse und Störungen seiner diesseitigen Thätigkeit überhaupt erfahren kann, aber nicht, daß mit allen specialen Bestimmungen seiner Thätigkeit ebenso speciale der Gehirnthätigkeit gesetzlich mitgehen, und daß es dieses Mitgehens zum Zustandekommen derselben bedarf. Übrigens giebt es selbst Bestimmungen des sinnlichen Gebietes, worin die physische Seite der psychischen nicht nachkommen kann, sondern der Seele eine Zuthat bleibt, wozu es keine physische Mitthat giebt, worauf unten (S. 11) zu kommen. Wenn also der Psychophysiker zu jeder Veränderung der Seele eine gesetzlich zugehörige im Körper postulirt, alles Geistige psychophysisch repräsentirbar finden will, hiemit der Psychophysik eine unbeschränkte Tragweite zuspricht, so fehlt ihm die factische und begriffliche Berechtigung dazu.

Auf all' das ist zuvörderst zu erwiedern, daß es an sich nicht im Princip der Psychophysik liegt, eine gesetzliche Abhängigkeit zwischen Seele und Körper weiter zu behaupten, als sich solche erfahrungsmäßig oder schlußweise begründen läßt, daß also nicht das Postulat einer durchgreifenden ph.-ph. Repräsentation des geistigen Gebietes in ihrem Sinne liegt; nur daß sie bis jetzt keinen vernünftigen oder empirischen Grund gefunden hat, von vorn herein Schranken in dieser Beziehung für ihre Forschung gelten zu lassen, wohl aber Gründe, die Schranken jedenfalls weiter hinauszurücken, als es philosophischerseits

1) Nicht selten werden beide Gebiete als Seele und Geist in engerem Sinne unterschieden, indeß im weiteren Sinne, dem ich hier folge, Geist beides umfaßt. Eingehender habe ich die, in dieser Beziehung überhaupt sehr schwankende, Terminologie in dem Schriftchen „Über die Seelenfrage“ p. 7 ff. besprochen.

gemeinhin geschieht; und hierauf wird der jetzige Abschnitt etwas näher eingehen.

Die philosophischerseits übliche Beschränkung der ps.-ph. Repräsentirbarkeit auf das sinnliche Gebiet mag so lange haltbar erscheinen, als man sich in allgemeinen Redeweisen und aprioristischen Begriffsbestimmungen bewegt. Aber man gehe auf die sachlichen Verhältnisse dessen, was nach allgemeinem Sprach- und Begriffsgebrauch ins niedere und höhere Gebiet fällt, ein, so findet man leicht, daß, wenn man den sinnlichen Empfindungen, Anschauungen, Gefühlen, Trieben die ps.-ph. Repräsentirbarkeit zugesteht, und das thut man doch, man sie den sich darauf und darüber bauenden höheren geistigen Phänomenen nicht absprechen kann, ohne einen vernünftigen Zusammenhang überhaupt aufzugeben; ja man kann ein sehr allgemeines Princip in dieser Hinsicht geltend machen, das ich in den „Elem." (II. 370) unter dem, allerdings nicht sehr bezeichnenden, Namen des Functionsprincipes aufgestellt habe, und wegen der künftig mehrfach darauf zu nehmenden Beziehung hier reproducire. Es lautet:

„Zwar können wir in keiner Weise aus der Natur der geistigen Bewegungen auf die Natur der unterliegenden körperlichen Bewegungen schließen, d. h. schließen, welches Substrat und welche Form diesen Bewegungen zukomme, wohl aber schließen, daß dem psychischen Zusammenhange ein psychophysischer Zusammenhang, der psychischen Auf- und Auseinanderfolge eine psychophysische, der psychischen Stärke und Schwäche eine psychophysische entspreche, so weit das Psychische seine Unterlage im Physischen hat." Psychophysisch aber heißt uns hiebei wie immer das Physische als Unterlage des Psychischen.

Wie es scheint unabhängig von mir hat Mach (in s. Abh. „Ueb. die Wirk. d. Lichtreizes u. s. w." in den Sitzungsber. d. Wien. Akad. Band II.) wesentlich dasselbe Princip aufgestellt und als fruchtbar bezeichnet.

Hiezu ein erstes Beispiel:

Die Empfindungen der Melodie und Harmonie sind zugestandenermaßen höhere geistige Phänomene, als die sinnlichen Tonempfindungen, wozwischen sie bestehen. Die sinnlichen Tonempfindungen nun hängen von Schwingungen ab, die sich aus der Außenwelt in unseren Gehörapparat, und von da weiter ins Innere hinein, aller Wahrscheinlichkeit nach auch in Form von Schwingungen, fortpflanzen; und in diesen inneren Schwingungen haben wir die ps.-ph. Repräsentanten der Tonempfindungen, sofern sich letztere gesetzlich an erstere knüpfen und mit

ersteren ändern. Die Empfindungen der Melodie und Harmonie aber knüpfen sich an dieselben Verhältnisse zwischen den innern Schwingungen, welche zwischen den äußern, von denen sie abhängen, bestehen, und finden in diesen Verhältnissen ihre ps.-ph. Repräsentation oder ihren Träger, wiederum, sofern ihr Bestand daran geknüpft ist und sie sich nach den Änderungen derselben gesetzlich ändern. Die Empfindungen der einzelnen Töne wie ihrer höheren Beziehungen aber fallen in unseren Geist, sofern ihre ps.-ph. Repräsentanten in das allgemeinere ps.-ph. System, was unserem Geiste überhaupt untergebaut ist, fallen.

Hier hat man jedenfalls ein einfaches Beispiel, daß die Höhe des Geistigen an sich selbst noch nicht über die ps.-ph. Repräsentirbarkeit hinausführt. Man hat nur eben das Höhere im geistigen Gebiete durch das entsprechende und dem Bestande nach damit zusammenhängende Höhere im physischen Gebiete repräsentirt zu denken; und Verhältnisse im physischen Gebiete sind doch in demselben Sinne etwas Höheres als das Einzelne, was ihnen unterliegt, wie es empfundene Beziehungen oder Bezugsempfindungen zwischen einzelnen psychischen Vorgängen im psychischen Gebiete sind.

Man muß sich nur dabei hüten, Verhältnisse, die im physischen Gebiete zwischen dessen Einzelnheiten bestehen, selbst ins geistige Gebiet rechnen zu wollen, weil sie doch nur vom Geiste faßbar sind; denn damit verlöre man den Boden für die Unterscheidung beider Gebiete überhaupt. Auch das Physische, wozwischen die Verhältnisse bestehen, muß ja von unserem Geiste gefaßt sein, um für uns überhaupt da zu sein und um davon sprechen zu können; doch unterscheiden wir auf dem Grunde dieser Gemeinsamkeit das äußerlich und innerlich Erscheinliche als zwei Gebiete, und haben hiemit auch deren Bestimmungen als in das eine und andere gehörig zu unterscheiden, nicht mit einander zu vermengen und zu verwechseln, wie wohl hier und da philosophischerseits geschieht. Jedenfalls faßt es die Psychophysik so, und entgeht damit dieser Verwirrung. Je nachdem etwas als Verhältniß, Änderung, Verschiedenheit, Einfachheit, Zusammensetzung u. s. w. überhaupt als Bestimmung des Physischen oder Psychischen auftritt, aus dem Gebiete des einen oder andern abstrahirbar ist, wird es ins eine oder andere Gebiet gerechnet, geschieht auch so sowohl in Psychologie wie in Naturwissenschaft, und so ist es allerdings möglich, das Höhere im einen Gebiete durch solches im andern Gebiete repräsentirt zu finden, ohne Beides zu identificiren. Näher zugesehen sind es Periodicitätsverhältnisse zwischen Schwingungen, welche als ps.-ph. Repräsentanten melodischer und harmonischer

Empfindungen auftreten; jene aber sind doch etwas sehr Anderes als diese.

Folgende Bemerkung tritt hinzu, die Verhältnisse des Physischen, um die sich's hier handelt, der Abstractheit zu entziehen. Es können zwei verschiedene Töne von zwei verschiedenen Menschen gehört werden oder auch von demselben Menschen der eine Ton heute, der andere schon vor Jahren gehört sein, und es wird keine melodische oder harmonische, kurz musikalische, Beziehung dazwischen empfunden werden, trotzdem, daß das dazu erforderliche Periodicitätsverhältniß zwischen den unterliegenden Schwingungen für das Denken, also abstract, besteht. Aber es gehört noch dazu, daß die Schwingungen, zwischen welchen das Verhältniß besteht, in einen physischen Wirkungsbezug zu einander treten. In so fern sie es aber thun, ist es doch das bestimmte Periodicitätsverhältniß, woran die Empfindung der bestimmten musikalischen Beziehung ihrem Bestande nach hängt, wovon sie also in unserem Sinn getragen wird.

Nun fragt man etwa: sofern dieselbe äußere Musik mit gegebenen Schwingungsverhältnissen nur dieselben Schwingungsverhältnisse innerlich hervorrufen kann, wie kann sie so verschieden auf verschiedene Menschen wirken. Läßt doch dieselbe Musik den Einen kalt, die den Anderen stark erregt, und jeder Andere wird von derselben Musik irgendwie anders innerlich gestimmt. Hier, mag man meinen, läßt uns doch die Psychophysik im Stich; hier liegt etwas vor, was reine Seelensache ist. Aber wie so? In dem Einen werden die physischen Wirkungsbezüge, auf die es ankommt, schwächer sein, als in dem Anderen, ja gar unter die Schwelle fallen können; und in jedem Andern greift die Musik mit denselben Verhältnissen in ein anderes psychophysisches Totalsystem ein, findet darin andere Momente und Zusammenhänge, mit denen sie in Beziehung tritt und die sie associationsweise anregt und mitzieht.

Entsprechend als mit melodischen und harmonischen Tonbeziehungen verhält es sich mit Verhältnissen, die in der Auffassung von räumlichen Formen und Farben auftreten, wohin Symmetrie, Farbenharmonie, Farbencontraste gehören, ohne daß es nöthig scheint, hierauf noch besonders einzugehen.

Denken wir uns überhaupt das Gehirn als eine mit unzähligen verschieden gestimmten Saiten bezogene Harfe, die ihr eigenes Spiel vernimmt, indeß wir bloß die äußeren Bewegungen dazu oder vielmehr nur die Saiten zu diesen Bewegungen (Gehirnfibern) sehen können. Warum aber, wenn schon mit den wenigen Saiten unserer äußeren Harfen

so hohe und mannigfache Harmonien und Melodien möglich sind, sollen nicht mit den Saiten unserer Seelenharfe um so mehr solche möglich sein, ja solche von ganz anderer Stufe, da die Saiten unsrer Seelenharfe nicht bloß in Tönen, sondern auch in Farben, Düften u. s. w. klingen, und Nachklänge, die sich mit einander verweben, hinterlassen.

Nun läßt sich freilich nicht Alles, was man zum Gebiete des höheren Geistigen rechnet, auf Verhältnisse, Beziehungen wie die erwähnten zurückführen. Vielmehr aus sinnlichen Empfindungen, Anschauungen erwachsen Erinnerungen, die man ja auch schon für etwas Höheres rechnet, als die sinnlichen Phänomene, aus denen sie erwachsen; und nicht nur die Monadologen, sondern auch genug andere Philosophen, sind nicht geneigt, die Erinnerungen ebenso solidarisch an materielle Processe geknüpft zu halten, als die sinnlichen Empfindungen, aus denen sie erwachsen sind; vielmehr soll die Seele früher gehabte Empfindungen, Anschauungen so zu sagen aus freier That in Erinnerungen reproduciren können, und jene nur einen ersten Anlaß, eine Vorbereitung, eine Vorbedingung dazu bieten, wodurch sich die Producirbarkeit bestimmter Erinnerungen in den Geist einpflanzt, indeß diesem dann die Producirung derselben nach eigenen ihm immanenten Bedingungen oder aus freier Machtvollkommenheit ohne weitere materielle Mitwirkung überlassen bleibt. Und wieder läßt sich das ganz gut hören, so lange man im Abstracten bleibt, ja man kann sein ganzes psychologisches System darauf gründen.

Inzwischen habe ich in „Elem." (II. Abschn. 43) eingehend gezeigt, daß, wenn man die sinnlichen Phänomene selbst psychophysisch repräsentirt hält, man nur aus anderem Gesichtspuncte, als vorhin, den Zusammenhang der T h a t s a c h e n verkennen oder zerreißen müßte, um nicht die Erinnerungsbilder entsprechend repräsentirt zu halten, und komme hier nur auf die allgemeinen Gesichtspuncte davon zurück.

Die materiellen oder physischen Processe, welche zugestandenermaßen den sinnlichen Empfindungen in uns unterliegen, erlöschen doch nicht spurlos mit dem Erlöschen der Empfindungen, da überhaupt kein physischer Proceß ohne Fortwirkung erlöscht, er kann sich fortpflanzen oder in andere Processe umsetzen, aber schwindet nicht aus der Welt. Und so pflanzen sich auch Fortwirkungen der physischen Processe, an welchen die Empfindungen hängen, von den Centren der Empfindungsnerven im Gehirn weiter ins Gehirn fort, die Leitungswege liegen sogar dazu vor Augen, und geben damit den Boden für die Anknüpfung entsprechender geistiger Fortwirkungen. Diese causale Betrachtung aber

ergänzt sich durch eine damit zusammenhängende und zusammenstimmende nach dem Functionsprincipe.

Wodurch unterscheiden sich überhaupt Erinnerungen von den durch sie reproducirten Empfindungen und Anschauungen. Einmal sind die Erinnerungen schwächer, zweitens sind sie mit dem Gefühl, von Innen heraus erzeugt zu sein, behaftet, drittens tragen sie das Gefühl, auf die früheren Empfindungen, Anschauungen, von denen sie causal abhängen, bezogen zu sein. Alles das repräsentirt sich aber nach dem Functionsprincip ganz einfach und natürlich. Die physischen Processe, die den Erinnerungen unterliegen, werden eben auch schwächer sein, als die den Empfindungen, Anschauungen unterliegen, sie werden aus dem innern physischen wie diese aus dem innern psychischen Zusammenhange heraus erzeugt sein und das psychische Gefühl der Causalität wird von der physischen Causalität getragen sein. In all' dem erleidet die Consequenz des Functionsprincipes keinen Bruch.

Und endlich giebt es Übergangsphänomene von den Empfindungen und Anschauungen zu den Erinnerungen durch die eigentlichen Nachbilder, die sog. Erinnerungsnachbilder, die Erscheinungen des sog. Sinnengedächtnisses, die Hallucinationen, kurz durch eine Reihe von Phänomenen, wodurch sich die scheinbare Kluft zwischen den sinnlichen Ausgangsphänomenen und den Erinnerungen daran überbrückt, wie in einem besondern Abschnitt der „Elemente" (Th. II. 467 ff.) ausgeführt ist.

Nun freilich kann der Philosoph, um der Seele ihre freie That nicht verkümmern zu lassen, sich denken und hienach behaupten, daß die Fortpflanzung der physischen Erregung über die Sinnescentren im Gehirn hinaus, weiter in dasselbe hinein, nichts Psychisches mehr bedeute; er braucht sich auch ferner um das Functionsprincip nicht zu kümmern, wie er sich bisher nicht darum gekümmert hat; er kann in jenen Übergangsphänomenen bloße Abnormitäten sehen, in denen die freie That der Seele noch mit mehr oder weniger materieller Zuthat verquickt ist. Aber man wird es dem Psychophysiker nicht verdenken können, wenn er sich lieber an die in sich zusammenhängenden und zusammenstimmenden Erkenntnißwege hält, welche die Erfahrung und der Erfahrungsschluß in diesem Felde der Frage bieten, als dem Philosophen zu folgen, wenn er sie abschneidet.

Nun kann es Schwierigkeiten machen, die lange Aufbewahrung von Erinnerungen und das bis zu gewissen Grenzen ungestörte Miteinanderbestehen von solchen, das Auftauchen derselben aus dem Bewußtsein und Versinken ins Unbewußtsein zu repräsentiren, aber diese

Schwierigkeiten sind noch keine Unmöglichkeiten; vielmehr öffnen sich der Vorstellung manche, wenn auch bisher nur hypothetische, aber mit dem, was wir wissen, wohl zusammenstimmende, Wege, den Schwierigkeiten beizukommen, worauf ich in einem späteren Abschnitte (XVIII) besonders eingehe; und die einfache Thatsache lehrt, daß die Natur selbst diesen Schwierigkeiten nur durch einen außerordentlich verwickelten Gehirnapparat hat beizukommen vermocht. Wozu dieser Aufwand, wenn die Seele das Vermögen hat, nach einmal gegebenem Anlaß Erinnerungen, und was aus den Erinnerungen folgt, rein aus sich selbst zu produciren. Damit, daß man ihr dies Vermögen ohne Weiteres zuschreibt, hat sie es doch noch nicht; und je leichter man es sich mit solcher Erklärung oder vielmehr Ersparniß jeder Erklärung macht, um so weniger wiegt es.

Zwar von Herbart's psychologischer Mechanik, welche die Verhältnisse der Erinnerungen mit in ihr Bereich zieht, kann man nicht sagen, daß sie es sich leicht gemacht hat, ja sie hat zu ihrem Aufbau eine ganze Reihe Vordersätze gebraucht, die ich meinerseits unmöglich finde, zuzugestehen (Vergl. m. „Vorsch. d. Aesth." II. 272 f.). Aber möchte man selbst die Möglichkeit einer psychologischen Mechanik überhaupt zugestehen, so wäre damit nichts weniger als zugestanden, daß sie auch abstract ohne Unterlage einer psychophysischen Mechanik bestehen könne, und man mittelst jener allein in einer leeren oder mit einem Schwamme erfüllten Gehirnkapsel Erinnerungen haben und Gedanken spinnen könne. Ja es würde sich eine psychologische Mechanik, sollte überhaupt von etwas der Art die Rede sein können, selbst unmittelbar nur als psychophysische aufstellen und ausführen lassen, weil sich das psychische Maß nur psychophysisch begründen und psychische Maßbeziehungen nur psychophysisch verfolgen lassen.

Aber gehen wir über die Erinnerungen noch höher hinauf; denn es bleibt ja nicht bei den Erinnerungen als Reproductionen früherer sinnlicher Eindrücke; sondern indem Erinnerungen an Früheres und Späteres, Erinnerungen von einer Sinnesseite her mit solchen von anderer Seite her sich begegnen, entsteht ein verwickeltes psychisches Spiel, aus welchem neue und höhere Resultate hervorgehen können. Die Erinnerungen geben das Material zu Vergleichungen, Unterscheidungen, Begriffen, höheren Gedankenoperationen überhaupt. Das Material wird dazu combinirt, zerlegt, umgeschaffen, in neue Formen gebracht, worin höhere Beziehungen hervortreten. Wird die Phychophysik dem allen mit ihren Repräsentationen nachkommen können? — Nun aber sind entsprechende Operationen auch der physischen Welt nicht fremd; es giebt auch

da combinirende, zerlegende, ausscheidende, umschaffende, reinigende Thätigkeiten. Die psychischen Operationen entlehnen sogar fast sämmtlich geradezu ihren Namen von den physischen; und so liegt auch kein allgemeines Hinderniß vor, zu denken, daß psychische Thätigkeiten jener Art und Resultate solcher Thätigkeit ihre Repräsentanten in physischen, nach dem Functionsprincip ihnen entsprechenden, und ihrem Bestande nach damit zusammenhängenden, finden. Nehmen wir z. B. die Selbstreflexion, einen psychischen Vorgang höchster Stufe, so spricht sich schon im Namen aus, an welcherlei Repräsentation derselben zu denken. Stellen wir uns das ganze ps.-ph. System in einem zusammenhängenden Schwingungsvorgange begriffen vor, der einen gewissen psychischen Zustand trägt, und kaum ist eine andere Vorstellung überhaupt zu fassen, so kann durch Zurückwerfung des ganzen Wellenzuges dieser Schwingungen oder eines Theiles desselben in sich selbst der Geist des am ersten Wellenzuge hängenden psychischen Zustandes in Selbstreflexion gewahren.

Aber es ist zuzugestehen, daß es unsicher und darum mißlich wäre, mit dem Verfolg und der Ausarbeitung solcher Repräsentationen schon ins Detail zu gehen, denn dazu müßten erst die elementaren ps.-ph. Verhältnisse und Gesetze so weit entwickelt sein und feststehen, daß das Übrige theils mathematisch, theils nach dem Functionsprincip folgt. Will also der Philosoph behaupten, hier bleibe jedenfalls die Psychophysik stecken, so ist wenigstens zuzugestehen, daß sie hier noch weit vom Ziele ist.

Zu den vorbetrachteten höheren geistigen Phänomenen tritt noch die Aufmerksamkeit als ein solches hinzu, was man vorzugsweise gewohnt ist, als reine Sache des Geistes anzusehen. Daß doch auch sie sich einer ps.-ph. Repräsentirbarkeit nicht entzieht, wird ein späterer, darauf besonders bezüglicher, Abschnitt lehren.

Liegt nun nach all' dem in der sog. geistigen Höhe kein irgendwie durchschlagender Grund, die ps.-ph. Repräsentirbarkeit und hiemit Tragweite der Psychophysik zu beschränken, so kann man dagegen eine Beschränkung tief unten suchen, indem man die verschiedene Grundqualität der Sinnesempfindungen als des Sehens, Hörens, für psychophysisch unrepräsentirbar hält, vielmehr darin etwas sieht, was der körperlichen Erregung ohne ihr eigenes Zuthun und Verdienst rein aus der Seele zuwächst; und wirklich ist mir ein Gedanke der Art von philosophischer Seite begegnet. Hiegegen ist aber doch nicht zu leugnen, daß verschieden qualificirte Sinnesempfindungen durch verschiedenartige physische Reize erweckt

werden, die auch verschiedenartige Folgen in unseren physischen Organismus hinein erzeugen werden, und daß die Seele gar keinen Anhalt hätte, ihnen mit verschieden qualificirten Empfindungen zu begegnen, wenn sie nicht verschiedene Anlässe vom Körper aus dazu empfinge, welche nun eben die ps.-ph. Repräsentanten dieser verschiedenen Empfindungen bilden werden. Von anderer Seite aber ist allerdings zuzugestehen, daß man bei näherem Eingehen auf eine Schwierigkeit folgender Art kommt, die, ohne durchschlagend zu sein, doch nicht einfach abzuweisen ist.

Alle möglichen Tonempfindungen und Beziehungen zwischen Tonempfindungen, als Stärke, Höhe, Klang, Obertöne, Melodie, Harmonie, können wir durch Schwingungen, Amplitude, Periode, Zusammensetzung, Verhältnisse von Schwingungen genügend repräsentirt denken; aber indem diese physischen Bestimmungen oder Bestimmungen des Physischen zur Repräsentation von Bestimmungen der Tonempfindung so zu sagen verbraucht sind, scheinen sich solche eben auch nur dazu brauchen zu lassen. Wie kommen nun die, den Tonempfindungen so ganz heterogenen, Farbenempfindungen dazu, sich auch an Schwingungen knüpfen zu sollen; und an was anderes können sie sich knüpfen; an Strömungen im Nervensystem doch gewiß nicht[1]. Daß die Lichtschwingungen rascher als die Schallschwingungen sind, führt jedenfalls nicht nach dem Functionsprincip dazu, den Unterschied der Lichtempfindungen von den Schallempfindungen darauf zu schieben. Denn wenn Tonschwingungen rascher werden, so ändert sich wohl die Tonhöhe, aber es bleibt Tonempfindung. Auch zeigen sich im Fortschritt der Schnelligkeit der Lichtschwingungen durch das Spectrum qualitative Änderungen von Roth durch Gelb und Grün zu Blau, wogegen die Scala der Tonschwingungen nichts Analoges zeigt, und finden noch andere (in „Elem." II. 270 ff. zusammengestellte) Verschiedenheiten zwischen beiden Sinnesgebieten statt, welche zu einer wesentlich anderen Repräsentation der Farbenempfindung und Lichtempfindung überhaupt als der Tonempfindung auffordern, aber woran denken? Nun vollends, woran denken, wenn auch noch Geruchs-, Geschmacks-, Tast-, Wärme-Empfindungen in ihrer Unterschiedenheit repräsentirt sein wollen.

Ich gebe zu, daß wir durchaus noch nicht in der Lage sind, irgend

---

1) An Strömungen ponderabler Stoffe im Nervensystem läßt sich überhaupt nach dessen anatomischer und physiologischer Einrichtung nicht denken; elektrische Strömungen wären wohl denkbar, nur daß weder Thatsachen dafür vorliegen, noch ein Anhalt zu Erklärungen in ihnen zu finden ist.

einen Gedanken, den wir in dieser Beziehung fassen möchten, mit einiger Sicherheit zu begründen, und lege auf eine von mir in „Elem.“ II. 299 f. bezüglich des Unterschiedes von Licht- und Tonempfindung aufgestellte Hypothese jetzt selbst kein Gewicht mehr. Nur dagegen, daß sich überhaupt in dieser Hinsicht an Nichts denken lasse, darf man sich erklären, so lange doch recht wohl denkbare Möglichkeiten in dieser Hinsicht bestehen. Warum soll nicht die Qualität von Empfindungen außer mit der Schnelligkeit der Schwingungen auch mit der Zahl und Anordnung der sich zur Schwingung wechselseitig bestimmenden Theilchen in Beziehung stehen. Streng genommen zwar bestimmen sich alle Theilchen der Welt, selbst die entferntesten zu Schwingungen, aber nach dem Schwellenprincip können die Wirkungen der entfernteren für die Empfindung unmerklich werden, und in den Endapparaten der verschiedenen Sinnesnerven eine solche Einrichtung getroffen sein, daß die Schwingungen einer gewissen Art von Combinationen das Übergewicht über alle andern gewinnen. Bei den sog. chemischen Sinnen, Gesichts-, Geruchs-, Geschmackssinn können Hauptunterschiede in dieser Hinsicht chemisch vermittelt sein, was in manche neuere Ansichten gut hineintritt. Überhaupt aber bietet sich ein weit aussehendes Feld von Möglichkeiten im Rahmen der vorigen allgemeinen Hypothese dar, die zu verfolgen wir nicht sowohl durch den Abbruch des Weges als die noch zur Zeit bestehende Dunkelheit desselben verhindert sind. Wonach man, bis einmal ein neuer lichtvoller Gesichtspunct denselben erhellt, allerdings am besten thut, sich vielmehr nur mit den ps.-ph. Beziehungen innerhalb jedes Sinnesgebietes insbesondere als mit den qualitativen Grundverschiedenheiten derselben zu beschäftigen.

Endlich will ich noch der Lust und Unlust als eines psychischen Phänomens gedenken, dessen Repräsentirbarkeit in Frage kommen kann. Sie kann einen sinnlichen wie höheren Charakter tragen, wonach beziehentlich sinnliche Triebe und höhere Motive davon abhängen, die endlich in active Thätigkeiten ausschlagen. Nun hat schon Zöllner in seinem Kometenbuche (1. Aufl. 325 ff.) im Gefolge allgemeinerer Ansichten eine ps.-ph. Repräsentation der Lust und Unlust versucht, wonach Wachsthum der physischen lebendigen Kraft mit Lust, Abnahme mit Unlust verknüpft sein soll. Hiegegen scheint mir freilich viel einzuwenden, was ich in m. „Vorsch. d. Aesth.“ II. 266 besprochen habe; versprechender scheint mir eine andere Hypothese, die ich eben da aufgestellt und in meinem Buche über die Tagesansicht (Abschn. XIII) weiter entwickelt habe, ohne daß ich sie doch schon reif genug halte, um eine maßgebende Bedeutung

für die Psychophysik anzunehmen. Immerhin wünschte ich, daß man ihr einige Beachtung schenkte.

Nach allen Specialbetrachtungen, auf die ich bisher eingegangen, komme ich auf den allgemeinsten Einwurf gegen eine unbeschränkte Tragweite der Psychophysik, welcher den eigentlichen Hintergrund und die Wurzel aller philosophischen bildet, ohne daß ich mich freilich weit in Verhandlungen darüber werde vertiefen können. Der Philosoph würde ja gegen eine unbeschränkte Tragweite der Psychophysik im angegebenen Sinne nichts haben, wenn er nicht allgemeinere Interessen dadurch gefährdet fände; und vor allem tritt dagegen von seiner Seite das Bedenken oder auch der unbedenkliche Vorwurf auf, daß eine Durchführung der ps.-ph. Repräsentation durch das ganze geistige Gebiet, ohne ein höheres Gebiet davon auszunehmen, zum Materialismus mit allen seinen Consequenzen führe, ja daß man im Grunde dessen ganze Sache darin wiederfinde.

Und doch kann nur derjenige das finden, welcher zur materialistischen Seite, welche unbestritten in dieser Durchführung liegt, nicht auch die Gegenseite in Betracht zieht, daß die ganze materielle Welt die durchgehende Repräsentation eines allgemeinen geistigen Wesens ist. Anders aber als in diesem Verhältniß ist die Psychophysik nie von mir gefaßt worden, und bei letzter Verallgemeinerung ihrer Principien auch nicht anders zu fassen. Will es jemand doch thun, so ist es seine Sache und sein Schade aber nicht Sache und Schade der Psychophysik, freilich auch nicht Sache der Psychophysik, diese Gegenseite ihrer selbst auszuführen. Dazu hat sie sich vielmehr mit andern Betrachtungen zu ergänzen, womit sie endlich erst ein Ganzes wird; und man wird nicht sagen, daß ich es an solchen Betrachtungen habe fehlen lassen, mag es auch noch an solchen fehlen, die sich darum kümmern. Es ist eben noch nicht aller Tage Abend.

In der That aber suche ich darin das Hauptgebrechen der jetzt herrschenden Weltansicht, und zwar in allen ihren Verzweigungen, daß man beide Gesichtspuncte nicht zu vereinigen weiß, darin den Grund des Zwiespaltes zwischen Religion und Naturwissenschaft, aus dem man nicht herauszukommen weiß. Denn so steht es noch heute: So wenig man zu allem Psychischen ein physisches Aequivalent gelten lassen will, so wenig zu allem Physischen ein psychisches Aequivalent; nur eine ausnahmsweise psychophysische Zusammengehörigkeit von beiden läßt man im Nervensystem der Menschen und Thiere zu, sieht hierin den einzigen Knoten, der beide übrigens auseinandergehende Gebiete verknüpft, und

die abstracte Gottesidee schwebt über einer geistesleeren Welt. Damit wird die ganze Welt über Menschen und Thiere hinaus blind und taub, das Licht leuchtet nicht draußen, der Ton tönt nicht draußen; und so habe ich diese Ansicht die „Nachtansicht“ genannt, obwohl es noch andere Gründe giebt, die herrschende Weltansicht so zu nennen.

Und was sind die Gründe, den ausschließlichen Träger psychischer Phänomene in Nervenschwingungen zu sehen. Wie unlogisch und unzutreffend die dafür geltend gemachten empirischen sind, — aprioristische aber giebt es überhaupt nicht — habe ich zu oft gezeigt[1]), um hier darauf zurückzukommen, und erstaune nur über das Genüge, was man insgemein in diesen Gründen findet, und die Bereitheit, sich damit der Nachtansicht zu verschreiben. Es hindert aber nicht nur a priori nichts, in der ganzen Welt ein einheitliches psychophysisches System zu sehen, welches das des Menschen nur theilhaft inbegreift, sondern es führen auch Analogie-, Causal- und teleologische Schlüsse im Ausgange von der Thatsache unserer eigenen Beseelung zur Verallgemeinerung derselben darüber hinaus. Nicht ohne eingehende Sorgfalt habe ich solche in anderen Schriften entwickelt; habe aber freilich nicht hindern können, daß sie den Lucubrationen der Nachtansicht gegenüber als Phantasien gelten.

Abgesehen von diesen Schlüssen läßt sich auf dem eigenen Boden der Psychophysik selbst geltend machen („Elem.“ II. Abschn. 46), daß sich keine Grundeigenschaft der ps.-ph. Bewegungen in uns finden oder erdenken läßt, welche einen wesentlichen Unterschied derselben von den, auch außer uns vorkommenden, Bewegungen begründete, wonach kein Grund ist, daß die Bewegungen über unser Nervensystem hinaus für einen allgemeineren Geist nicht eben so gut psychophysische sein sollten, als die Bewegungen in unserem Nervensystem für unseren, der dadurch nur in besonderer Weise in das allgemeine geistige Wesen eingepflanzt ist. Dazu ist von Zöllner u. A. mit Recht geltend gemacht worden, daß, wenn nicht am Elementaren, was der physischen Bewegung in und außer uns gemeinsam ist, psychische Tragkraft hinge, solche durch keine Verwicklung der Bewegungen in den Organismen erst hervorgehen könnte. Es fruchtet nur das alles nichts; denn, kann man es nicht hinwegspeculiren, so speculirt man darüber hinweg, hat es von jeher gethan, und ist so im Fortschritt durch Kant, Fichte, Schelling, Hegel, Herbart, Schopen-

---

1) Am eingehendsten in „Nanna“ p. 37 ff., weiter in: „Ueb. d. Seelenfrage“ p. 27 ff., kurz in „Schleiden und der Mond“ p. 69 f.

hauer, Hartmann endlich so weit gekommen, zu sagen: wollen wir nicht lieber mit Kant wieder anfangen.

Meinerseits aber suche ich einen wahren neuen Anfang hinter Kant darin, daß man auf die elementaren und fundamentalen factischen und gesetzlichen Beziehungen zwischen körperlichen und geistigen Dingen auf Grund von Beobachtungen nnd Schlüssen aus Beobachtungen am Menschen zurückgeht, denn anders läßt es sich nicht thun; wonach man von da verallgemeinernd, erweiternd und steigernd darüber hinausgehen kann nach Principien, die zwar nie zu einer, in diesen Dingen unmöglichen, logischen Gewißheit, aber zum Wahrscheinlichsten, was sich in diesen Dingen gewinnen läßt und damit zugleich zur einheitlichen Befriedigung unserer religiösen Glaubensforderungen führen. (Eingehender hierüber in den „Drei Motiven und Gründen des Glaubens", und der „Tagesansicht.")

Nun macht sich in uns selbst ein Princip geltend, was ich das synechologische genannt habe (Elem. II. 526 ff., Tagesansicht 246 ff.), wonach sich „das psychisch Einheitliche und Einfache an ein physisch Mannichfaltiges knüpft [1]), umgekehrt das physisch Mannichfaltige sich psychisch ins Einheitliche, Einfache oder doch Einfachere zusammenzieht"; und so wird sich nach einem Fortschlusse von uns über uns hinaus dasselbe Princip auch im allgemeinen ps.-ph. System geltend machen, wir also nicht zu jeder physischen Einzelnheit über uns hinaus ein eben so einzelnes psychisches Phänomen zu verlangen haben, indeß doch jede physische Einzelheit in wie über uns hinaus zu einer psychischen Resultante beitragen wird, für die Unterscheidbarkeit psychischer Resultanten aber noch besondere psychophysische Regeln gelten werden.

Inzwischen hat die Psychophysik die Anwendung ihrer allgemeinen Gesetze auf das Weltganze einer Naturphilosophie zu überlassen, welche sich selbst für nichts Anderes als für eine Fortsetzung und Erweiterung der Psychophysik in engerem Sinne, d. i. der menschlichen, giebt; und so ist auch hier nicht weiter auf Betrachtungen, die über diese hinausführen, einzugehen. Es sollte nur mit vorigen kurzen Bemerkungen und Verweisungen dem allgemeinsten Einwand, dem die Psychophysik unterliegt, begegnet werden.

An vorigen Einwand aber knüpft sich leicht ein anderer oder erhebt

---

1) Z. B. die einfache Tonempfindung an die aus so vielen Momenten zusammengesetzte Schwingung, die Einheit des Bewußtseins an einen ganzen ps.-ph. Zusammenhang.

sich auch unabhängig davon. Was wird aus der menschlichen und göttlichen Freiheit, wenn alle geistigen Thätigkeiten, bis in ihr höchstes Gebiet hinein, an materielle Thätigkeiten gebunden sind, da sie damit auch an die nothwendige causale Auseinanderfolge derselben gebunden werden.

Worauf zuvörderst zu erwiedern, daß ja zwischen den Philosophen selbst noch streitig ist, ob eine indeterministische, d. i. dem Gesetz causaler Auseinanderfolge sich entziehende, Freiheit im geistigen Gebiete wirklich bestehe; auch meine ich, im 16. Abschn. der Schrift „Über die Tagesansicht" gezeigt zu haben, daß der Determinismus recht wohl mit Religion und Moral bestehen könne, wenn man ihn nur eben im Sinne der Tagesansicht faßt, was freilich nach der vorherrschenden Nachtansicht nicht geschieht. Aber gleich viel, mag man immerhin eine indeterministische Freiheitsansicht für den Geist nicht aufgeben wollen, so hindert ja nichts, sie selbst psychophysisch repräsentirt zu denken, indem man den Bruch des Gesetzes causaler Auseinanderfolge durch Freiheit in beiden Gebieten einander zugehörig denkt, was man ohnehin schon thut, wenn man den übrigens gesetzlichen Ablauf des Physischen durch freie Eingriffe des Geistes nur nicht folgweis sondern unmittelbar zugehörig abgeändert denkt.

In der That, sei die geistige Veränderung α von der körperlichen Veränderung a und die auf α folgende geistige Veränderung β von der körperlichen Veränderung b getragen, so kann der gesetzliche Causalzusammenhang zugleich geistigerseits zwischen α und β, und zugehörig körperlicherseits zwischen a und b durch Freiheit unterbrochen sein und dadurch beiderseits zugleich neue Anfänge im Gebiete des Geschehens gesetzt sein, ohne daß deshalb der psychophysische Zusammenhang zwischen α und a, β und b, leidet. Darin liegt gar keine Schwierigkeit. Causalzusammenhang und Bruch des Causalzusammenhanges treffen eben immer in beiden Gebieten zusammen. Freilich ist man sehr gewohnt, a priori indeterministische Freiheit und causale Nothwendigkeit zwischen beide Gebiete vielmehr getheilt, als in beiden coincidirend zu denken; aber das ist eben nur eine petitio principii, die sich auf Gewohnheit stützt, und schlechte Gewohnheiten müssen doch einmal ein Ende haben.

Will man endlich noch eine aprioristische Schwierigkeit darin finden, daß so unvergleichbare Phänomene, als z. B. einfache Empfindungen und zusammengesetzte Bewegungen, wie es Schwingungen sind, in Wechselbedingtheit zusammengehören sollen, so hat sich die Psychophysik an sich selbst nicht um die Erklärung davon zu kümmern, sondern nur

eben die, nach einfachstem Schlusse nicht abzuweisende Thatsache davon ins Auge zu fassen und zu verfolgen, die für jede philosophische Ansicht vom Zusammenhange zwischen Leib und Seele ihre Schwierigkeit haben mag, die geringste doch, wie mir scheint, für die, die ich selbst an die Spitze meiner „Elemente" gestellt habe, nicht als Führer durch die Psychophysik, sondern zur Anknüpfung an die Philosophie. Wonach es die Grundverschiedenheit des innern und äußern Standpuncts der Auffassung desselben Wesens ist, was die Verschiedenheit der geistigen und materiellen Welt bedingt [1]). Hienach kann das, was sich selbst innerlich einfach erscheint, durch die Mannichfaltigkeit der Beziehungen, die es nach außen entwickelt, für die äußere Erscheinung als zusammengesetzt auftreten, woran das synechologische Princip hängt; und was im Weltganzen oder auch nur im Individuum beiträgt, eine allgemeine psychische Erscheinung zu geben, kann doch erst einer gewissen Stärke bedürfen, um unterscheidbar von der allgemeinen Erscheinung als Sondererscheinung aufzutreten, woran das Schwellenprincip hängt.

Eine Folgerung dieser allgemeinen Grundansicht aber ist, um noch ein Wort darüber zu verlieren, daß es allerdings ebenso eine reine Psychologie wie reine Physik oder allgemeine Naturwissenschaft geben kann, die sich weder um einander noch um eine Psychophysik kümmern. Jede der ersteren betrachtet nämlich die Welt im Zusammenhange von ihrem besondern, respectiv innern oder äußern Standpunkte, aus; und warum sollte sie es nicht dürfen; nur soll schließlich keine vergessen, daß sie doch nur eine Einseitigkeit ist; wozu es noch einer Lehre bedarf, welche die Einseitigkeiten verknüpft. Eine solche Lehre aber ist die Psychophysik.

(Eingehender über das Verhältniß der betreffenden Lehren zu einander in „Zendavesta" Th. II. 312 ff.).

---

1) Eine Ausführung dieser Ansicht findet sich in „Zendavesta" II. 312 ff.; eine Vertiefung, so zu sagen das letzte Wort derselben, in der Schrift „Ueber die Seelenfrage" p. 197 ff.

Zweite Abtheilung.

Psychophysische Maßprincipien und Maßmethoden.

II. Begriff und Maß der Unterschiedsempfindlichkeit.

Eine ganz fundamentale, durch Müllers ganze Kritik der Maßmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit (U. E.) so zu sagen den leitenden Faden bildende, aber auch für diese Kritik verhängnißvollste, Ansicht Müllers ist die: daß als Maß der U. E. nur der reciproke Werth der, von ihm mit S bezeichneten, Unterschiedsschwelle (U. Schw.) zu gelten habe, d. i. des Unterschiedes, welcher erst überschritten sein muß, damit der Unterschied (U.) als solcher erkannt werde. Jeder andere Werth als S, den man direct oder nach seinem reciproken Werthe für dieses Maß gebrauchen wolle, sei es der mittlere Fehler der Methode der mittleren Fehler (m. F.), sei es der Unterschied, der bei der Methode der richtigen und falschen Fälle (r. u. f. F.) ein gegebenes Verhältniß der richtigen, falschen und zweifelhaften Fälle (r, f, z) liefert, sei es das aus diesem Verhältniß abgeleitete Präcisionsmaß, sei nur nach Maßgabe als Maß der U. E. brauchbar, als seine directe oder umgekehrte Proportionalität mit der U. Schw. erwiesen sei, und dann eben nur vermöge dieser Proportionalität oder Reciprocität und so weit sie reiche. Diese Proportionalität sei aber gar nicht selbstverständlich, und nicht nur kein theoretischer noch empirischer Beweis von mir oder anderweit dafür geführt, sondern nicht einmal eine Untersuchung darüber angestellt. Wonach Alles, was bisher auf die Voraussetzung solcher Proportionalität gegründet worden, als namentlich die Aufstellung des Weberschen Gesetzes, so weit sie darauf fuße, des sichern Haltes gänzlich entbehre.

Die Hauptstelle, in welcher Müller diese seine Ansicht mit den Gründen, worauf er sie stützt, ausspricht, ist diese (p. 2).

„Wir setzen die U. E. im Allgemeinen der Größe desjenigen Reizunterschiedes reciprok, welcher bei den gegebenen Versuchsbedingungen einen bestimmten Grad der Merklichkeit besitzt. Es fragt sich nur noch, welcher bestimmte Grad der Merklichkeit des Reizunterschiedes am geeignetsten ist, dem Maße der U. E. zu Grunde gelegt zu werden...... Als der einzige Reizunterschied, dessen Merklichkeit wenigstens principiell eine genau fixirbare und von verschiedenen Beobachtern genau reproducirbare Größe ist, muß ohne Zweifel derjenige U. betrachtet werden, welcher nur um das Geringste vermindert zu werden braucht, um eben unmerklich zu werden, oder welcher nur die kleinste Erhöhung zu erfahren braucht, um merklich zu werden. Wir setzen daher die U. E. allgemein der Größe des eben merklichen Reizunterschiedes, welcher von dem eben unmerklichen Unterschiede nur um ein Unendlichkleines verschieden erscheint, reciprok."

Somit geht Müller zwar selbst von wesentlich derselben allgemeinen Bestimmung des Maßes der U. E. aus, die ich in den „Elem." I. 47 gegeben habe, und unten (S. 23) einer noch bestimmteren Erläuterung unterziehen werde, glaubt sie aber aus den zugefügten Gründen in angegebener Weise beschränken zu müssen.

Wogegen man von vorn herein bemerken kann, daß, indem Müller von allen möglichen Unterschiedsgrößen, die es geben kann, bloß eine einzige, die U. Schw., zum Maße der U. E. benutzt wissen will, dasselbe hienach principiell auch nur auf diesen einzigen Unterschied bezogen werden kann. In der That folgt daraus, daß bei zwei gegebenen Empfindlichkeitszuständen die Unterschiedsschwellen S, S_1 gefunden werden, a priori noch gar nicht, daß bei denselben Zuständen zwei Unterschiede D, D_1 oberhalb der Schwelle, die sich wie S, S_1 verhalten, gleich deutlich erscheinen; daß aber dies zu fordern ist, um die allgemeine Bedeutung gelten zu lassen, welche Müller der U. Schw. zuschreibt, daran scheint Müller nicht gedacht zu haben, da sich nichts darüber bei ihm findet. Es giebt aber doch auch Unterschiede über so wie unter der Schwelle, und giebt eine Unterschiedsempfindlichkeit bezüglich dieser Unterschiede, wofür ein Maß so gut verlangt werden kann, als für die Empfindlichkeit bezüglich des Schwellenunterschiedes selbst. Nun haben wir freilich kein praktisches Mittel, die U. E. bezüglich einzelner bestimmter Unterschiede oberhalb und unterhalb der Schwelle eben so zu bestimmen, als wir es bezüglich der U. Schw. selbst in der Methode der e. m. U. haben, wohl aber, sie bezüglich der Durchschnittswerthe oberhalb und unterhalb zu bestimmen, wozu die Methoden der r. u.

f. F. und m. F. da sind. Durch die Maßwerthe der U. E., die sich mittelst dieser Methoden erlangen lassen, Präcisionsmaß und mittlerer Fehler, ergänzt sich also principiell der, mittelst der U. Schw. und bezüglich der U. Schw. zu gewinnende Maßwerth, indem sie sich über den übrigen Theil der Unterschiedsscala erstrecken.

Also weiß ich der Forderung Müllers, daß jeder andere Werth als die U. Schw., um seine Brauchbarkeit als Maßstab der U. E. zu beweisen, seine Proportionalität (oder Reciprocität) mit der U. Schw. beweisen müsse, gar kein rationelles Motiv abzugewinnen. Eben so gut, ja wohl mit noch mehr Recht, könnte man das Umgekehrte von der U. Schw. bezüglich der darüber und darunter hinausgehenden Maße verlangen, weil sie eben nur ein ganz specielles Maß gewährt. Gesetzt, die verlangte Proportionalität fände nicht oder nicht durchgehends statt, so hätte man doch weder den einen noch andern dieser Maßstäbe zu verwerfen, sondern jeden nur in den rechten Grenzen anzuwenden; nicht aber zu verlangen, daß der eine dieser Maßstäbe seine Gültigkeit darauf stütze, daß er sich nach dem andern richtet.

Den eigentlichen Grund, der Müller dazu geführt hat, das Maß der U. E. auf die U. Schw. einzuschränken, kann ich nur darin finden, daß er nach der Weise, wie er die Methode der r. u. f. F. und die Methode der m. F. verstanden und angefaßt hat, die Bedeutung des Präcisionsmaßes und des mittleren Fehlers als Maßstäbe der U. E. nicht anerkennen konnte, wonach ihm freilich nichts übrig blieb, als das Maß der U. E. auf die U. Schw. zu reduciren. Aber diese Methoden sind eben anders zu verstehen und anzufassen, als von ihm geschehen, worüber die späteren Abschnitte zu vergleichen, in denen ich auf die Besprechung dieser Methoden komme.

Wenn Müller für die Bevorzugung des Unterschiedsschwellenwerthes als Maß der U. E. (nach reciprokem Werthe) geltend macht, „daß er der einzige Reizunterschied sei, dessen Merklichkeit wenigstens principiell eine genau fixirbare und von verschiedenen Beobachtern genau reproducirbare Größe sei", so mag das von demselben in gewissem Sinne als Einzelwerthe gelten; aber es handelt sich eben nicht darum, die U. E. bezüglich eines einzelnen Unterschiedswerthes zu bestimmen, und ich wüßte nicht, weshalb ein bestimmtes Verhältniß r, f, z bei der Methode der r. u. f. F. oder ein bestimmter mittlerer Fehler bei der Methode der m. F. nicht eben so gut als die U. Schw. principiell einem genau fixirbaren von verschiedenen Beobachtern identisch reproducirbaren bestimmten Grade der Merklichkeit oder Abstande von der Merklichkeit

entsprechen sollte, indeß für die experimentell genaue Fixirung und Reproduction der Maßwerthe überall Schwierigkeiten vorliegen, hinsichtlich deren aber die U. Schw. keinesfalls in Vortheil ist. Müller selbst erklärt (p. 10, 68) in Rücksicht auf verschiedene, von ihm anerkannte, Schwierigkeiten der Methode d. e. m. U., oder von ihm sog. Methode der kleinsten Unterschiede, durch welche die U. Schw. am directesten zu gewinnen ist, daß sich „der Unterschiedsschwellenwerth dadurch nicht mit gleicher Genauigkeit erhalten lasse, wie mittelst der Methode d. r. u. f. F.", sofern nämlich nach ihm diese Methode außer dem Präcisionsmaße auch (durch Verwerthung der zweifelhaften Fälle) eine Bestimmung der U. Schw. gewährt. Also würden wir uns nach Müller zu dieser Methode zu wenden haben, als derjenigen, wodurch sich der Vorzug, den Müller der U. Schw. vor den übrigen Maßwerthen ertheilt, zu beweisen hätte. Aber weit entfernt, daß diese Methode eben so direct als die Methode d. e. m. U. einen einzelnen bestimmten in jedem Falle genau reproducirbaren Werth darböte, welcher dem Merklichkeitsgrade der U. Schw. gerade entspricht, entsprechen die zweifelhaften Fälle, welche der Berechnung der U. Schw. unterliegen, allgemeingesprochen vielmehr einer ganzen Reihe von Werthen unter der Schwelle, und das Rechnungsresultat für die U. Schw., welches Müller aus seiner Verwerthung dieser Fälle zieht, ist nicht minder mit abhängig von den zufälligen Fehlervorgängen der Methode als das Präcisionsmaß, entspricht also keinesweges der idealen U. Schw., auf welche Müller (p. 10) den principiellen Rückgang genommen haben will [1]). Also fehlt es sogar an dem äußern Vortheil, den Müller der U. Schw. als Maßwerth beigelegt wissen will.

Ganz ebenso wenig, als man einsieht, warum das Maß der U. E. auf einen einzigen unter allen möglichen Unterschieden beschränkt sein soll, sieht man ein, warum die Beziehung des Weberschen Gesetzes darauf beschränkt sein soll; es hängt freilich die eine Untristigkeit mit der andern zusammen. Wäre wirklich die Frage nach der Gültigkeit dieses

---

1) In der That, unter Voraussetzung der Müllerschen Bezeichnungen, ist Müllers Formel (für den Fall, daß $r > f$)

$$S = \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} D$$

wobei D der in dem Versuch gegebene U. ist, und t_I, t_{II} Functionen von $\frac{r}{n}$, $\frac{f}{n}$ sind. So wie sich nun $\frac{r}{n}$ oder $\frac{f}{n}$ nur irgendwie durch eine Zufälligkeit ändert, ändert sich damit t_I, t_{II}, mithin S.

Gesetzes auf dessen Beziehung zur U. Schw. beschränkt, so hätte sie in der That sehr wenig Bedeutung; ihre sehr allgemeine wichtige Bedeutung gewinnt sie nur dadurch, daß sich mit dem Maßbegriffe der U. E. zugleich die Beziehung dieses Gesetzes auf andere Unterschiede verallgemeinert; und daß Weber selbst sein Gesetz nur mittelst der Methode der e. m. U., hiemit an der U. Schw. bewährt hat, thut hiebei gar nichts zur Sache, sondern macht die Frage nach dessen allgemeiner Gültigkeit nur um so dringender, wozu es dann gilt, andere Methoden einzuschlagen.

Um Müllers eigene Äußerungen in Bezug auf letztere Frage nicht zurückzuhalten, so sagt er bei Besprechung der Methode der m. F. (p. 73 und kürzer 213): „man kann freilich, falls man Vergnügen daran empfindet, die U. E. ohne weitere Rücksichtnahme so definiren, wie es gerade beliebt, also auch auf jedem Fall dem mittleren Fehler schlechthin reciprok setzen. Will man aber aus dem Verhalten der in dieser Weise definirten U. E. auf das Maß der Gültigkeit, bez. Ungültigkeit, des Weberschen Gesetzes schließen, welches doch zunächst nur besagt, daß für ein- und dieselbe Reizqualität die relative Größe des Unterschiedsschwellenwerthes einen constanten Werth besitze, so muß man vor Allem erst wissen, wie sich der mittlere Fehler zu dem Unterschiedsschwellenwerthe verhält. So lange man dies nicht weiß, kann man zwar — und dies wird bei Anwendung eines geeigneten Versuchsverfahrens immer instructiv sein — Versuche nach der Methode der mittleren Fehler anstellen, so viele man will, und die relativen U. E. dem relativen Werthe des mittleren Fehlers reciprok setzen; nur darf man dann nicht dasjenige, was von der in dieser Weise definirten relativen U. E. gilt, auf die der relativen Größe des Unterschiedsschwellenwerthes reciprok gesetzte Unterschiedsempfindlichkeit, deren Constanz das Webersche Gesetz behauptet, übertragen".

Aber all das gebe ich Müller'n zurück. Macht Müller seine Beschränkung des Maßes der U. E. und der Beziehung des Weberschen Gesetzes auf die U. Schw. Vergnügen, so kann man ihn nicht hindern, sie vorzunehmen; nur setzt er sich damit außer Stande, allgemeineren begrifflichen und sachlichen Forderungen in diesem Felde zu genügen.

Sonach bleibe ich meinerseits bei der allgemeinen Bedeutung und Bestimmung des Maßes der U. E. stehen, die ich in den „Elementen" (I. 47) gegeben habe, hier aber noch etwas bestimmter als dort geschehen ist, erläutern will[1]).

1) Es gilt hier die U. E. schlechthin, woraus sich die relative U. E. durch Division der ersteren mit einem der beiden Reize oder ihrem Mittel ableitet.

Die U. E. kann nicht absolut sondern nur vergleichsweise gemessen werden, und wird von mir allgemein der objectiven Größe der Reizabänderung oder des Reizunterschiedes reciprok gesetzt, die in den zu vergleichenden Fällen einen gleich merklichen, gleich deutlichen subjectiven Eindruck macht, als gleich groß empfunden wird, gleichwerthig für die Empfindung erscheint, gleich leicht erkannt wird, der anderen substituirt werden kann, ohne daß der Größeneindruck sich ändert; was Alles nur verschiedene Ausdrücke für sachlich dasselbe sind.

Zunächst freilich scheint diese Erklärung nur für die U. E. in Bezug auf Unterschiede über der Schwelle zu passen. Bei der Methode d. m. F. aber beobachtet man nur Fehler, Unterschiede unterhalb der Schwelle, da man solche ja absichtlich unter die Schwelle herabbringt, und hiebei geben Fehler sehr verschiedener Größe dieselbe E. eines fehlenden Unterschiedes. Aber das bringt eben nur mit sich, daß man die U. E. hier nicht nach einem einzelnen U. unter der Schwelle, wohl aber nach der Summe oder dem Durchschnitt der Unterschiede, die bei einer großen Anzahl vergleichbar angestellter Versuche unter die Schwelle fallen, beurtheilen kann, indem man die U. E. dem reciproken Werthe davon proportional setzt. Auch ist diese Erklärung ganz consequent mit der Erklärung bezüglich der Fälle über der Schwelle; denn in den Fällen unter wie über der Schwelle setzen wir die U. E. reciprok den gleich groß erscheinenden Unterschieden, nur eben, weil es viele und verschiedene Unterschiede unter der Schwelle giebt, die gleichermaßen fehlenderscheinen, der gesammten Summe (bei gleicher Zahl) oder dem Durchschnitt derselben, welche durch die Methode der m. F. erhalten werden können, wozu sie freilich anders ausgeführt werden muß, als Müller dieser Methode theils mißverständlich zuschreibt, theils untriftig vorschreibt, worauf im VII. Abschnitt zu kommen.

Hienach können wir der Erklärung, die U. E. sei reciprok den Unterschieden, die gleich leicht, d. i. mit gleicher Wahrscheinlichkeit, bei einer Mehrheit vergleichbar angestellter Versuche erkannt werden, noch die, durch den allgemeinen Begriff der U. E. damit zusammenhängende, hinzufügen, sie sei reciprok den Unterschieden, die gleich leicht verkannt werden, d. i. den Schätzungsfehlern, die man bei Gleichschätzung von Größen gegebener Art begeht; solche Fehler gewinnen wir aber eben mittelst der Methode d. m. F.

Während sich nun das Maß der U. E. durch die Methode d. m. F. bezüglich dieser Fehler dem allgemeinen Maßprincipe der U. E. in eben angegebener Weise unterordnet, ordnet sich demselben das Maß bezüglich

der Unterschiede über der Schwelle durch die Methode d. r. u. f. F. in folgender Weise unter. Wenn bei diesem Verfahren zwei verschieden große Unterschiede D in vergleichbarer Weise unter gleichen äußeren Umständen dem Verfahren unterworfen werden, so werden sie bei gleichem Grade der U. E. ein verschiedenes Verhältniß richtiger, falscher und zweifelhafter Fälle (r, f, z) liefern. Wenn sie aber trotz objectiver Verschiedenheit ein gleiches Verhältniß liefern, kann dies nur so gefaßt werden, daß der Einfluß, den die verschiedene Größe des D bei gleicher Empfindlichkeit geäußert hätte, durch eine Verschiedenheit der Empfindlichkeit aufgewogen wird, und so wird nach unserem Maßprincip die Empfindlichkeit in diesen zwei verschiedenen Zuständen den D's, welche dasselbe Resultat, d. i. dasselbe r, f, z, liefern, reciprok zu setzen sein. Hierin liegt nichts von Hypothese; es ist als Sache der Definition, daß die U. E. reciprok ist den Unterschieden, die dasselbe für die E. leisten, idem per idem gesagt. Nun gelingt es freilich praktisch nicht leicht, die Abänderung des D bei verschiedener Empfindlichkeit auf gleiches r, f, z zu bringen. Hätte man sie aber näherungsweise durch Expement darauf gebracht, so würde jede Interpolationsformel genügen, sie vollends rechnungsweise darauf zu bringen; natürlich aber eine solche Formel den Vorzug haben, die dem wirklichen Wahrscheinlichkeitsgesetze der r, f, z in Abhängigkeit von der Größe der begangenen Fehler entspräche. Und als solches Wahrscheinlichkeitsgesetz bietet sich nach wahrscheinlichster Hypothese das Gaußsche dar. Auch Müller bedient sich dieses Gesetzes. Durch Verwerthung der r, f, z im Sinne dieses Gesetzes, in einer, von Müller freilich abweichenden Weise, wovon im IV. Abschnitt zu sprechen, gewinne ich ein, dem D, welches das gleiche r, f, z liefert, reciprokes, und hiemit unserem allgemeinen Maßbegriffe der U. E. entsprechendes, Präcisionsmaß h[1]). Wobei jedoch immer festzuhalten, daß principiell das Maß der U. E. durch die betreffende Methode gar nicht an den Ausdruck durch das Präcisionsmaß noch die

1) Nämlich das von mir zum Maße der U. E. benutzte Präcisionsmaß h bestimmt sich so, daß bei Wechsel des D in verschiedenen Versuchsreihen doch h D gleich bleibt, wenn die Versuche bei den verschiedenen D auf gleiche r, f, z gebracht sind. Soll aber h D bei Wechsel von D gleich bleiben, so muß sich h im umgekehrten Verhältnisse als das D ändern, welches das gleiche r, f, z liefert, also gleich für die E. erscheint; womit es nun eben dem Begriffe des Maßes der U. E. entspricht. Auf dasselbe Princip kommt es heraus, wenn, wie in den Elementen auf Grund des Möbiusschen Linienschema geschehen, die Gleichheit von r, f, z an die Gleichheit von $\frac{hD}{2}$ statt h D geknüpft ist.

Gültigkeit des Wahrscheinlichkeitsgesetzes, in dessen Ausdruck das Präcisionsmaß eingeht, gebunden ist, sondern daß die fundamentale Bestimmung (um sie kurz so zu bezeichnen) des Maßes der U. E. durch die Methode der r. u. f. F. die bleibt, es sei reciprok den Werthen D, die dasselbe r, f, z liefern, wofür in der That das Präcisionsmaß nur als ein durch Rechnung zu gewinnender Ersatzwerth eintritt [1]. Auch hatte ich von vorn herein das Verfahren nur aus diesem fundamentalen Gesichtspuncte gefaßt und das Gaußsche Gesetz mit seinem Präcisionsmaße nur wegen der praktischen Undurchführbarkeit des fundamentalen Princips zu Hülfe genommen; wogegen Müller ohne Rücksicht auf dies Bedürfniß von vorn herein mit der Anwendung des Gaußschen Gesetzes in einer Weise vorgeht, welche ihn gar nicht zu einem, als Maß der U. E. brauchbaren Präcisionsmaße geführt hat; daher eben seine Behauptung (p. 20), daß das aus der Methode abzuleitende Präcisionsmaß überhaupt dazu unbrauchbar sei, oder doch nicht weiter brauchbar, als es seine Reciprocität mit der Unterschiedsschwelle beweisen könne.

III. Über die sogenannten zufälligen Fehlervorgänge.

Bei den Methoden der richtigen und falschen Fälle so wie der mittleren Fehler sind die, von Müller so genannten zufälligen Fehlervorgänge, von mir häufig nur kurz Zufälligkeiten genannt, von großem Einflusse auf die Resultate, weniger bei der Methode der eben merklichen Unterschiede, obwohl sie auch hier nicht ganz fehlen. Was ich nun darüber in den „Elementen" (I. 76 ff.) zu sagen wußte, ist wesentlich in folgenden Bemerkungen enthalten.

„Bei allen 3 Methoden spielen unregelmäßige Zufälligkeiten, welche theils den Manipulationen anhaften, theils in subjectiven Verhältnissen der Auffassung der verglichenen Größen begründet liegen, eine große Rolle. . . . Wenn bei den Versuchen die Manipulation sich irgendwie ändert, tritt auch sofort ein anderes Spiel der Zufälligkeiten ein und hören die Maße auf, vergleichbar zu sein; ebenso kann man wegen möglicher Abänderung innerer Verhältnisse bei verschiedenen Individuen nicht denselben Spielraum der Zufälligkeiten voraussetzen."

---

1) Geht man einmal auf die Berechnung der Versuche nach dem Gaußschen Gesetze ein, so kann die Bedeutung des von mir abzuleitenden Präcisionsmaßes für das Maß der U. E. auch noch in anderer Weise erläutert werden, wie in Abschn. VI geschehen wird.

„Es giebt überhaupt keinen Weg, ein von diesen Zufälligkeiten freies Maß zu erlangen; ihre Durchschnittsgröße geht stets in das Maß mit ein. Das hindert nun nicht, vergleichbare Maße der Empfindlichkeit zu gewinnen, so lange dieser Factor constant bleibt, d. h. so lange die unregelmäßigen Zufälligkeiten im Durchschnitte gleiche Größe behalten; ja es würden ohne diese Zufälligkeiten die Maßmethoden der richtigen und falschen Fälle und mittleren Fehler gar nicht existiren. Aber es knüpft sich an die vorige Betrachtung die wichtige Rücksicht, eben auch nur solche Maße der Empfindlichkeit als vergleichbar anzusehen, wobei man ein gleiches Spiel der Zufälligkeiten voraussetzen kann, was eine genaue Vergleichbarkeit der äußern und innern Verhältnisse erfordert."

Nun hat Müller in gewisser Weise Recht, wenn er (p. 335) unter theilweiser Reproducirung voriger Stelle sagt, es sei damit von mir auf die Frage, „welcher Art die zufälligen Fehlervorgänge seien, die sich bei Auffassung eines gegebenen Sinnenreizes mit geltend machen, leider nicht eingegangen"; denn wenigstens ist nicht so weit darein eingegangen, als sich darein eingehen ließ und von ihm selbst eingegangen ist; ich wußte nur eben in den „Elementen" nicht mehr als obiges Allgemeine davon zu sagen, und glaubte damit zunächst der, bei den Maßmethoden darauf zu nehmenden, Rücksicht genug gethan zu haben. Aber es ist Müller'n als Verdienst anzurechnen, daß er die Frage nach der Natur jener Vorgänge specieller ins Auge gefaßt hat, und würde es noch mehr sein, wenn er sie auch triftig beantwortet hätte; was ich nicht ebenso zugestehen kann. Es handelt sich namentlich dabei um drei Hauptfragen: Erstens, sind die zufälligen Fehlervorgänge, die bei den Maßversuchen eine Rolle spielen, vielmehr innere oder äußere im Sinne der weiterhin in dieser Hinsicht zu machenden Unterscheidung. Zweitens, sind die Änderungen, welche die Größe der ps.-ph. Erregungen durch die zuf. Fehlervorgänge erleidet, von dieser Größe unabhängig oder davon abhängig, beziehentlich damit proportional. Drittens, wie ist das Webersche Gesetz mit den thatsächlichen Verhältnissen der zuf. Fehlervorgänge in Beziehung zu setzen, und ergiebt sich etwa von hier aus ein Vortheil für die eine oder andere Deutungsweise dieses Gesetzes. In keinem dieser Puncte aber vermöchte ich nach folgenden Erwägungen Müller'n beizutreten.

Was zwar den ersten Fragepunct anlangt, so wird allgemein gesprochen weder von Müller noch von mir in Abrede gestellt, daß die zufälligen Fehlervorgänge bei den Versuchen sowohl innere als äußere sein können; aber, während ich mich meinerseits in den „Elem."

nicht entschieden habe, ob in der Hauptsache mehr innere oder äußere, nach genauerer Erwägung aber mich für Letzteres entscheide; entscheidet Müller sich für Ersteres, ja so sehr, daß er bei den betreffenden Versuchsmethoden wesentlich nur die inneren für berücksichtigenswerth hält, indem er die specielle Anführung seiner Gründe dafür mit folgenden Worten (p. 342) abschließt. „Nach dem Vorstehenden dürfte im Allgemeinen wenig Widerspruch gegen die Annahme zu erwarten sein, daß die zufälligen Fehlervorgänge, deren Einflüssen unsere Auffassung gegebener Sinnesreize unterliegt, im Innern unseres Organismus stattfindende, die Intensitäten der vorhandenen sensorischen Nervenerregungen beeinflussende Vorgänge sind, z. B. zufällige Schwankungen der Erregbarkeit, unregelmäßige Einflüsse des Blutlaufes, unberechenbare Einwirkungen der in den verschiedenen Theilen des Centralorganes vorhandenen Erregungszustände auf einander u. dgl. mehr."

Die zweite Frage anlangend, so ist nach Müller (p. 346): „die Wirkung der im Nervensystem vor sich gehenden zufälligen Fehlervorgänge ganz unabhängig von der Intensität der Nervenerregung, welche von dem aufzufassenden Sinnesreize hervorgerufen wird", wofür Müllers Gründe mit meinen Gegengründen weiterhin folgen.

Endlich drittens findet Müller auf Grund voriger Bestimmungen und der thatsächlichen Reciprocität der U. Schw. mit dem Präcisionsmaße nur die physiologische Deutung des Weberschen Gesetzes zulässig.

Um nun zuerst auf den ersten Fragepunct einzugehen, so setze ich der Entscheidung Müllers, daß die zufälligen Fehlervorgänge, welche bei den Versuchen eine Rolle spielen, vielmehr innere als äußere sind, folgende Bemerkungen entgegen.

Factisch findet sich, daß die zufälligen Änderungen im Eindruck der Reize, die wir auf zufällige Fehlervorgänge schreiben, nach Maßgabe schwinden, als die äußeren Ursachen derselben bei den betreffenden Versuchen schwinden. In dieser Beziehung ist der Vergleich der Gewichtsversuche nach der Methode der r. u. f. F. mit den Schattenversuchen nach der Methode des e. m. U., — beide in bekannter Weise zur Prüfung des Weberschen Gesetzes angestellt — besonders instructiv. Bei den Gewichtsversuchen macht sich das Spiel der zufälligen Fehlervorgänge in auffälligster Weise geltend, indem die davon abhängigen richtigen, falschen und zweifelhaften Fälle in so unregelmäßiger Weise wechseln, daß das Gaußsche Gesetz zufälliger Abweichungen darauf Anwendung findet; es fehlt aber auch nicht an äußeren Ursachen, worauf dies

geschoben werden kann. In der That läßt sich von vorn herein denken, daß selbst bei möglichst sorgfältiger Gleichhaltung der äußeren Umstände, worauf ich in meinen Versuchen Bedacht genommen, doch ein Gewicht einmal in schieferer Richtung, mit stärker oder anders gedrehter, härter oder weniger hart zugreifender, mehr oder weniger ermüdeter oder eine Nachdauer der vorigen Wirkung an sich tragender Hand erhoben wird als das anderemal oder als das andere Gewicht, und daß diese Umstände, die ich kurz als äußere rechne[1]), nach Zufallsgesetzen variiren. Jetzt nehmen wir die Schattenversuche nach der Methode der e. m. U. dagegen. Wenn man bei diesen den U. beider aneinander grenzender Schatten oder des Schattens von seiner Umgebung bis zur Unmerklichkeit, d. i. ein wenig unter die U. Schw., herabgebracht hat, so sollte er nach Müller durch die inneren Fehlervorgänge bald wieder auftauchen, bald wieder erlöschen, bald scheinbar in den entgegengesetzten umschlagen, wie wir das Entsprechende bei den Gewichtsversuchen sehen, wenn der U. zwischen beiden Gewichten klein ist. Quod non. Man sucht die Grenze zwischen beiden Schatten oder des Schattens von seiner Umgebung vergebens, sucht sie fortgehends vergebens und niemals wechselt der U. für die Auffassung sein Vorzeichen[2]). Auch zwei einander sehr nahe Wolkennüancen, deren U. etwas über der Schwelle ist, thun es nicht. Und möge doch Müller selbst zusehen, ob bei den so zu sagen unzähligen Versuchen mit Schatten und Drehscheiben, überhaupt bei Versuchen nach der Methode der e. m. U. zur Prüfung des Weberschen Gesetzes, irgendwo von solchen Änderungen die Rede ist, wie sie nicht nur bei der Methode der r. u. f. F. sondern auch m. F. eine Hauptrolle spielen. Worin aber liegt der wesentliche Unterschied zwischen den betreffenden Methoden? Man kann ihn doch nur darin finden, daß sich bei ersteren nicht ebenso wie bei den anderen zwischen den Vergleich der Componenten des Unterschiedes räumliche, zeitliche und Bewegungsunterschiede einschieben, welche äußeren Zufälligkeiten Raum geben.

Wir haben hier Gewichtsversuche mit Lichtversuchen verglichen; aber auch bei den Gewichtsversuchen selbst läßt sich der Einfluß der äußeren Umstände im angegebenen Sinne durch folgende Thatsache

---

1) Unregelmäßiger Wechsel der Ermüdung und Nachdauer fallen in sofern unter die Kategorie der äußeren, als sie von Einwirkung der äußeren Gewichte selbst abhängen.

2) Bei wiederholten Einstellungen auf den eben merklichen Unterschied mittelst äußerer Manipulationen wird man freilich auch ein Spiel zufälliger Fehlervorgänge finden können, und in sofern auch die Methode der e. m. U. denselben zugänglich sein.

beweisen, welche Müller selbst an meinem, jetzt in seinen Händen befindlichen, Gewichtsapparat verificiren kann, eine Thatsache, von der ich gestehe, daß sie mich früher in Verlegenheit gesetzt hat, indeß sie sich ganz einfach aus der in der Hauptsache äußeren Natur der zuf. Fehlervorgänge im angegebenen Sinne erklärt.

Man stelle mit zwei ganz gleichen Gewichten eine einhändige Versuchsreihe unter den, in meinen „Elementen" angegebenen (oder auch selbst gewählten) Normalverhältnissen an, d. h. hebe bis zu gegebener Höhe während 1 Sec. das eine Gewicht, setze es während 1 Sec. nieder, thue nach 1 Sec. Zwischenzeit dasselbe mit dem andern nebenstehenden Gewicht, nachdem man in der Zwischenzeit den Handgriff des ersten losgelassen und mit derselben Hand den des andern angefaßt u. s. w., wiederhole nach 5 Sec. Zwischenzeit diesen Doppelversuch u. s. w., so wird man trotz dieser Einhaltung scheinbar ganz gleicher äußerer Versuchsverhältnisse und trotz der objectiven Gleichheit der Gewichte selbst, einen ganz ähnlichen unregelmäßigen Wechsel der Fälle erhalten, als wenn man eine ganz entsprechende Versuchsreihe unter ganz denselben Normalverhältnissen mit zwei, um wenig verschiedenen, Gewichten anstellte; bald wird das eine, bald das andere größer erscheinen, bald beide gleich erscheinen. Ich habe ganze große Versuchsreihen (sog. Reihen ohne D) zum Beweise davon vorliegen. Spricht das nicht aber gerade für Müller? Wenn die äußeren Umstände und die Gewichte gleich bleiben, woher soll der Wechsel der Fälle rühren als von inneren Wechseln? Aber gemach! Hienach hebe man unter übrigens denselben Umständen nur das eine, sich selbst gleiche, Gewicht mit einer und derselben Hand, in denselben Zeitintervallen als vorhin die zwei, so daß zwei Hebungen desselben einen Gewichts an die Stelle der vorigen Hebungen zweier gleichen Gewichte treten, ohne aber während der ganzen Dauer der Versuche die Hand vom Handgriff des einen Gewichtes loszulassen oder ihre Stellung, ihren Druck daran zu verändern, so wird man im Vergleich je zweier solcher Hebungen zwar nicht bloß, aber weit überwiegend gegen die vorige Versuchsweise, Nullfälle erhalten, d. h. den Unterschied null oder zweideutig finden. Warum? weil die Angriffs- und Bewegungsweise des einen, continuirlich mit derselben Hand festgehaltenen und nur gerade auf- und abbewegten Gewichtes nicht ebenso wechseln kann, als der zwei Gewichte im Übergange vom einen zum andern.

Und was wollen nun gegen die, in dieser Hinsicht gegen Müller durchschlagenden Thatsachen, welche die Versuche selbst, um die

sich's handelt, direct angehen, die von Müller weit dazu hergeholten sagen; doch fassen wir sie immerhin näher ins Auge, ob sie etwas dagegen bedeuten.

Müller legt (p. 339) besonderes Gewicht darauf, „daß das leise Ticken einer Taschenuhr, welche sich in einiger Entfernung vom Ohr befindet, keineswegs mit gleichmäßiger Stärke vernommen wird, sondern zeitweise sich eine Zu- oder Abnahme der Schallempfindung bemerklich macht. Wird die Uhr in einer solchen Entfernung vom Ohr gehalten, daß das Ticken nur sehr schwach hörbar ist, so werden nicht bloß zeitweise Schwächungen der Schallempfindung wahrgenommen, sondern die Schläge der Uhr fallen unserer Empfindung nach zuweilen gänzlich aus. Hiebei kann der Übergang von der vollen Intensität der Schallempfindung bis zur gänzlichen Auslöschung derselben ein allmäliger oder plötzlicher sein". Müller fügt zu dieser Thatsache noch Bemerkungen zum Ausschlusse des Verdachts hinzu, daß es objective Schwankungen im Tictac der Uhr selbst sind, wovon die Schwankungen im Hören desselben abhängen, Bemerkungen, die ich ohne Widerrede gelten lasse. Also, so scheint es doch, können nur innere Änderungen die Ursache davon sein.

Nun ist aber zuvörderst durch diese Bemerkungen etwas nicht ausgeschlossen, was zu berücksichtigen war, ohne von Müller berücksichtigt zu sein, ehe er einen Beweis für seine Ansicht aus diesem und ähnlichen Experimenten entnehmen konnte, nämlich, daß das die Luft stets erfüllende allgemeine Geräusch schwache Töne nicht nur überhaupt, sondern auch mit Unterbrechungen hörbar und nicht hörbar werden lassen kann, je nachdem es durch näher kommendes und sich entfernendes Rollen von Wagen, Verstärkung und Schwächung im Wehen des Windes, mehr oder weniger laute Stimmen aus größerer oder geringerer Nähe u. s. w. übertönt oder nicht übertönt wird; was vom Beobachter selbst um so weniger controlirt werden kann, als er seine Aufmerksamkeit vielmehr auf das Ticken der Uhr, als auf mitgehende Geräusche zu richten hat.

Zweitens ist zu bedenken, daß es überhaupt nicht möglich ist, die Aufmerksamkeit willkürlich lange in derselben Richtung gespannt zu halten, indeß zur unwillkürlichen Erhebung der Aufmerksamkeit in bestimmter Richtung über die Schwelle ein gewisses Übergewicht der Stärke der demgemäßen Reize über die immer irgendwie mitspielenden Reize, welche davon abziehen, gehört, wonach aus beiden Gründen beim Versuch, die Aufmerksamkeit anhaltend auf das Ticken der Uhr zu con-

centriren, doch deren schwache Töne mitunter der Aufmerksamkeit entfallen können. Nun ist zwar die Aufmerksamkeit selbst als ein inneres Phänomen anzusehen, nur daß sie bei den Versuchen, um die sich's für uns handelt, — mögen wir sie vergleichshalber auch als Schallversuche anstellen — nicht dieselbe Rolle spielen kann, als bei den Versuchen mit der Uhr. In der That braucht bei unseren Versuchen die Aufmerksamkeit gar nicht auf eine ganze Reihe von Schlägen continuirlich gerichtet zu sein, um keinen zu versäumen, sondern hat sich nur auf jeden, mit dem andern zu vergleichenden, Schall insbesondere kurze Zeit zu richten und dann wieder zu erholen. Wenn man nun zu jedem neuen Schalle, den es aufzufassen gilt, nicht nur mit möglichst gleicher, sondern auch *möglichst starker* Aufmerksamkeit zurückkehrt, indessen sie dazwischen ruhen läßt, so werden die, von Schwankungen der Aufmerksamkeit abhängigen oder darin beruhenden zufälligen Fehlervorgänge überhaupt nur wenig in Betracht kommen, und vollends falsche Fälle nicht darauf geschoben werden können. Daß *gar* nichts auf Schwankungen der Aufmerksamkeit bei den zuf. Fehlervorgängen zu rechnen sei, will ich nicht behaupten. Auch bleibt immerhin nicht schlechthin ausgeschlossen, daß es andere innere Vorgänge aus der allgemeinen Klasse derer, die Müller erwähnt, geben kann, welche einigen Antheil daran haben; *nur müßten sie sich bei den Schatten- und Scheibenversuchen zur Prüfung des Weberschen Gesetzes in einer Weise bemerklich machen, wie es bemerktermaßen nicht der Fall ist*, sollte etwas *Erhebliches* auf sie zu geben sein. Und daß jedenfalls die *specialen* Beispiele, welche Müller noch außer dem Uhrversuche zur Stützung seiner Ansicht beibringt, dafür so gut wie nichts leisten, dürfte aus folgender Mittheilung darüber von selbst hervorgehn.

Müller macht (p. 340) geltend: „daß das positive Nachbild, welches ein Gesichtseindruck hinterläßt, nicht in regelmäßigem Ablaufe bis zum gänzlichen Verschwinden sich verdunkelt, sondern oft in unregelmäßiger Weise momentan ganz verschwindet oder gar in ein negatives Nachbild umschlägt, um kurz darauf wieder als positives Nachbild zu erscheinen.“ Aber in sofern solche Wechsel vorkommen, hängen sie jedenfalls *in der Hauptsache*, fraglich ob nicht *immer*, von äußeren Bewegungen der Augen, der Augenlider, des übrigen Körpers ab, worüber man meine, wie es scheint vergessenen [1]), sehr eingehenden Beobachtungen in Poggend. Ann. XLIV. 525 ff. nachlesen mag.

---

1) Ich sage „vergessenen“, weil Müller sonst nicht bloß nebensächlich der *mög*-

Ferner sollen nach Müller (p. 341) „vor Allem auch die unregelmäßigen Schwankungen der Helligkeit, welche wir bei ganz constanten äußeren Beleuchtungsverhältnissen an dem sog. Eigenlichte der Netzhaut beobachten, auf zufällige innere Nervenvorgänge hindeuten, welche die Erregung äußerer Sinnesnerven und der mit denselben verbundenen centralen Theile beeinflussen." Ich weiß nicht, auf was für Thatsachen sich Müller hiebei bezieht. Daß die Helligkeit des Augenschwarz bei ganz constanten äußeren Beleuchtungsverhältnissen, ohne von Nachbildern afficirt zu sein, überhaupt schwanke, habe ich nie bemerkt, und das Abklingen der Nachbilder ist allgemein gesprochen, abgesehen nämlich von Störungen durch äußere Bewegungen und etwaigen Ausnahmen fraglicher Natur, ein regelmäßiges nach einem gesetzlichen Gange. Ebenso kann ich mich vom früheren gesunden Zustande meiner Augen her nicht erinnern, daß der, wohl in keinem Auge ganz fehlende, doch in gesunden Augen sparsame Lichtstaub im Schwarz des geschlossenen Auges (Pogg. XLIV. 517) in kurzen Intervallen unregelmäßig nach Häufigkeit oder Intensität geschwankt habe, und auch jetzt, wo mein geschlossenes Auge von einem sehr dichten, rasch zitternden (flackernden) Lichtstaub erhellt ist, ändert sich die Intensität und Elongation des Zitterns nur nach Maßgabe des krankhaften Reizzustandes von einer Periode zur andern, nicht zufällig während der zu einer Versuchsreihe erforderlichen Zeit.

Was die zufälligen Schwankungen der Empfindungsintensität bei tabes dorsalis und im Zustande der Schläfrigkeit anlangt, deren Müller (p. 341) noch gedenkt, so ist ja allerdings möglich, daß hiebei innere Schwankungen sich leichter und stärker geltend machen, als im Zustande gesunder Nervenstimmung und im vollen Wachen; aber nur in Zuständen gesunder Nervenstimmung und im vollen Wachen sind die Versuche anstellbar, um die sich's für uns handelt.

Wenden wir uns jetzt zur zweiten Behauptung Müllers, daß die Änderungen, welche die von außen hervorgerufenen ps.-ph. Erregungen, kurz äußeren Eindrücke, durch die zufälligen Vorgänge erfahren, unabhängig von der Größe dieser Eindrücke, d. i. ps.-ph. Erregungen, sind. Da Müller die zuf. Fehlervorgänge wesentlich nur für innere hält, bezieht er die Frage auch bloß auf die durch solche hervorgebrachten Änderungen; da wir aber nach Vorigem den äußeren Vorgängen sogar eine noch wichtigere Rolle zuzuschreiben haben, werden wir auch diese vorzugs-

---

lichen Mitbetheiligung solcher äußeren Bewegungen am Entstehen des Phänomens gedacht haben würde.

weise zu berücksichtigen haben, ohne doch die Frage schlechthin auf sie zu beschränken.

In das Gehirn direct hineinsehen können wir freilich nicht, also eine directe Entscheidung über die Frage ist nicht möglich, doch werden wir Anhaltspuncte in der Erfahrung suchen müssen. Das Einzige aber, was ich in dieser Hinsicht von Müller geltend gemacht finde, ist Folgendes:

Mit Bezug auf die oben besprochenen Unterbrechungen sehr schwacher Gehörsempfindungen (beim Picken einer Uhr) durch die von ihm angenommenen inneren Fehlervorgänge sagt er: „warum bewirken nun jene Fehlervorgänge nicht auch gänzliche Intermissionen starker Gehörsempfindungen? Offenbar kommen jene Unterbrechungen sehr schwacher Sinnesempfindungen dadurch zu Stande, daß der dem vorhandenen Fehlervorgange entsprechende [innere] negative Erregungszuwuchs — ε seinem absoluten Werthe nach größer oder mindestens gleich groß ist als die durch den Sinnesreiz bewirkte Nervenerregung und in Folge dessen dieselbe ganz auslöscht. Wären nun die zufälligen Fehlervorgänge von den eintretenden Nervenerregungen abhängig und zwar die Größen ε den letzteren proportional, so müßten offenbar auch die starken Nervenerregungen durch die zufälligen Fehlervorgänge zuweilen ganz ausgelöscht werden können. Dies ist aber durchaus nicht der Fall, und zwar eben deswegen nicht, weil die Größen ε im Allgemeinen von den Nervenergungen unabhängig sind, mithin in Vergleich zu der vorhandenen Erregungsintensität um so geringer sind, je größer diese ist, und demgemäß nur sehr schwache Nervenerregungen ganz auszulöschen vermögen."

Aber Müller unterläßt hiebei ganz, den Umstand zu berücksichtigen, daß schwache Reize der Schwelle nahe, starke weit davon entfernt sind, jene also durch dieselbe proportionale Änderung unter die Schwelle fallen können, bei welcher diese noch darüber erhoben bleiben. Setzen wir z. B., zwei Eindrücke, wovon der eine 10 mal so stark als der andere ist, werden durch einen Fehlervorgang beide ihrer Größe proportional auf die Hälfte reducirt, so kommt der gleich 1 gesetzte schwache auf $1/2$, der andere auf 5 herab. Der Eindruck $1/2$ aber fällt unter die Schwelle, mag diese bei 1, 2, 3 oder 4 liegen, indeß der Eindruck 5 immer noch darüber bleibt. Nun läßt freilich Müller im Sinne seiner physiologischen Ansicht eine innere Empfindungsschwelle nicht gelten, sondern die kleinste innere ps.-ph. Erregung ruft nach ihm schon eine kleinste Empfindung hervor; um die innere Empfindungsschwelle aber handelt es sich bei den innerlichen Eindrücken, die wir hier im Auge haben. Aber abgesehen, daß ich keinen Grund finde, meine ps.-ph. Ansicht mit Müllers physio-

logischer zu vertauschen (s. XII.) leistet auch die Rücksicht auf die nicht wegzudisputirende Mischungsschwelle (s. XV.) dasselbe als die Rücksichtnahme auf die einfache Empfindungsschwelle. So lange der Mensch wach ist, ist er immer irgendwie durch ein Spiel von außen und innen einwirkender Reize beschäftigt, und soll ein Reiz als besonderer spürbar werden, so muß er erst eine gewisse Grenze der Stärke, die Mischungsschwelle überschreiten, um sich aus dem Gemische der übrigen Reize als unterscheidbar besonders herauszuheben; eine schwache innere Erregung aber kann leichter unter die Mischungsschwelle fallen, als eine starke. Endlich reicht es schon hin, zu berücksichtigen, daß die Aufmerksamkeit leichter durch starke als schwache Reize über der Schwelle erhalten wird, um jene Thatsachen, die Müller nur im Sinne seiner Ansicht glaubt erklären zu können, anders zu erklären.

Abgesehen vom vorigen empirischen Grunde findet es Müller (p. 343) überhaupt „schwer, einzusehen, wie die den zufälligen Fehlervorgängen entsprechenden positiven und negativen Zuwüchse der eintretenden Nervenerregung von der Intensität dieser Nervenerregung abhängig und zwar derselben proportional sein sollten, da sie nicht erst in der von außen hervorgerufenen Nervenerregung sondern in anderen inneren Verhältnissen ihren Grund haben“.

Aber natürlich stellt sich das anders, ja umgekehrt, wenn die zufälligen Fehlervorgänge vielmehr äußere als innere sind. Erläutern wir es näher an den Gewichtsversuchen.

Die Weise, wie die Gewichte gehoben werden, hat auf die Wirkung, welche jedes Gewicht in Hervorrufung der inneren ps.-ph. Erregung äußert, einen derartigen Einfluß, als ob das Gewicht dadurch um ein Gewisses objectiv vergrößert oder verkleinert worden wäre, was wir die scheinbare Änderung desselben nennen (sachlich übereinkommend mit Müllers zufälligem Beobachtungsfehler), indeß das so vergrößert oder verkleinert vorgestellte Gewicht selbst das scheinbare heißen kann. Sofern nun alle Theile eines gegebenen Gewichts zugleich von demselben Einflusse betroffen werden, kann die scheinbare Änderung desselben einerseits der Intensität des verändernden Einflusses, anderseits der Größe des Gewichtes proportional gelten oder es wird sich wenigstens zunächst hypothetisch so annehmen lassen, um sich weiterhin durch seine Consequenzen zu rechtfertigen. Hienach aber ist am einfachsten anzunehmen und geschieht so im Sinne der von mir vertretenen ps.-ph. Ansicht, daß die von den Gewichten gemachten inneren ps.-ph. Eindrücke den Gewichten selbst und die zufälligen Änderungen dieser Eindrücke den zufälligen Änderungen

der Gewichte proportional gehen; woraus dann unter voriger Voraussetzung von selbst folgt, daß die zufälligen Änderungen der inneren Eindrücke den inneren Eindrücken selbst proportional gehen [1]). Sollte aber auch im Sinne der von Müller vertretenen physiologischen Ansicht vielmehr logarithmische Abhängigkeit als Proportionalität zwischen Innen und Außen bestehen (um kurz so zu sprechen), so würde auch dann nicht die von Müller behauptete Unabhängigkeit der zufälligen Änderungen der inneren Eindrücke von deren Größe statt finden, sondern nur statt der einfachen Proportionalität dazwischen eine andere Art der Abhängigkeit bestehen; bei der jetzigen Hauptfrage aber handelt es sich vielmehr erst um Abhängigkeit oder Nichtabhängigkeit in betreffender Hinsicht überhaupt, als um eine bestimmte Art der Abhängigkeit. Sollte Unabhängigkeit der inneren Änderungen der Eindrücke von deren Größe statt finden, so müßten schon die zufälligen Änderungen der äußeren Gewichte von deren Größe unabhängig sein; und es ließe sich ja wohl gegen die obige Begründung der Proportionalität zwischen beiden der Vorwurf mangelnder Strenge erheben und in gewissem Sinne zuzulassen sein; aber, wenn nicht eine mindestens angenäherte Proportionalität dazwischen bestände, so bliebe nach den weiterhin bei der dritten Hauptfrage folgenden Erörterungen ebenso für die physiologische als psychophysische Auffassung des Weberschen Gesetzes unerklärlich, wie eine approximative Bewährung dieses Gesetzes überhaupt durch Versuche mit zufälligen Fehlervorgängen und mittelst derselben selbst zu Stande kommen könne.

Um nun hienach auch die, unstreitig nicht ganz fehlenden, inneren zufälligen Fehlervorgänge zu berücksichtigen, so ist zuvörderst zu bemerken, daß sie, wenn schon innerhalb unseres Organismus vorgehend, sich doch in sofern äußerlich zu den aus der Außenwelt stammenden inneren Eindrücken verhalten, als sie Sache einer, abgesehen von diesen Eindrücken wechselnden, allgemeinen organischen Thätigkeit sind, womit wir zunächst auf Müllers eigene Vorstellungsweise davon eingehen, indem wir annehmen, daß diese wechselnden Vorgänge ändernd zu den inneren Eindrücken hinzutreten, und ihr zufälliges $+\varepsilon$ und $-\varepsilon$ dazu fügen. Gleichviel aber ob man diese Vorgänge aus einem oder dem andern Gesichtspuncte als innere oder äußere fassen will, so scheint mir folgende allgemeine Betrachtung darauf anwendbar.

---

1) Wohl verstanden, nicht die einzelnen Änderungen, sondern die Summe oder der Durchschnitt der Änderungen ist dem Mittel der sich ändernden Eindrücke, von wo an die Änderungen selbst gerechnet werden, proportional zu denken.

Überall sonst sehe ich, wenn Größen, so oder so entstanden, sei es durch äußere oder innere Gründe, zufällig variiren, daß sie in Abhängigkeit von ihrer (mittleren) Größe, allgemein gesprochen derselben proportional variiren; und wie sollten sie nicht, sofern mehr Theile und Momente auch den inneren und äußeren ändernden Ursachen mehr Angriffspuncte bieten. Es wird nur außer der Größe selbst, welche variirt, auch die Größe, der Spielraum der ändernden Ursachen mit in Betracht kommen, so wie die specifische Empfänglichkeit der Größe für Änderungen überhaupt. Also wird die Größe der zufälligen Variation bei gleicher Natur der Größe in zusammengesetztem Verhältnisse dieser Größe und der ändernden Einflüsse stehen, unter Mitrücksicht, daß, wenn äußere ändernde Einflüsse nicht auf alle Theile der betreffenden Größe mit gleicher Stärke wirken, nur der betreffende Verhältnißtheil der Wirkung darauf in Rechnung kommt. Es ist dies nicht nur Sache vernünftiger Betrachtung, sondern auch einer so allgemeinen Erfahrung in den verschiedensten Gebieten, daß wir vielmehr Induction als Analogie darin sehen können. So schwankt die Welle, obwohl vom äußeren Winde gehoben, in Abhängigkeit nicht bloß von der Stärke des Windes, sondern auch von ihrer eigenen mittleren Größe; die Stärke des Windes selbst, das Grollen des Donners, die Höhe der Tanne, die Größe der Maus und des Elephanten (in den verschiedenen Exemplaren derselben) schwanken alle in Abhängigkeit einerseits von ihrer mittleren Größe, anderseits der ändernden Ursachen; warum sollte es mit den zufälligen Schwankungen der inneren Eindrücke anders sein.

Ich will zwar einen Einwurf nicht verschweigen, der sich gegen die vorige Betrachtung erheben läßt. Von jedem Körper kann ich ein Stück abschneiden, ohne daß die Veränderung, die er dadurch erfährt, seiner Größe proportional ist, und wenn ich einen Stoß mit gegebener Kraft auf einen Billardball thue, wird weder die Quantität noch lebendige Kraft der Bewegung, die daraus hervorgeht, proportional der Masse des Balles wachsen; solcher Beispiele von verschiedenster Form aber ließen sich unzählige anführen, wo unser Proportionalitätsgesetz fehlschlägt. Aber das sind alles Änderungen in einseitiger Richtung, in deren Hervorbringung sich die Wirkung einer beschränkten Kraft erschöpft, unsern Falles aber handelt es sich um zufällige Richtungswechsel von Änderungen durch Kräfte, die aus der fortbestehenden lebendigen Kraft des Gesammtorganismus stammen; und wenn schon die abstracte Möglichkeit besteht, daß sie sich dennoch hinsichtlich der Proportionalitätsfrage verhalten wie jene, was ich nicht schlechthin widerlegen kann, wüßte

ich doch kein analoges Beispiel in der Natur dazu zu finden, so daß jedenfalls unserer Betrachtung eine überwiegende Wahrscheinlichkeit bleibt.

Endlich zur dritten Hauptfrage, d. i. wie das Webersche Gesetz mit den thatsächlichen Verhältnissen der zufälligen Fehlervorgänge in Beziehung zu setzen sei, und ob sich etwa von hier aus ein Vortheil für die psychophysische oder physiologische Deutung des Gesetzes ergebe.

Meines Erachtens beantwortet sich diese Frage so. Das Webersche Gesetz läßt sich unter folgender Form aufstellen: wenn der Unterschied zweier Reize sich den Reizen proportional ändert, so bleibt die Empfindung des Unterschiedes dieselbe; wonach z. B. der Unterschied zwischen den Reizen 1 und 2 als gleich groß mit dem Unterschiede zwischen 2 und 4 empfunden wird, trotz dem, daß der zweite Unterschied doppelt so groß als der erste ist.

Sofern nun die Änderungen der Reize durch die zufälligen Fehlervorgänge proportional den Reizen sind, bleibt auch die Änderung ihres Unterschiedes proportional den Reizen, und kann also das Gesetz, insoweit es ohne die zufälligen Fehlervorgänge besteht, durch dieselben nicht alterirt werden, und es wird also zur Bewährung desselben jedes Verfahren, welches zufällige Fehlervorgänge mitführt, dienen können, ja die Änderungen durch diese Vorgänge selbst zur Prüfung mit verwandt werden können, vorausgesetzt nur, daß wirklich die Änderungen der Reize durch die zufälligen Fehlervorgänge den Reizen proportional bleiben.

Nun ist oben (S. 34 f.) der Gesichtspunct angegeben, unter welchen man das Zustandekommen dieser Proportionalität fassen kann; aber es ist auch zugestanden, daß er nicht als streng anzusehen und ihm noch etwas von Hypothese anhaftet; wonach man jedenfalls nicht a priori behaupten kann, daß diese Proportionalität überall streng eingehalten werde. Wohl, insoweit es nicht der Fall ist, wird auch die Bewährbarkeit des Gesetzes durch die Versuche einen Abbruch erleiden; und dies kann möglicherweise zu den empirischen Abweichungen vom Gesetze in der äußeren Psychophysik beitragen; wogegen umgekehrt die Bewährbarkeit des Gesetzes in gegebenen Grenzen auch für die betreffende Proportionalität in diesen Grenzen spricht; und, wie schon oben bemerkt, könnte nicht einmal eine angenäherte Bewährung des Gesetzes statt finden, wenn nicht eine angenäherte Proportionalität statt fände.

Letztere Betrachtung scheint mir gleich gültig, mag man die psychophysische oder physiologische Deutung des Gesetzes (s. XII.) acceptiren, und hienach ist in den Verhältnissen der zufälligen Fehlervorgänge überhaupt keine Entscheidung zwischen beiden zu finden, was nur der Fall

wäre, wenn in diesen Verhältnissen zugleich eine Entscheidung läge, ob die äußeren Reize einschließlich der ihnen proportionalen Änderungen durch die zufälligen Fehlervorgänge sich in proportionale oder logarithmisch davon abhängige innere Eindrücke übersetzen.

Jedenfalls kann ich, indem ich das Erste aus andern Gründen annehme (s. XII.), gar keine Schwierigkeit finden, die Verhältnisse der zufälligen Fehlervorgänge mit der psychophysischen Auffassung des Weberschen Gesetzes zu vereinbaren, indeß ich aus jenen andern Gründen, die in einem andern Abschnitt (XII.) zu besprechen, die physiologische Auffassung des Weberschen Gesetzes ablehne.

Was Müller anlangt, so behandelt er unsere dritte Hauptfrage in Zusammenhang mit einer andern Frage: nämlich, wie die, im VI. Abschnitt zu besprechende, reciproke Proportionalität zwischen Präcisionsmaß und Unterschiedsschwelle zu erklären sei, und kommt auf Grund seiner Annahmen über die Natur und Verhältnisse der zuf. Fehlervorgänge und unter Zuhülfenahme abstracter Rechnungen (p. 338 und 250 ff.) zu folgendem Schlusse (p. 338). „Wir gelangen also vom Standpuncte der physiologischen Deutung des Weberschen Gesetzes aus zu einer sehr einfachen [?] Erklärung der thatsächlichen Proportionalität des Präcisionsmaßes und der absoluten Unterschiedsempfindlichkeit [1]), wenn wir annehmen, daß der bei Auffassung einer gegebenen Reizstärke sich mit geltend machende zufällige Fehlervorgang im Allgemeinen ein Vorgang sei, welcher im Inneren unseres Organismus statt findet und sich als ein von der Intensität des gegebenen Sinnesreizes und der eintretenden Nervenerregung ganz unabhängiger, positiver und negativer, Zuwuchs zu der eintretenden Nervenerregung fassen läßt. Und andererseits läßt sich sagen, daß, sobald letztere Annahme bewiesen ist, die thatsächliche Proportionalität des Präcisionsmaßes und der absoluten Unterschiedsempfindlichkeit die Richtigkeit der physiologischen Deutung des Weberschen Gesetzes ganz außer Zweifel stellt".

Nun mögen Andere Müllers Schlußgang in dieser Hinsicht einfacher als ich finden; natürlich aber fällt überhaupt mit der Richtigkeit der Voraussetzungen, welchen Müllers hieher gehörigen Erörterungen und Formeln unterliegen, auch die Richtigkeit der daraus gegen die ps.-ph. Deutung des Weberschen Gesetzes gezogenen Folgerungen; und es ist um so weniger Anlaß, seinen Rechnungsweg in dieser Hinsicht zu repro-

---

1) Es ist hiebei daran zu erinnern, daß er deren Maß schlechthin mit der reciproken Unterschiedsschwelle identificirt.

duciren, als die Deutung der betreffenden Proportionalität sich im Sinne der pſ.-ph. Deutung des Gesetzes weiterhin (Abschn. XI.) einfach genug ergeben wird.

Man kann nach all' dem fragen, was die zufälligen Fehlervorgänge und dadurch hervorgerufenen Fehler oder scheinbaren Abweichungen, sofern sie äußere sind, was sie jedenfalls in der Hauptsache sind, für die Unterschiedsempfindlichkeit bedeuten, und wiefern sie beim Maße derselben in Betracht kommen. Sie würden nichts für die U. E. bedeuten und zu keinem Maße derselben führen können, wenn sich nicht mit ihrem äußeren Vorgehen eine Wirkung aufs Innere verbände, welche nach inneren Bedingungen der Auffassung größer oder kleiner sein kann, womit auch der innere Factor der U. E. ins Spiel kommt. In der That, so wie ein äußerer Reiz nach den inneren Bedingungen der Auffassung größer oder kleiner erscheinen kann, so auch die Änderungen, welchen der äußere Reiz zufällig unterliegt. Dieser innere Factor geht überall in die Wirkung der zufälligen Fehlervorgänge mit ein. Gesetzt nun z. B. zwei Individuen a, b, bei denen die U. E. vermöge dieses inneren Factors verschieden, größer für a als b, ist, stellen äußerlich ganz vergleichbare Versuche nach der Methode der mittleren Fehler an, die Normaldistanz N sei bei beiden dieselbe, die äußeren zufälligen Fehlervorgänge seien dieselben, so wird doch dieselbe kleine Abänderung von N durch eine äußere Zufälligkeit, oder, was damit äquivalent ist, derselbe, unter dem Einfluß der Zufälligkeit erhaltene, kleine U. der Fehldistanz f von der Normaldistanz N, der für a schon merklich ist, für b noch nicht merklich sein, wird noch unter die Schwelle fallen, und mithin zur Größe des mittleren Fehlers beitragen, als welcher nur von den unter die Schwelle fallenden Abweichungen zwischen f und N abhängt, indeß er zu dem mittleren Fehler für a nicht beiträgt, der daher kleiner als für b ist, und wird hiedurch für die größere U. E. von a beweisen.

Die Methode der r. u. f. F. anlangend, so bleibt sich innerhalb der Grenzen des Weberschen Gesetzes das Verhältniß r, f, z und mithin der Werth hD, womit dieses Verhältniß zusammenhängt, gleich, wenn beide Reize sich in demselben Verhältniß ändern, womit sich zugleich ihr U. D in diesem Verhältniß ändert, was mitführt, daß h sich im umgekehrten Verhältniß als D ändert; und auch wo das Webersche Gesetz nicht rein zutrifft, nimmt doch bei Änderung der Reize im gleichen Verhältniß h ab, wenn D wächst und umgekehrt. Statt einer Änderung der äußeren Reize und hiemit ihres Unterschiedes in gegebenem Verhältnisse kann sich aber auch der Verhältnißtheil, in welchem die Reize innerlich

aufgenommen werden, also die U. E., aus innerem Grunde ändern, und dies denselben Erfolg auf h haben, als wenn sich die äußeren Reize mit ihrem Unterschiede änderten, hiedurch die Änderung des h bei durchschnittlich gleich gehaltenen äußeren Umständen maßgebend für die Änderung der U. E. aus inneren Gründen werden.

Man sieht also, daß trotz der Äußerlichkeit der zufälligen Fehlervorgänge, auf deren Verwerthung sich die Methoden der m. F. und der r. u. f. F. stützen, die innere Empfindlichkeit nicht minder bei der einen als andern Methode Einfluß auf die Maßwerthe hat, die daraus hervorgehen. Man muß nur eben berücksichtigen, daß diese Verwerthung nach Urtheilen geschieht, welche von der inneren Empfindlichkeit abhängen.

Es geht nun freilich auch aus vorigen Betrachtungen hervor, daß die U. E. überhaupt nur mit Rücksicht auf die äußeren Umstände, unter denen sich der U. darbietet, gemessen werden kann, und daß, wenn sie bloß nach ihrem inneren Factor bei verschiedenen Zuständen des Individuums verglichen werden soll, der Spielraum oder Durchschnitt der äußeren Zufälligkeiten dabei gleich gehalten werden muß, wie dies auch schon in den Elementen erinnert worden ist.

Mit Rücksicht auf vorige Erörterungen erläutere ich hienach den schon oben gebrauchten, folgends Kürze halber noch öfter zu brauchenden, Ausdruck *scheinbar* etwas bestimmter. Ich spreche von scheinbaren Größen, scheinbaren Unterschieden, scheinbaren Veränderungen in folgendem Sinne.

Die Wirkung, welche äußere Reize auf das Innere, d. i. die ps.-ph. Thätigkeit und hiemit auf die Seele, äußern, hängt nicht bloß von ihrer Größe selbst, sondern auch von verschiedenen äußeren Umständen ihrer Anbringungsweise und Stellung gegen die auffassenden Organe, so wie von den inneren Verhältnissen der auffassenden Organe selbst ab und kann nicht ohne Rücksicht hierauf beurtheilt werden.

Gehen wir nun von irgendwelchen Ausgangsbedingungen in dieser Hinsicht aus, so kann man für jede Änderung, welche dieselben ohne Änderung der Reizgröße, womit man operirt, erleiden, für die Wirkung auf das Innere diejenige Änderung der Reizgröße selbst substituirt denken, welche unter constant erhaltenen Ausgangsbedingungen dieselbe Wirkung auf das Innere, die Empfindung, hervorgebracht hätte[1]). So-

1) Im Wesentlichen stimmt dies mit einer von Müller eingeschlagenen Betrachtungsweise überein, nur daß er vielmehr von innern Vorgängen abhängig macht, was ich in der Hauptsache auf äußere schiebe, und den mir bequem scheinenden Ausdruck *scheinbar* nicht gebraucht.

fern aber doch die *wirkliche* Reizgröße bei Änderung jener Bedingungen ungeändert bleibt, nennen wir die, so als Änderung der Reizgröße repräsentirte, Abänderung der Wirkungsgröße des Reizes durch Änderung der Umstände die *scheinbare* Abänderung der Reizgröße, und die abgeändert gedachte Größe des Reizes selbst die *scheinbare* Größe desselben.

Wohl verstanden ist hiemit nicht die Größe gemeint, unter welcher der Reiz innerlich, psychisch, *erscheint*, die vielmehr erst von seiner scheinbaren, einer objectiven äußeren Größe äquivalenten, Größe nach psychophysischen Gesetzen abhängt, sondern es handelt sich bei dem Gebrauche des Ausdruckes eben nur um den Schein, daß von der Reizgröße an sich selbst abhänge, was vielmehr von Abänderung ihrer Verhältnisse abhängt.

Gilt es den Unterschied zweier Reize, so kann jeder von beiden durch Änderung der Umstände, unter denen er wirkt, scheinbar abgeändert werden, wodurch ein scheinbar abgeänderter Unterschied beider Reize hervorgeht, vorstellbar durch einen abgeänderten wirklichen Unterschied beider Reize unter Festhaltung irgendwelcher constanten Ausgangsbedingungen.

Insofern die scheinbaren Veränderungen eines Reizes oder Unterschiedes in vorigem Sinne mit den wirklichen bezüglich der Wirkung auf das Innere unter einen gemeinsamen Gesichtspunct treten, werde ich auch beide, insofern sie den Charakter zufälliger Änderungen tragen, unter dem gemeinsamen Namen zufälliger Änderungen begreifen.

Bei der Methode der r. u. f. F. kommt es bekanntlich vor, und ist schon vorhin darauf Bezug genommen, daß ein wirklicher Unterschied der Reize durch die zufälligen Fehlervorgänge, denen er unterliegt, seine Richtung scheinbar (in vorigem Sinne) verkehrt, hiemit die sog. falschen Fälle giebt. In Bezug hierauf ist folgende, später zurückzurufende, Bemerkung zu machen.

Setzen wir erst die zufälligen Fehlervorgänge als wegfallend voraus, und sei der Reiz B an sich größer als A, so wird er auch größer erscheinen, umgekehrt, wenn A größer als B ist, kurz die Richtung der Unterschiedsempfindung, welche dem wirklichen Unterschied zwischen B und A zugehört, wird mit der Richtung dieses Unterschiedes zusammenfallen, dasselbe also auch von dem Indifferenzpuncte oder Nullpuncte zwischen beiden Richtungen gelten. Nun kann durch die zufälligen Fehlervorgänge, wenn solche B in anderer Weise als A *treffen*, die Richtung des wirklichen Unterschiedes scheinbar verkehrt werden, diese Verkehrung

aber immer noch so vorgestellt werden, als wenn sie Sache einer wirklichen Änderung der Reize bei Wegfall der zufälligen Fehlervorgänge wäre, einer solchen Änderung nämlich, die für die Empfindung dasselbe leistete. Hienach aber wird auch die Richtung der scheinbaren Unterschiede und ihrer Änderungen mit der Richtung der zugehörigen Unterschiedsempfindungen und ihrer Änderungen, so wie der Indifferenzpunct oder Nullpunct beiderseits zusammentreffen.

IV. Die Methode der richtigen und falschen Fälle (r. u. f. F.) in Anwendung auf das Maß der Unterschiedsempfindlichkeit*) aus practischem Gesichtspuncte.

Müller hat meine, in den „Elementen" vorliegende, Behandlung der Methode der richtigen und falschen Fälle so ganz umgestürzt und umgemodelt, daß in der That nur die Frage sein kann, ob er sie damit erst ins Geschick oder nicht vielmehr außer Geschick gebracht hat. Da es nun für den, welchem es um die praktische Anwendung der Methode zu thun ist, nicht gelegen sein kann, sich in einen theoretischen Streit zu vertiefen, um das, was er praktisch braucht, daraus zu abstrahiren, so habe ich das in letzter Beziehung Wesentliche sowohl im Sinne meiner früheren, auch ferner zu vertretenden, Auffassung als der neuen Müllerschen in diesem Abschnitte besonders zusammengestellt, was selbst denen, welche die letztere vorziehen sollten, willkommen sein kann, da Müller selbst es nicht eben bequem gemacht hat, ihm in dieser Hinsicht zu folgen. Die beiden nächsten Abschnitte werden dann auf die Gründe eingehen, die mich unter Anerkennung des großen Scharfsinns, welchen Müller in meiner Bestreitung entwickelt hat, doch von der obigen Alternative die zweite behaupten lassen.

Um die wesentlichsten Puncte der Abweichung zwischen Müller und mir hier vorweg zu resumiren, so bestehen sie darin: daß Müller das Möbiussche Linienschema, auf dem ich gefußt habe, gänzlich verwirft und als völlig unmotivirt erklärt; daß er die Anwendung des von mir abgeleiteten Präcisionsmaßes zum Maße der Unterschiedsempfindlichkeit verwirft, und für denselben Zweck den reciproken Werth der von ihm abgeleiteten Unterschiedsschwelle substituirt; daß er meine Gleichtheilung

---

1) Von Anwendung der Methode auf das Maß der absoluten Empfindlichkeit wird erst in einem späteren Abschnitte bei den dahin gehörigen Tastversuchen die Rede sein.

der zweifelhaften Fälle nach positiver und negativer Seite verwirft, und dafür die Gleichheit der Unterschiedsschwelle nach beiden Seiten einführt; daß er meine einfache Verwendung des Gaußschen Gesetzes zufälliger Abweichung auf die Methode verwirft, und dafür eine sehr complicirte als allein zum Zweck führend substituirt. Und sollte er nicht wenigstens mit etwas von all' dem gegen mich im Rechte bleiben? Nun, es wird sich ja in den folgenden Abschnitten zeigen; indeß im jetzigen wesentlich nur die, an sich sehr geringen, praktischen Abweichungen zwischen uns zur Sprache kommen werden, welche aus der verschiedenen Verwerthungsweise der zweifelhaften Fälle hervorgehen, da im Grunde der ganze theoretische Umsturz, den meine Behandlung der Methode durch Müller erfahren hat, praktisch in nichts weiter ausläuft.

Abgesehen von der Controverse zwischen Müller und mir wird übrigens dieser Abschnitt noch auf manche andere bisher nicht erledigte Puncte von praktischem Interesse für die Methode eingehen und in dieser Hinsicht insbesondere auf Verhandlungen mit Wundt geführt werden.

1) Vorbemerkungen über das Wesentlichste der Methode und die gewählten Bezeichnungen.

Seien zwei, allgemein mit A, B (bei den Gewichtsversuchen mit P und P') zu bezeichnende, Reize gegeben. Sie können gleich oder ungleich sein. Im Fall der Ungleichheit sei B der größere, und der wirkliche Unterschied (U.) beider $B - A = D$. Werde nun derselbe in wiederholten, sagen wir n, Fällen beobachtet, so wird er, vermöge Zufälligkeiten, sog. zufälligen Fehlervorgängen, doch bald größer bald kleiner erscheinen, ja, wenn er nicht zu groß ist, sich mitunter scheinbar verkehren können. Einen Fall, wo der größere Reiz B wirklich größer erscheint, bezeichnen wir als richtigen oder positiven mit r, einen Fall, wo B kleiner erscheint als A, als falschen oder negativen mit f, und einen Fall, wo ein U. zu fehlen scheint oder die Richtung des U. zweideutig wird, als zweifelhaften oder Nullfall mit z. Zugleich werden r, f, z zur respectiven Bezeichnung der Zahl dieser Fälle dienen, so daß $r + f + z = n$ und $\frac{r}{n} + \frac{f}{n} + \frac{z}{n} = 1$; oder, wenn man die Zahlen als Procente der Totalzahl giebt: $r + f + z = 100$.

Boas[1]) unterscheidet bei der Methode der r. u. f. F. nicht bloß richtige, falsche und zweifelhafte oder Gleichheitsfälle, sondern richtige, falsche, zweifelhafte und

1) Pflügers Arch. XXVI. 1881. p. 494.

Gleichheitsfälle, indem er zwischen den beiden letzten einen Unterschied auf Grund folgender Bemerkungen macht.

Er erinnert zuvörderst daran, daß man nach Bohns photometrischen Untersuchungen [1]) bei Vergleichung zweier Lichtintensitäten Fälle unterscheiden könne, in denen wenig verschiedene Intensitäten durchaus nicht unterschieden werden und solche, in denen man einen Unterschied bemerkt, aber nicht entscheiden kann, welche Intensität die größere sei. Boas erklärt die gleiche Beobachtung bei photometrischen Beobachtungen und entsprechende auch bei Augenmaßversuchen gemacht zu haben, in welcher Beziehung er sagt: „Bei der Vergleichung zweier Striche von sehr wenig verschiedener Länge beurtheilt man dieselben als gleich, als verschieden, ohne über ihr Größenverhältniß sicher entscheiden zu können, oder hält einen für entschieden länger als den anderen“ und fügt hinzu: „nach diesen Erfahrungen ist es gewiß nöthig, allgemein zwei Schwellenwerthe zu unterscheiden, indem man annehmen muß, daß Differenzen, die kleiner sind, als der kleinere Schwellenwerth, gar nicht empfunden werden, solche die größer sind als der kleinere, aber kleiner als der größere Schwellenwerth, empfunden werden, aber nicht beurtheilt werden können. Um einen kurzen Ausdruck für diese Werthe zu haben, bezeichne ich den kleineren Schwellenwerth als den inneren, den größeren als den äußeren, da der positive und negative Werth dieses den positiven und negativen Werth der kleineren umschließen.“

Meinerseits nun habe ich bei meinen Gewichtsversuchen keinen Anlaß gefunden, einen bestimmten Unterschied zwischen Gleichheitsfällen (Nullfällen) und zweifelhaften Fällen im angegebenen Sinne zu machen; womit ich nicht leugne, daß, wo sich bei anderen Beobachtern und in anderen Versuchsgebieten ein Anlaß, beiderlei Fälle bestimmt zu unterscheiden, bietet, auch diese Unterscheidung zu machen sei. Aber sei es, so wüßte ich doch keinen Gesichtspunct, welcher zu einer verschiedenen mathematischen Behandlung beider Fälle aufforderte und eine verschiedene resultirende U. Schw. danach herausrechnen ließe; gehe daher folgends auf die betreffende Unterscheidung nicht ein, sondern fasse die zweifelhaften und Gleichheitsfälle, auch wo sie unterschieden werden, für mathematische Verwerthung nach meinem wie Müllers Theilungsprincip (I oder II) unter den z zusammen. Auch finde ich bei den Augenmaßversuchen von Boas selbst (mit abgeänderter Aufmerksamkeit), p. 498 seiner Abhandlung, keinen Unterschied im betreffenden Sinne gemacht, sondern bloß zweifelhafte Fälle als z angeführt. Daß bei jener Unterscheidung zwei Schwellen, statt einer mittlern anzunehmen seien, kann theoretisch möglich, doch praktisch voraussichtlich ohne Vortheil sein.

Bei den, auf absolute Empfindlichkeit bezüglichen Tastversuchen werden von der Mehrzahl der Experimentatoren Nullfälle (sog. falsche Fälle) und unentschiedene Fälle in einem andern Sinne als hier von Boas unterschieden, worauf jedoch für jetzt nicht einzugehen.

Durch die zufälligen Fehlervorgänge unterliegen die in den Versuch genommenen Reize A, B und mithin deren U. D den von mir sog. scheinbaren Veränderungen; diese aber sind nach den, im vorigen Abschnitte S. 40 ff. gepflogenen Erörterungen so zu fassen, als wenn die objective Größe von A, B, D dadurch wirkliche Veränderungen erlitte. Jeder

1) Poggendorffs Annalen. Ergänzungsbd. VI. 1874. p. 346 ff.

Versuchsfall der Methode entspricht einer bestimmten Größe des, durch die Zufälligkeiten verändert gedachten, Unterschiedes D, und so entsprechen auch die Nullfälle z einer ganzen Reihe solcher Unterschiede, welche objectiv von gewisser Größe, als veränderte Werthe von D, vorzustellen sind, indeß sie subjectiv als null erscheinen, sofern sie unter die Unterschiedsschwelle fallen. Nun wird der Berechnung der Werthe, auf die es beim Maße der U. E. ankommt, weiterhin von Müller wie von mir das Gaußsche Princip der Fehlerwahrscheinlichkeit zu Grunde gelegt werden, welches aber nur positive und negative Abweichungen oder Fehler kennt, wozwischen ein Nullfall von unendlich geringer Wahrscheinlichkeit inne liegt; und so könnte von vorn herein gegen die Anwendbarkeit dieses Gesetzes zu streiten scheinen, daß wir bei unserer Methode im Allgemeinen eine Mehrzahl, ja bei großer Gesammtzahl der Fälle, viele Nullfälle z erhalten. Aber es ist auch von vorn herein zu erinnern, daß das Gesetz bei den von uns zu führenden Rechnungen nicht auf die Empfindungen, sondern die zu Grunde liegenden scheinbaren Unterschiede zwischen den Reizen, welche in die Empfindung fallen, angewandt wird; den vielen Nullempfindungen, welche die Methode liefert, entsprechen aber bemerktermaßen nicht Nullwerthe der scheinbaren Unterschiede, sondern es gehen nur nach dem Schwellengesetze kleine positive und negative scheinbare Unterschiede der Reize in Nullwerthe für die Empfindung zusammen, indeß sie selbst diesseits und jenseits eines einzigen Nullwerthes vertheilt zu denken sind.

Das ganze Intervall der scheinbaren Unterschiede, welche für die Empfindung als null erscheinen, ist zwischen zwei Grenzwerthen, einem positiven und negativen Unterschiede eingeschlossen und mag Kürze halber rücksichtslos auf das Vorzeichen der darein eingehenden, als null empfundenen Unterschiede, also nach absolutem Werthe, Totalschwelle heißen [1]) und mit T bezeichnet werden, wonach wir auch kurz sagen können, die Totalschwelle T sei das Intervall von Unterschieden, in welches alle z, d. i. als null empfundene Unterschiede fallen. Dieses Intervall aber theilt sich in eine, mit S, zu bezeichnende, Abtheilung positiver und eine mit S′ zu bezeichnende, Abtheilung negativer Unterschiede [2]), welche als null empfunden werden, hiemit in eine positive und negative Partial-

1) Diese Bezeichnung ist hier neu eingeführt, wird aber für die Folge bequem sein.

2) Den Strich-Index bringe ich bei der negativen Abtheilung oben, bei der positiven unten an, weil nach dem später zu betrachtenden Theilungsprincip I der z die negative Abtheilung größer als die positive ausfällt.

schwelle. Alle Unterschiede, welche im absoluten Werth kleiner als die positive Partialschwelle, wie alle, welche kleiner als die negative sind, gehen für die Empfindung in Null zusammen. Nun aber ist eine Hauptfrage, wie die z zwischen beiden Partialschwellen vertheilt zu denken sind, und damit zusammenhängend, welches Größenverhältniß die beiden Partialschwellen selbst zu einander haben, worüber keine Einstimmung besteht. Eine Vertheilung der z nach beiden Seiten muß aber angenommen werden, um überhaupt dem Gaußschen Gesetze Angriff zu gewähren.

Nach der, in meinen „Elementen" befolgten, Theilungsweise, welche ich künftig mit I bezeichne, werden die z gleich zwischen beiden Partialschwellen getheilt, also die Hälfte der z zu den positiven, die Hälfte zu den negativen Fällen geschlagen.

Werde nun

$$r + \frac{z}{2} = r', \qquad f + \frac{z}{2} = f'$$

gesetzt, so haben wir

$$r' + f' = n$$

und bloß noch mit positiven und negativen Fällen zu thun. In den „Elementen" ist der Zuschlag schon in dieser Weise beim Gebrauche der Bezeichnungen r und f gemacht, und das r und f der Elemente entspricht also unserem r' und f'. Hier aber werden wir die Möglichkeit noch einer anderen Behandlungsweise der Methode als in den Elementen und eine damit zusammenhängende andere Theilungsweise der z berücksichtigen, also das reine r und f, ohne alle Zurechnung von z-Werthen, von r' und f' im vorigen Sinne unterscheiden.

Es ist nämlich zu bemerken, daß, wenn man nach meiner Theilungsweise I die z ihrer Zahl nach gleich zwischen positiver und negativer Seite, also gleich auf die positive und negative Partialschwelle vertheilt, dies nach den später anzustellenden Rechnungen mit sich führt, daß beide Partialschwellen $S_,$, S' ungleich ausfallen, nämlich die negative S' dem absoluten Werthe nach größer als die positive $S_,$; es ließ sich aber auch an eine andere Theilungsweise denken, nach welcher beide Partialschwellen $S_,$, S' als gleich angenommen werden, was aber mitführt, daß die z sich ungleich zwischen beide vertheilen. Diese Theilungsweise ist von Müller eingeschlagen und soll künftig mit II bezeichnet werden [1].

Die Hälfte der Totalschwelle werde jedenfalls als Unterschieds-

---

1) Im folgenden Abschnitte werde ich zu den vorigen Theilungsweisen der z noch zweier andern gedenken, an die man denken könnte, ohne daß sie mir schließlich berücksichtigenswerth erscheinen.

schwelle schlechthin angenommen und mit S bezeichnet. Nach Theilungsweise I ist $S = \frac{S_{,} + S'}{2}$, nach Theilungsweise II ist $S = S_{,} = S'$.

Müller sieht in dem so bestimmten S principiell dieselbe Unterschiedsschwelle, welche man auch durch die Methode der e. m. U. bei verschwindender Größe des Unterschiedes (sog. Methode der kleinsten Unterschiede) erhält, was man sich zunächst so erläutern kann. Sei bei dieser Methode von den zwei Reizen A, B der eine als fest, der andere als veränderlich angenommen, und werde B von anfänglicher Gleichheit mit A so weit vergrößert, daß der U. eben anfängt, bemerklich zu werden, so wird man in dem hiebei erreichten Abstand zwischen A und B die Unterschiedsschwelle mit positivem Vorzeichen haben. Werde anderseits B vom Gleichheitsfalle mit A aus so weit verkleinert, bis der U. anfängt bemerklich zu werden, so wird man darin die U. Schw. mit negativem Vorzeichen haben. Die Summe beider nach absolutem Werthe entspricht unserem T, ist aber nicht die Schwelle selbst; denn wollte man den U. zwischen A und B gleich dem ganzen T nehmen, so würde er die Merklichkeit weit übersteigen, da ja schon mit jedem der vorigen einseitigen Unterschiede die Differenz gegeben ist, welche nicht überschritten werden kann, ohne merklich zu werden. Nun hat man bei der Methode der eben merklichen oder kleinsten Unterschiede, abgesehen von einem hier zu vernachlässigenden Nebenumstande [1]), keinen Grund die positive und negative Schwelle, auf die man solchergestalt kommt, als verschieden groß anzusehen, und so nimmt auch Müller bei unserer jetzigen Methode die positive und negative Schwelle, in die sich die Totalschwelle T theilt, als gleich an. Es wird sich zwar weiterhin noch fragen, ob diese Zurückführung der Schwellenbestimmung von einer Methode auf die andere bei den verschiedenen Verhältnissen beider statthaft ist; inzwischen geht uns das für jetzt noch nicht an, wo wir nicht die Richtigkeit der verschiedenen Annahmen

---

1) Dieser Nebenumstand liegt darin, daß die Unterschiedsschwelle (nach absolutem Werthe) wächst, wenn die Reize, zwischen welchen der U. besteht, wachsen, indem sie nach Webers Gesetz im Verhältniß der Reize wächst. Also muß die U. Schw. größer zwischen dem constanten A und vergrößerten B, als zwischen dem constanten A und verkleinerten B sein. Inzwischen complicirt dieser, im Allgemeinen wenig betragende, Unterschied nur die uns hier beschäftigende Frage, welche darauf geht, ob abgesehen von diesem kleinen Unterschiede die positive und negative U. Schw. bei unserer Methode gleich oder ungleich sind. Wie denn auch Müller von dem betreffenden Nebenumstande abstrahirt. Beim Übergange zur logarithmischen Behandlung der Methode, wovon in einem späteren Abschnitt (X) die Rede, fällt der betreffende Unterschied überhaupt weg.

untersuchen, sondern nur die praktischen Folgerungen daraus in Betracht ziehen.

2) Zweck der Methode.

Als Hauptzweck der Methode der r. u. f. F. betrachte ich die Bestimmung eines Präcisionsmaßes h oder H, welches dem Begriff eines Maßes der Unterschiedsempfindlichkeit (U. E.) aus den, im II. Abschnitt angegebenen, Gesichtspuncten entspricht, als Nebenzweck die Bestimmung der Totalschwelle T oder ihrer Hälfte, der Unterschiedsschwelle S, und des künftig mit E zu bezeichnenden Productes h T, von welchem später Anwendung zu machen.

Möchte nämlich auch S als Unterschiedsschwelle principiell zum Maße der U. E. ebenso tauglich sein als h, so ist doch die Bestimmung davon nur aus so großen Versuchsreihen, wie sie selten vorliegen, mit einiger Genauigkeit möglich, überall aber von geringerer Sicherheit als die Bestimmung h. Dazu wird sich im folgenden Abschnitt ein Einwand gegen die principielle Verwendbarkeit von S oder T zum betreffenden Maße ergeben.

Nach Müller würde vielmehr die Bestimmung der Unterschiedsschwelle S, oder des halben T, den Hauptzweck der Methode abgeben; indeß er als Nebenzweck die Bestimmung eines, von dem unsern verschiedenen, Präcisionsmaßes h betrachtet (p. 21), dem er selbst keine Bedeutung als Maß der U. E. beilegt. Das h Müllers ist nämlich das Präcisionsmaß der von Müller mit δ bezeichneten zufälligen (scheinbaren) Änderungen des kleineren Reizes, also bei Gewichtsversuchen des kleineren Gewichts P, das unsere das Präcisionsmaß der mit α zu bezeichnenden zufälligen Änderungen des ganzen Unterschiedes D, dessen Bedeutung für das Maß der U. E. aus den Erörterungen des II. wie VI. Abschnitts folgt.

Wo ich nun künftig den Werth h einführe, verstehe ich ihn, wo nichts besonderes bemerkt ist, in meinem Sinne als Präcisionsmaß der α; und unstreitig wäre es wohlgethan gewesen, wenn Müller, um Verwechselung und Verwirrung zwischen meinem und seinem h, deren Verschiedenheit in der Bedeutung ihm ja nicht entgehen konnte, zu vermeiden, für sein h gleich einen andern Buchstaben oder die Unterscheidung durch einen Index eingeführt hätte, indeß ich keinen Grund finde, die von mir zuerst gewählte Bezeichnung h für das Präcisionsmaß in meinem Sinne zu verlassen. Um aber meinerseits Verwechselung zu verhüten, werde ich das Müllersche h ausdrücklich als Müllersches von

dem meinigen, dem h schlechthin, unterscheiden. Nach einer gewissen Ableitungsweise unseres h aber werde ich dasselbe auch als H einführen, ohne daß es sich in der Bedeutung oder dem Werthe von dem allgemeiner gebrauchten h unterscheidet.

3) Berechnung der für das Maß der U. E. in Betracht kommenden Haupt- und Nebenwerthe nach zwei verschiedenen Theilungsprincipen der z.

Die Berechnung der Haupt- und Nebenwerthe, um die sich's nach Vorigem handelt, aus den Datis der Versuche kann nach den zwei verschiedenen Theilungsprincipen der z zwischen positiver und negativer Seite geschehen, die ich S. 46 unterschieden und respectiv mit I und II bezeichnet habe, deren erstes von mir, das zweite von Müller vertreten wird; und obwohl ich nicht einsehe, wie nach den, im folgenden Abschnitt anzuführenden, Gründen das zweite noch als haltbar gelten kann, will ich doch, weil man die ganze Frage spinös finden kann, sich schon mehrfach der Müllerschen Autorität gefügt hat, und die Unhaltbarkeit seines Princips selbst sich nur an dessen Folgerungen wird zeigen lassen, zunächst ohne Streit dagegen und ohne theoretische Begründung überhaupt darlegen, wie sich die Bestimmung der betreffenden Werthe nach der einen und andern Theilungsweise respectiv in meinem und Müllers Sinne stellt, wozwischen dann jeder nach Abwägung der im folgenden Abschnitt zu besprechenden Gründe wählen kann.

Dabei ist vorzubemerken, daß die folgenden Formeln sowohl für Princip I als II unmittelbar nur für den Fall anwendbar sind, daß $\frac{r}{n} > \frac{1}{2}$; sie lassen sich aber durch eine einfache Vorzeichenänderung nach einer später unter 4) b) zu gebenden Regel auch für den Fall von $\frac{r}{n} < \frac{1}{2}$ anwendbar machen.

Formeln nach Princip I (Fechner).

Um das von mir als Maß der U. E. angesehene Präcisionsmaß h zu erhalten, sucht man in der Spalte $\odot$ der, am Schlusse dieses Abschnittes wiedergegebenen Fundamentaltabelle[1]) den Werth $\frac{r'}{n} = \frac{r + \frac{z}{2}}{n}$

1) Ich ersetze in dieser die, in den „Elem." gebrauchte Columnenüberschrift $\frac{r}{n}$ durch $\odot$, weil es noch andere Werthe als $\frac{r}{n}$ in den betreffenden Columnen aufzusuchen gelten kann.

auf, nimmt den, in der Spalte der t zugehörigen Werth t = Dh, welcher t_0 heiße, und dividirt ihn mit D, wonach man hat

$$h = \frac{t_0}{D} \cdot\cdot\cdot (1).$$

Die Bestimmung der von mir sog. Totalschwelle T geschieht so:

Suche man 1) $\frac{r}{n} = \frac{r'}{n} - \frac{z}{2n}$ in der Spalte der $\odot$ auf, und nehme das dazu gehörige t, welches t_I heiße. Suche man 2) zu $\frac{r+z}{n} = \frac{r' + \frac{z}{2}}{n}$ als $\odot$ den Werth t auf, und nenne ihn t_{II}, dann hat man

$$T = 2S = \frac{t_{II} - t_I}{t_0} D = \frac{t_{II} - t_I}{h} \cdot\cdot (2).$$

Die Partialschwellen S,, S′ aber bestimmen sich so:

$$S, = \frac{t_0 - t_I}{t_0} D; \quad S' = \frac{t_{II} - t_0}{t_0} D.$$

Und hienach hat man ferner:

$$S = \frac{T}{2} = \frac{t_{II} - t_I}{2t_0} D; \quad E = hT = t_{II} - t_I.$$

Nennen wir endlich respectiv z,, z′ die Zahl der z, die auf S, und S′ fällt, so ist

$$z, = z' = \frac{z}{2n}.$$

Die vorige Bestimmung von h nach der Fundamentaltabelle fällt ganz mit der in den Elementen angegebenen zusammen [1]). Die Bestimmung von T oder S fehlt in den Elementen, weil erst Müller darauf aufmerksam gemacht hat, was als das Verdienst desselben anzuerkennen, daß die z sich zu dieser Bestimmung benutzen lassen.

---

1) Obwohl nämlich in den, weiterhin im Abschnitt VI anzuführenden Fundamentalformeln der Methode das $\frac{h}{2}$ der Elemente sich durch das theoretisch richtigere h ersetzen wird, ist doch für die praktische Benutzung der Fundamentaltabelle schon in den Elementen dieser Ersatz angenommen (s. Elem. I. 109.)

Formeln nach Princip II (Müller).

Es fragt sich, ob man nach diesem Princip das Müllersche h als Präcisionsmaß der δ oder unser h als Präcisionsmaß der α bestimmen will. Da nun ersteres, zugestandenermaßen von Müller selbst, für das Maß der U. E. nicht brauchbar ist, also in dieser Beziehung kein praktisches Interesse hat, so verweise ich hinsichtlich der Formeln dafür auf Müllers Buch selbst (Formeln 10 und 12, p. 19 und 20), oder unseren später folgenden Abschnitt VI, und gebe statt dessen hier die Formel für unser h als Präcisionsmaß der α; welche zwar nicht direct von Müller gegeben ist, aber von ihm selbst nicht anders gegeben werden könnte, wenn er sich auf diese Bestimmung eingelassen hätte; indem sie aus Zusammenziehung eines von ihm gegebenen zusammengesetzten Ausdrucks von selbst folgt; wogegen die folgende Formel für S unmittelbar die seinige wiedergiebt:

$$h = \frac{t_I + t_{II}}{2D} \quad \cdot \cdot (3)$$

$$T = 2S = 2 \cdot \frac{t_{II} - t_I}{t_I + t_{II}} D = \frac{t_{II} - t_I}{h} \quad \cdot \cdot (4)$$

$$S = S' = \frac{T}{2} = \frac{t_{II} - t_I}{t_I + t_{II}} D$$

$$E = hT = t_{II} - t_I.$$

Die Werthe $\frac{z,}{n}$, $\frac{z'}{n}$, welche nach Theilungsprincip II ungleich sind, bestimmen sich so:

Setzen wir $\frac{t_I + t_{II}}{2}$ als t in die Fundamentaltabelle ein, und nennen den zugehörigen ⊙-Werth $⊙_s$, so hat man

$$\frac{z,}{n} = ⊙_s - \frac{r}{n}; \qquad \frac{z'}{n} = \frac{r + z}{n} - ⊙_s.$$

Vergleicht man nun die Bestimmungen nach II mit denen nach I, so hat $T = \frac{t_{II} - t_I}{h}$ und mithin $S = \frac{T}{2}$ scheinbar denselben Werth nach II als I; aber dies ist in der That nur Schein, weil der Werth h sich nach II (Formel (3)) anders bestimmt als nach I (Formel (1)). Hingegen bleibt sich der Werth $E = hT = t_{II} - t_I$ wirklich gleich nach I und II. Allgemein aber sieht man, daß die Bestimmungen nach II sich

von den Bestimmungen nach I nur dadurch unterscheiden, daß man nach II das Mittel von t_I und t_{II} hat, wo man nach I einfach t_0 hat. Da nun t_0 zwar diesem Mittel nicht genau gleich ist, doch zwischen t_I und t_{II} liegt, und abgesehen von besondern als Ausnahmen zu betrachtenden Fällen (wovon im folgenden Abschnitt) wenig davon abweicht, so ergiebt sich schon hieraus, daß die Maßbestimmungen je nach dem Theilungsprincip I oder II nicht sehr verschieden ausfallen können; wie sich auch in folgendem Vergleichsbeispiel zeigt.

Vergleichsbeispiel der Rechnung nach I und II.

Setzen wir

$$\frac{r}{n} = 0{,}70, \quad \frac{f}{n} = 0{,}20, \quad \frac{z}{n} = 0{,}10$$

so haben wir nach der Fundamentaltabelle

$$t_0 = 0{,}4769, \qquad t_I = 0{,}3708, \qquad t_{II} = 0{,}5951,$$

und hienach

	nach I	nach II
h	$\frac{0{,}4769}{D}$	$\frac{0{,}4830}{D}$
T	0,4703 D	0,4644 D
S	0,2352 D	0,2322 D
S,	0,2225 D	0,2322 D
S′	0,2478 D	0,2322 D
E	0,2242	0,2242
$\frac{z,}{n}$	0,05	0,0527
$\frac{z'}{n}$	0,05	0,0473

4) Bemerkungen, welche sich auf die Rechnung nach beiden Theilungsprincipen I und II gemeinsam beziehen.

a) Berücksichtigung constanter Fehler.

Die vorhin gegebenen Formeln finden eine einfache Anwendung, wenn keine constanten Fehler vorhanden sind, und bleiben auch funda=

mental, wenn solche, wie allgemein der Fall, vorhanden sind, erfordern aber dann erst eine Elimination der constanten Fehler, um Anwendung zu finden, wofür die anderwärts gegebenen Regeln gelten. Kurz und beiläufig doch hier Folgendes darüber.

Um die Anwendung von I vorauszusetzen, womit analog bei II zu verfahren, so ist bei der Bestimmung von h das zum gegebenen $\frac{r'}{n}$ gefundene t_0 nicht gleich hD, sondern $= h\,(D + c)$ oder $h\,(D - c)$ zu setzen, wo $\pm\, c$ den nach Umständen positiven oder negativen constanten Fehler bedeutet, und $\pm\, c$ ist dadurch zu eliminiren, daß man zwei, übrigens vergleichbare, Versuchsreihen anstellt, wo aber c bei gleicher Größe entgegengesetztes Vorzeichen (durch entgegengesetzte Raum- oder Zeitlage) erhält. Durch Addition der dabei erhaltenen Werthe $t_0 = h\,(D + c)$ und $t_0 = h\,(D - c)$ und Division mit 2 kommt man auf $t_0 = hD$ und $h = \frac{t_0}{D}$ zurück. Dies das Verfahren der sog. vollständigen Elimination. Wären zweierlei constante Fehler $\pm\, c$ und $\pm\, c$, vorhanden, so hat man 4 Versuchsreihen mit Entgegensetzung der constanten Fehler anzustellen, um durch Summation der dabei erhaltenen vier t_0 und Division mit 4 ein von $\pm\, c$ und $\pm\, c$, befreites t_0 zu erhalten; wie näher in Elem. I. 112 ff. ausgeführt ist und worauf im IX. Abschnitt zurückzukommen.

b) Berücksichtigung der Fälle, wo r oder r′ kleiner als 0,5 ist.

Im Falle der Abwesenheit constanter Fehler würde man bei einer größeren Anzahl von Versuchen stets nicht nur $\frac{r'}{n}$ sondern auch $\frac{r}{n}$ größer als 0,5 finden, weil durch den constanten Einfluß des positiven D bei allen Versuchen die positiven Fälle r, und um so mehr $r' = r + \frac{z}{2}$, über die übrigen Fälle überwiegen. Aber bei kleinerem n oder bei Vorhandensein constanter Fehler kann das positive D durch zufällige Fehlervorgänge oder constante Fehler in negativer Richtung überwogen werden, und $\frac{r}{n}$ oder selbst $\frac{r'}{n}$, kleiner als 0,5 ausfallen. Die Fundamentaltabelle aber enthält bloß Werthe von $\odot$, welche 0,5 übersteigen. Ganz allgemein nun, wenn man zu einem durch Versuche oder Rechnung gewonnenen $\odot$, welches kleiner als 0,5 ist, das zugehörige t zu suchen hat, so suche man statt dieses $\odot$ vielmehr $1 - \odot$ $\left(\text{mithin statt } \frac{r}{n} \text{ vielmehr } \frac{n - r}{n}\right)$

in der Tabelle auf und nehme das dazu gehörige t negativ, d. i. mit dem entgegengesetzten Vorzeichen von dem, mit dem es in den obigen Formeln aufgeführt ist, welche bemerktermaßen überall für den Fall, daß ⊙ größer als 0,5 ist, aufgestellt sind.

Nach dieser allgemeinen Regel erspart man sich die Aufstellung besonderer Formeln für den Fall, wo $\frac{r}{n}$ oder $\frac{r'}{n}$ kleiner als 0,5 ist, wie Müller solche p. 19 unter (10) und (11) aufgestellt hat.

c) Von den sog. Fehlschlägen, wo h unendlich wird.

Als Fehlschlag bezeichne ich in Kürze den Fall, wo alle n Fälle richtig ausfallen, mithin $r = n$ ist, indem dann t_0 und t_{II}, in obiger Weise aus der Fundamentaltabelle bestimmt, unendlich werden, hiemit aber nach den gegebenen Formeln h unendlich wird, mag man das Theilungsprincip I oder II anwenden. Unendliche Werthe von h aber sind nicht brauchbar. Nun darf man keinen Fehler der Formeln, sondern nur der Versuche darin sehen, daß sie unter Umständen zu solchen Fehlschlägen führen. Die Formeln gelten nämlich principiell nur für ein sehr großes, streng genommen unendliches, n, und voraussichtlich würde unter den Bedingungen der Anwendbarkeit der Methode überhaupt immer ein oder der andere falsche Fall oder Nullfall eintreten, wenn man die Versuchszahl n nur hinreichend vergrößerte; man muß daher auch allgemein gesprochen n so groß annehmen, daß noch falsche Fälle vorkommen, und, wo es gilt größere Reihen fractionsweise zu behandeln, das für alle Fractionen gleich groß zu haltende n so groß nehmen, daß Fehlschläge vermieden werden. Treten doch solche ausnahmsweise dabei ein, so ist dies immer ein Übelstand, denn ausschließen kann man die Fractionen mit Fehlschlägen bei der Berechnung der ganzen Reihe nicht, um nicht theils das ganze Rechnungssystem zu stören, welches auf eine gleiche Anzahl gleichzähliger Fractionen für jeden zu prüfenden Umstand zu bauen ist, theils für den Umstand, bei dessen Prüfung Fehlschläge vorkommen, zu kleine resultirende h-Werthe zu finden, da jedenfalls die Fehlschläge sehr großen, nur nicht unendlichen, h-Werthen in Wirklichkeit entsprechen. Was soll man aber in solchen ausnahmsweisen Fällen statt ∞ für t_0 und t_{II} in die Formeln substituiren? Es dürfte zunächst nichts anderes übrig bleiben, als die fehlschlagende Fraction mit einer anderen nicht fehlschlagenden, unter möglichst gleichen Umständen, namentlich auch gleichen Zeit- und Raumlagen angestellten, zum doppelten n zusammenzunehmen, hieraus h zu berechnen, und dann dasselbe h für

beide Fractionen anzunehmen; obwohl sonst die allgemeine Regel bleibt, nur gleiches n in allen Fractionen zur Berechnung zu verwenden. Vielleicht aber läßt sich doch noch aus Wahrscheinlichkeitsgesetzen eine bessere und praktischere Bestimmung als Function des jeweiligen n dafür finden.

5) Verhandlungen mit Wundt über verschiedene die Verwendung und Verwerthung der Methode betreffende Puncte.

a) Frage, unter welchen Bedingungen die Methode verwendbar ist.

In Stud. p. 12 sucht Wundt die Bedingungen zu präcisiren, unter welchen die Methode der r. u. f. Fälle anwendbar und nicht, oder wenigstens nicht mit Vortheil, anwendbar sei, und schließt seine Erörterungen darüber (Stud. p. 14) mit folgender Erklärung: „Wir können hienach die Bedingung für die Anwendbarkeit der Methode der r. u. f. F. kurz dahin zusammenfassen, daß sie überall da zulässig ist, wo die objectiven Hülfsmittel zur Messung der Reizstärken an Genauigkeit unserer Empfindung weit überlegen sind, und wo daher die Fehler, die bei der Variation der objectiven Reizstärken begangen werden, verschwindend klein bleiben gegenüber den Fehlern unserer Empfindungsschätzung. In allen anderen Fällen — und sie betreffen, wie wir gesehen haben, zum Theil gerade die vollkommneren Sinnesgebiete — ist die Methode unanwendbar, oder, wo sie trotzdem angewandt werden sollte, da liefert sie jedenfalls weit ungenauere Resultate als die Methode der eben merklichen Unterschiede.“

Inzwischen gestehe ich, dem Gesichtspuncte, welcher hienach die Anwendbarkeit unserer Methode zu bestimmen und zu begrenzen hat, aus dem doppelten Grunde nicht beistimmen zu können, daß ich ihn selbst nicht bestimmt genug finde, und daß ich ihn durch einen anderen ersetzbar finde.

Ersteres anlangend, so frage ich mich, wie überhaupt die Sicherheit oder Genauigkeit der subjectiven Schätzung mit der Sicherheit oder Genauigkeit der objectiven Messung in betreffender Hinsicht verglichen werden soll; und wüßte einen Anhalt in dieser Beziehung nur in folgender Erläuterung seitens des Verf. (Stud. p. 12. 13) zu suchen.

„In der That scheint bei einer Reihe wichtiger Untersuchungsgebiete die Unterschiedsschwelle der Empfindung mit der Grenze der physikalischen Unterscheidung ungefähr zusammenzufallen. So bei der Unterscheidung von Lichtstärken, von Tonhöhen, von Temperaturen, die der Eigenwärme der Haut nahe liegen, und endlich unter gewissen Versuchs-

bedingungen auch bei der Unterscheidung von Zeitintervallen. Auf Lichtstärken, Tonhöhenunterschiede, Temperaturempfindungen, hat man bis jetzt immer nur die Methode der eben merklichen Unterschiede, in einigen Fällen auch die sog. Methode der übermerklichen Unterschiede angewandt. Es ist das, wie ich glaube, zum Theil wenigstens aus dem guten Grunde geschehen, weil die Methode d. r. u. f. F. hier überhaupt unbrauchbar wird. Man vergegenwärtige sich z. B. die Schattenversuche, wie sie zur Messung der Unterschiedsempfindlichkeit für Lichtintensitäten ausgeführt wurden. Unser Empfindungsmaß ist hier ein so sicheres, daß wir mit größter Bestimmtheit den Moment anzugeben vermögen, wo die beiden mit einander verglichenen Schatten ungleich werden; vorher erscheinen sie uns gleich; und zu einer Registrirung richtiger und falscher Fälle bietet sich daher keine Gelegenheit."

Wenn ich nicht irre, würde es hienach beim Vergleich der subjectiven und objectiven Genauigkeit, um Kürze halber diese Ausdrücke zu gebrauchen, darauf ankommen, ob der kleinste noch physikalisch meßbare Unterschied die Größe der U. Schw. übersteigt oder nicht erreicht. Aber diesem Gesichtspunct fehlt die Bestimmtheit in sofern, als die Unterschiedsschwelle mit der Größe der Reize wächst, ohne daß der kleinste noch physikalisch meßbare Unterschied seine Größe ändert, man also die in die Methode einzuführenden Reize nur klein oder groß genug zu nehmen braucht, um nach diesem Vergleichsprincip die subjective Schätzung oder das objective Maß in Vortheil zu finden. Auch möchte ich nicht zugeben, daß wir bei den von Wundt angezogenen Schattenversuchen „mit größter Bestimmtheit den Moment anzugeben vermögen, wo die beiden mit einander verglichenen Schatten ungleich werden", da ja die Thatsache der Unterschiedsschwelle selbst darin besteht und bei diesen Versuchen constatirbar ist, daß wir es nicht vermögen. Nur der Punct, wo die U. Schw. überschritten wird, ist mit verhältnißmäßiger Bestimmtheit anzugeben; aber hierauf kommt es hier nicht an.

Hienach kann ich den Grund, daß es bei den Schattenversuchen an Gelegenheit für Registrirung richtiger und falscher Fälle fehlt, was in der That der Fall ist, nur in einem anderen als dem vom Verf. geltend gemachten Umstande suchen; und zwar suche ich ihn rücksichtslos auf die subjective Feinheit der Schätzung darin, daß zwischen den Componenten des Unterschiedes dabei sich nicht eben so als z. B. bei den Gewichtsversuchen zeitliche, räumliche und äußere Bewegungsmomente einschieben, und daß daher die zufälligen Fehlervorgänge wegfallen, welche zu solchen Fällen Anlaß geben könnten, die doch wesentlich zur Methode gehören

(vgl. Abschnitt III). Und so scheint es mir überhaupt bei der Frage der Anwendbarkeit der Methode der r. u. f. F. darauf anzukommen, ob sie nach Sachlage der Umstände richtige und falsche Fälle in geeigneten Verhältnissen dazu liefert, ohne daß ein Vortheil der objectiven Messung vor der subjectiven Schätzung hiebei wesentlich in Betracht kommt; es sei denn, wo es unthunlich wird, die Reize so groß zu nehmen, daß das Erstere der Fall sei. Inzwischen kann es sehr wohl sein, daß die Methode, wo sie aus vorigem Gesichtspuncte Angriff fände, aus anderen Gesichtspuncten oder nach erfahrungsmäßigem Vergleich einer andern zu weichen hat, wie bei den von Wundt geleiteten Versuchen Köllerts über den Zeitsinn. Nur liegt weder etwas hinreichend Allgemeines noch eine hinreichende Casuistik in dieser Hinsicht bis jetzt vor.

Aus einem anderen Grunde als dem vorigen findet Wundt die Anwendung der Methode d. r. u. f. F. auf die Schallversuche Nörrs, worüber Näheres in einer späteren Abtheilung dieser Schrift, bedenklich, indem er (Stud. p. 10 ff.) geltend macht, daß das von Vierordt aufgestellte, von Nörr zu Grunde gelegte, objective Maß der Schallstärke durch das einfache Product aus Masse in Geschwindigkeit des schallgebenden Körpers mc (oder $m\sqrt{h}$, wenn h die Fallhöhe) nicht haltbar sei, wovon sich übrigens, wie mir bekannt, Vierordt selbst schon überzeugt hat, und daß sich überhaupt nach eigenen (Wundts) und Oberbecks Versuchen, wegen Einflusses verschiedener Mitbedingungen die Schallstärke nicht bloß von Geschwindigkeit und Masse des den Schall gebenden fallenden Körpers abhängig ansehen läßt — und so schließt Wundt, unstreitig mit Rücksicht darauf, daß Nörrs Versuche nach dem Wahrscheinlichkeitsgesetze zufälliger Abweichungen zur Bewährung des Weberschen Gesetzes verwerthet worden sind, ohne daß jene Mitbedingungen schon ins Reine gebracht sind: „Was für einen Sinn hat es nun, die Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie auf Versuche anzuwenden, bei denen man über die unerläßlichsten Voraussetzungen noch in der größten Unsicherheit schwebt?“

Ich glaube aber doch, daß es aus dreifachem Gesichtspuncte einen Sinn hat. Einmal, weil es bei den Versuchen zur Bewährung des Weberschen Gesetzes überhaupt nicht auf das noch in Frage stehende absolute Maß der Schallstärke, sondern nur auf Verhältnißwerthe desselben ankommt, wobei es gleichgültig ist, ob das absolute Maß als mc oder mc^2 genommen, oder überhaupt unbestimmt gelassen wird, wie bei der späteren Besprechung der Nörrschen Versuche zu zeigen. Zweitens, weil man die Nebenbedingungen, deren Einfluß man

nicht hinreichend kennt, bei den Abänderungen der Hauptbedingung nur constant zu erhalten braucht, um auch ihren Einfluß als constant in Rechnung bringen und nöthigenfalls eliminiren zu können, oder falls er sich nicht als störend bezüglich der zu prüfenden Gesetzlichkeit erweist, vernachlässigen zu können. Drittens, weil sich ein störender Einfluß der gleichgehaltenen Nebenbedingungen auf die Bewährung des Weberschen Gesetzes bei den Nörrschen Versuchen in der That nicht merkbar gemacht hat; daß aber der Schein einer Bewährung des Gesetzes durch die für dasselbe unwesentlichen constant gehaltenen Nebenbedingungen erst entstanden sei, wird man doch nicht behaupten wollen. Ich meine, daß der positive Erfolg in dieser Hinsicht mehr beweist, als jeder unbestimmte, wenn auch an sich mögliche, Verdacht.

b) Über die Rolle des Präcisionsmaßes.

Gegen die Bemerkung Wundts (Stud. p. 8), daß das aus den Versuchen nach der Methode d. r. u. f. F. abzuleitende Präcisionsmaß „abgesehen von den Schlüssen über die U. E., zu denen man es verwerthet hat, bis jetzt noch keine bemerkenswerthe Rolle in den psychophysischen Untersuchungen gespielt hat“ wüßte ich allerdings nur das zu erinnern, daß ihm überhaupt keine andere Rolle für die Psychophysik beizulegen ist, als eben die, von welcher Wundt bei dieser Äußerung abstrahirt; das ist aber doch eine sehr wichtige Rolle. Es dürfte sich aber Wundts Bemerkung durch die Annahme erklären, daß er Müllern in Verwerfung der Rolle, die nach meiner Auffassung das Präcisionsmaß in dieser Hinsicht spielt, beistimmt.

c) Über die Abhängigkeit der Nullfälle vom wissentlichen und unwissentlichen Verfahren und die Wahl zwischen beiden.

Wundt erhebt (Stud. p. 17) einen Einwand gegen das bei meinen Gewichtsversuchen nach der Methode d. r. u. f. F. eingehaltene wissentliche Verfahren aus dem Gesichtspuncte, daß dadurch die Schätzung der zweifelhaften oder Nullfälle alterirt werden möge. Wenn man nämlich *wisse*, daß beide Gewichte oder allgemeiner Reize, welche man dem Verfahren unterwirft, ungleich seien, so werde man sie wegen dieses Wissens auch leichter für ungleich schätzen, als wenn man es nicht wisse, und die zweifelhaften Fälle würden dadurch ihr richtiges Verhältniß zu den anderen Fällen, welches Unbefangenheit der Beobachtung voraussetze, verlieren. Nun hat schon Vierordt bei den, nach der Methode d. r. u. f. F. unter seiner Leitung angestellten, Tastversuchen, wo sich's darum

handelt, ob eine Distanz zwischen zwei auf die Haut aufgesetzten Spitzen als einfache Berührung oder als von 2 Spitzen herrührend empfunden wird, die Unbefangenheit dadurch zu erhalten gesucht, daß er dem Subject, an welchem die Versuche angestellt werden, die Kenntniß von dem wirklichen Verhältniß entzogen. Die Spitzen werden nämlich von einem Gehülfen aufgesetzt, und das Aufsetzen der 2 Spitzen in unbestimmter Weise mit dem Aufsetzen bloß einer Spitze, einem sog. Vexirversuche gewechselt, wo dann der Urtheilende sein Urtheil, ob der Eindruck einfach oder nicht einfach erscheine, ohne Kenntniß, ob er wirklich von einer oder zwei Spitzen herrührt, abgiebt. Ähnlich aber könnte es auch mit den Gewichtsversuchen gehalten werden, und dann würde sich — so meint Wundt — „sehr wahrscheinlich bei sonst gleichen Bedingungen ein völlig anderes Verhältniß richtiger, falscher und zweifelhafter Fälle ergeben", als bei mir, den Wundt hiebei zwar nicht ausdrücklich nennt, dessen Gewichtsversuche er aber doch nur im Auge haben konnte, nachdem ich bei diesen nie Vexirversuche zwischen die Hauptversuche eingeschaltet habe, überhaupt ganz wissentlich verfahren bin.

Nun habe ich schon in den „Elem." I. 118 ff., meine Gründe dargelegt, vielmehr wissentlich ohne Gehülfen und ohne Einschaltung von Vexirversuchen als unwissentlich mit Gehülfen und mit Einschaltung von Vexirversuchen zu verfahren; indeß veranlaßt mich der von Wundt, sei es ohne Erinnerung an diese Bemerkungen erhobene, sei es als dadurch noch nicht erledigt angesehene Einwurf gegen das wissentliche Verfahren, etwas eingehender auf dessen Abwägung mit dem unwissentlichen zurückzukommen.

Von vorn herein sollte man meinen, wenn Wundts Verdacht gegen das wissentliche Verfahren begründet wäre, so könnte es bei diesem Verfahren zu falschen Fällen f, wo man die Lage des Mehrgewichts trotz richtiger Kenntniß derselben verkehrt schätzt, gar nicht kommen, sondern könnte man sich höchstens bis zu zweifelhaften Fällen versteigen, wonach die Zahl dieser, statt, wie Wundt voraussetzt, in Verhältniß zum unwissentlichen Verfahren abzunehmen, vielmehr wachsen müßte, indem sich, wenn nicht die Gesammtheit, doch der größere Theil der falschen Fälle des unwissentlichen Verfahrens hinzuschlüge; und jedenfalls wäre hienach zu erwarten, daß die Zahl der f gegen die der z zurücktrete. Aber weit entfernt, daß es so ist, so erhielt ich bei meinen 8 Hauptversuchsreihen, sämmtlich wissentlich unter mannichfacher Abänderung von Hauptgewicht, Mehrgewicht, Dauer und Zwischenzeit der Hebung angestellt, im Ganzen unter 67072 Doppelhebungen:

42878 r, 9090 z, 15104 f

also bei Weitem mehr f als z.

In einem späteren Abschnitte, welcher sich auf die Gewichtsversuche besonders bezieht, gebe ich eine Specification des Verhältnisses von z zu f und r für die einzelnen Versuchsreihen, wo sich zeigt, daß je nach den Umständen dieser Reihen das betreffende Verhältniß sich in gesetzlicher Abhängigkeit von den Umständen rücksichtslos auf die Kenntniß derselben sehr verschieden gestaltet.

Einen auf bestimmte Zahlendata zu bringenden Vergleich zwischen wissentlichem und unwissentlichem Verfahren habe ich freilich selbst nicht angestellt, und gebe zu, daß man einen solchen vermissen, daher das Vorige nicht durchschlagend finden kann. Nach den ersten von mir unwissentlich angestellten Versuchen fand ich nämlich die Schwierigkeit, größere Versuchsreihen methodisch danach durchzuführen, so groß, und das hienach versuchte wissentliche Verfahren für mich selbst so gefahrlos, daß ich dabei stehen blieb; es können aber die weiterhin zu erwähnden Versuche Camerers im Tastgebiete jenen Mangel wohl ersetzen. Um aber zunächst bei meinen eigenen Versuchen stehen zu bleiben, so giebt es einen für mich selbst subjectiv durchschlagenden und einen anderen wie ich meine objectiv durchschlagenden Grund der Rechtfertigung des von mir eingehaltenen wissentlichen Verfahrens. Der erste liegt in Folgendem.

Während ich zu jeder Zeit weiß, auf welcher Seite das Mehrgewicht liegt, weiß ich aber auch, daß wegen Zusammenspiels constanter Fehler und zufälliger Fehlervorgänge mit der Richtung und Größe des D der Schein des Mehrgewichts auch auf die entgegengesetzte Seite fallen kann, ohne daß ich bei irgend einem Versuche wissen kann, auf welche von beiden. Dies Nichtwissen aber ersetzt für mich vollständig das Nichtwissen, welches man künstlich mittelst Einschaltung von Vexirversuchen und unregelmäßigem Wechsel der Versuchsverhältnisse durch einen Gehülfen hervorzurufen sucht; und da mir noch überdies dabei immer vorschwebt, daß es gar nicht darauf ankommt, das Dasein und die Richtung eines wirklichen Unterschiedes zu constatiren, sondern nur das Dasein und die Richtung eines scheinbaren U. zu beobachten, so richte ich auch die Aufmerksamkeit darauf wie auf etwas Objectives, und glaube sogar, daß man in dieser Hinsicht viel unbefangener und so zu sagen schärfer auf die reine Auffassung des Scheines, den es eben aufzufassen gilt, eingestellt ist, als wenn jeder Versuch sich mit der Frage complicirt, ob es nicht ein Vexirversuch oder eine Laune des Gehülfen ist. Es scheint mir das nicht nur psychologisch richtig, sondern bestätigt

sich auch bei mir selbst durch das entschiedene Gefühl, daß ich, unwissend, welche Richtung der Schein nehmen wird, die Aufmerksamkeit eben nur auf die Thatsache desselben richte ohne die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Erfolges vorweg zu nehmen.

Nun kann ich allerdings weder versichern, daß es sich bei jedem anderen Beobachter oder bei mir selbst in jedem anderen Versuchsgebiete ebenso verhalten würde, noch kann ich wehren, wenn jemand die Unbefangenheit bei meinen wissentlichen Gewichtsversuchen dennoch in Zweifel ziehen will; nur gälte es dann erstens, den Zweifel durch Wiederholung der Versuche unter den von mir angegebenen Maßnahmen zu begründen; zweitens zu erklären, wie so gesetzliche Resultate, als sich bei meinen Versuchen ergeben haben, herauskommen konnten; und hierin liegt der andere, der objective Grund, meiner Versuchsweise Zutrauen zu schenken.

In dieser Beziehung mache ich zuvörderst die gesetzliche Abhängigkeit selbst geltend, welche sich im Verhältnisse zwischen den f und z von den Umständen der Versuche herausgestellt hat, zweitens die Bewährung des Weberschen Gesetzes für eine aufsteigende Scala von Gewichten unter Zuziehung einer Constante (Elem. I. 182 ff. In Sachen 198), drittens die Proportionalität des aus der Fundamentaltabelle abzuleitenden Werthes $t_0 = hD$ mit dem in den Versuch gegebenen D (Elem. I. 192), viertens die Bewährung des Parallelgesetzes (Elem. I. 305 ff.), fünftens die Proportionalität zwischen dem Präcisionsmaße und der Unterschiedsschwelle unter verschiedensten äußeren Umständen, so lange die inneren Umstände dieselben bleiben (s. folgends Abschn. XI.) Unmöglich konnten solche Bewährungen gesetzlicher Verhältnisse zu Stande kommen, wenn diese durch das wissentliche Verfahren alterirt wurden.

Überhaupt aber möchte eine vergleichende Prüfung des wissentlichen und unwissentlichen Verfahrens wesentlich darauf zu stellen sein, nicht, ob man bei wissentlichem Verfahren andere Resultate erhält, als bei unwissentlichem, was zweifellos ist, sondern auf welchem beider Wege man überhaupt gesetzlichere Resultate erhält.

Inzwischen, mag man sich immerhin nicht auf mich allein verlassen, so treten nun die Aussagen von Camerer hinzu, dem wissentlichen Verfahren das Wort zu reden, womit es sich so verhält:

Nachdem Camerer früherhin zwei große und schöne Versuchsreihen unter Einschaltung von Vexirversuchen an zwei Individuen angestellt hatte, die in der Zeitschrift für Biologie veröffentlicht sind, ist er neuerdings einem Wunsche von mir mit Anstellung einer neuen größeren

Versuchsreihe zum ausdrücklichen Vergleich von wissentlich und unwissentlich entgegengekommen, welche zwar noch nicht abgeschlossen ist, worüber ich aber doch schon folgende Bemerkungen Camerers mittheilen kann. Halten wir dabei im Auge, daß unstreitig Camerers Interesse von vorn herein vielmehr nach Seiten des von ihm selbst wie bisher überall befolgten unwissentlichen, als des wissentlichen Verfahrens neigte; um so unparteiischer wird man folgende Bemerkungen desselben finden. Er sagt:

„Bei den wissenden Versuchen durften die Versuchspersonen [es waren ihrer 5, worunter Camerer selbst], allerdings wissen, nicht nur, daß nur Nadelabstände gebraucht wurden [also keine Vexirversuche mit Nulldistanz eingeschoben], sondern auch wie groß jeweils der gebrauchte Abstand war. Sie haben sich aber von letzter Kenntniß gewiß nicht leiten lassen, ja einige der Versuchspersonen haben, nach ihrer Aussage, meistens nicht gewußt, wie groß der Abstand war; weil er sie nicht interessirte; andere haben sich, wenigstens in vielen Fällen, darum gekümmert."

„Das aber sagen sämmtliche Beobachter einstimmig aus, daß die wissenden Versuche weit leichter, weit weniger anstrengend, sind. Man kann sich ganz unbefangen dem Gefühlseindruck überlassen, während die Angst vor möglichen Vexirfehlern bei den unwissenden Versuchen sehr stört. Insofern also hat sich Ihre Meinung vom Vorzug der wissenden Versuche ganz bestätigt, und die Unterschiede in den Resultaten beider Arten fallen wohl hauptsächlich der complicirten Fragestellung bei den unwissenden Versuchen zur Last."

Die Resultate fallen nämlich je nach wissentlich und unwissentlich sehr verschieden aus, und soweit die Versuche bis jetzt gediehen sind, entsprechen die wissentlichen der Formel, bei der ich zuletzt stehen geblieben bin, besser als die unwissentlichen, ohne daß ich doch vor dem definitiven Abschluß schon eine Sicherheit in dieser Hinsicht geben möchte.

Jedenfalls aber scheint mir mit den Camererschen Versuchen schon jetzt bewiesen, daß der Vorzug, den ich dem wissentlichen Verfahren ertheile, nicht bloß an meiner Subjectivität und der Natur der Gewichtsversuche hängt, sondern Anspruch auf allgemeinere Geltung hat.

Insofern man Vexirversuche beim unwissentlichen Verfahren nicht wohl entbehren kann, verdient noch folgende Bemerkung Beachtung.

Man meint, die Einschaltung von Vexirversuchen in die Hauptversuche sei an sich unbedenklich, und könne, selbst wo sie sich ersparen ließe, keinen Nachtheil bringen; aber man irrt hierin; und schon die

früher veröffentlichten Tastversuche Camerers beweisen es. In der That hat Wundt ganz Recht mit seiner Vermuthung, daß durch Einschaltung von Vexirversuchen das Verhältniß von r, f, z sich ändern muß; aber es ändert sich dadurch zum Nachtheil. Durch die Einschaltung der Vexirversuche (d. i. mit 1 Spitze, ohne Distanz D) in die Hauptversuche (mit D) wächst nämlich die verhältnißmäßige Zahl der r, indem sie vermöge Contrasteinflusses auch wächst, wenn man Versuche mit großem D nach oder zwischen solchen mit kleineren D anstellt; D = 0 aber ist das kleinstmögliche D und dessen Einschaltung, d. i. der Vexirversuch, wirkt also in betreffender Hinsicht am stärksten. Kurz man führt durch Einschaltung von Vexirversuchen in die Hauptversuche eine Complication ein, für die bis jetzt keine Elimination gefunden ist. Näheres hierüber s. in dem, diese Versuche besonders behandelnden, Abschnitte.

Endlich aber giebt der Umstand, daß man bei wissentlichem Verfahren der Zuziehung eines Gehülfen entbehren kann und die methodische Anstellung der Versuche ganz in der eignen Hand behält, ja daß eine solche Anstellung überhaupt nicht leicht anders als beim wissentlichen Verfahren vollständig gelingt, diesem Verfahren entschieden äußere Vortheile vor dem unwissentlichen voraus. In der That, wollte ein Gehülfe die Versuche in so methodischer Abwechselung und Folge der Umstände, so wie Gleichzahl bezüglich jedes Umstandes insbesondere, ausführen, wie es zur Vergleichbarkeit der darauf bezüglichen Versuchsfractionen und Eliminirbarkeit der constanten Fehler nöthig ist, so würde das unwissentliche Verfahren dadurch illusorisch werden, daß das Versuchssubject leicht erriethe, was man seinem Wissen entziehen möchte.

d) Frage nach dem zweckmäßigst anzuwendenden D.

Bei Anwendung unserer Methode fragt sich, welche Differenz D man zwischen den, dem Versuche zu unterwerfenden Reizen anzuwenden habe, also z. B. welches Zusatzgewicht D bei den Gewichtsversuchen zum Hauptgewicht P zu fügen sei, um das größere Gewicht $P' = P + D$ damit herzustellen. Von selbst wird man ebenso ein zu kleines D vermeiden, wo beide Gewichte nahe gleich wären, und abgesehen von constanten Fehlern die r mit den f fast gleich ausfallen würden, wie ein zu großes, wo alle Fälle richtig ausfallen würden, weil sich beide Fälle dem Princip der Methode entziehen. Nun giebt es zwar eine gewisse Breite, innerhalb deren man an kein bestimmtes Verhältniß von D zu P gebunden ist, kann doch aber fragen, ob nicht ein gewisses Verhältniß vor anderen in der Praxis bevorzugt zu werden verdient, in so weit es die Zwecke

der Untersuchung gestatten. Diese können nun freilich die Anwendung einer Mehrheit von D fordern, aber dann wird es allgemeingesprochen immer zweckmäßiger sein, mit denselben das vortheilhafteste D zwischen sich zu fassen, als bloß nach einer Seite davon zu bleiben.

Wundt nun stellt in dieser Hinsicht das Princip auf (Ps. I. 331 und Stud. 9), D sei so zu wählen, daß $\frac{r}{n} = 0,50$, d. h. daß die Zahl der richtigen Fälle eben so groß als die der falschen und zweifelhaften zusammen ausfalle, demgemäß D gleich der Unterschiedsschwelle S zu nehmen. Nach Müllers Formeln nämlich, auf die sich Wundt hiebei bezieht, trifft die Bedingung $\frac{r}{n} = 0,50$ mit der Bedingung $D = S$ zusammen, wie des näheren im folgenden Abschnitte besprochen werden wird. Die vorläufige Bestimmung der U. Schw. nach der Methode der eben merklichen oder kleinsten Unterschiede, auf welche die Methode der r. u. f. F. bei größter Schärfe zurückkomme, könne hienach nützlich sein, jenen vortheilhaftesten Werth von D zu finden.

Aber vor Allem ist hiegegen zu bemerken, daß beide Bedingungen $\frac{r}{n} = 0,50$ und $D = S$ nur nach dem Theilungsprincip II der z, welches den Müllerschen Formeln zu Grunde liegt, zusammentreffen; und ich glaube doch im folgenden Abschnitte zeigen zu können, nicht nur, daß dies Princip unhaltbar sei, sondern auch, daß das aus der Methode der r. u. f. F. sei es nach I oder II zu gewinnende S mit der aus der Methode der e. m. oder sog. kleinsten Unterschiede zu gewinnenden U. Schw. S nicht zu identificiren sei, vielmehr principiell davon abweiche. Auch finde ich von vorn herein kein aprioristisches Princip, weßhalb man sich sei es an die eine oder andere Bedingung oder an ihr Zusammentreffen zu halten habe, und bei näherem Zusehen sogar unmöglich, sich an letzteres zu halten, da bei diesem Zusammentreffen nach Müllers Formeln, wie im folgenden Abschnitt zu zeigen, die Unterschiedsschwelle und mithin die damit reciproke Unterschiedsempfindlichkeit immer dieselbe, nämlich erstere immer $= D$ bleibt, mag z gegen f oder f gegen z überwiegen, indeß dies doch principiell weder gleichgültig für die Größe der Unterschiedsschwelle noch für die Unterschiedsempfindlichkeit sein kann.

Meinerseits scheint mir die Aufgabe so zu fassen. Da ich überhaupt den Hauptzweck des Verfahrens darin suche, das Präcisionsmaß h als Maß der U. E. möglichst genau zu erhalten, beim Vergleich ver-

schiedener Empfindlichkeiten aber in Verhältniß zu seiner Größe möglichst genau zu erhalten, so scheint mir ein solcher Werth von r oder vielmehr von r′, an den sich das Theilungsprincip I hält, vorzuziehen, bei dessen zufälliger Änderung sich h verhältnißmäßig am wenigsten ändert, indem hieran die verhältnißmäßige Sicherheit der Bestimmung des h hängt; wo also $\frac{\partial h}{h \partial r'}$, oder, sofern Dh = t, wo $\frac{\partial t}{t \partial r'}$ ein Minimum ist.

Nun ist nach unserem Theilungsprincip I, wie unter VI gezeigt wird,

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{t = hD} e^{-t^2} \partial t$$

mithin:

$$\frac{\partial r'}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} \partial t,$$

$$\frac{\partial t}{t \partial r'} = \frac{\sqrt{\pi}}{n t e^{-t^2}}$$

und kommt es also darauf an, das Minimum des vorigen Ausdruckes bei gegebenem n zu finden. Dieses aber giebt, nach bekannter Regel bestimmt

$$t = \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 0{,}7071068$$

wozu nach einer, in Decimalen hinreichend ausgeführten Fundamentaltabelle gehört:

$$\frac{r'}{n} = 0{,}84134.$$

Auch kann man sich aus der Fundamentaltabelle selbst direct überzeugen, daß, wenn man den Werth r′ = 0,84 für ⊙ in die Tabelle einsetzt, das zugehörige $\frac{\text{diff.}}{t} = \frac{\partial t}{t}$ kleiner ist, als wenn man 0,85 oder 0,83 einsetzt, und um so mehr, wenn man noch weiter nach einer oder der anderen Seite von 0,84 entfernte Werthe ⊙ nimmt, wobei zu berücksichtigen ist, daß nach der Einrichtung der Tabelle die Werthe ⊙ um constante Differenzen fortschreiten.

6) Fundamentaltabelle der Methode der richtigen und falschen Fälle.

(Wo ⊙ kleiner als 0,50, suche statt ⊙ vielmehr 1 — ⊙ in der Tabelle auf, und nimm t negativ).

⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.
0,50	0,0000	177	0,71	0,3913	208	0,91	0,9481	455
0,51	0,0177	178	0,72	0,4121	212	0,92	0,9936	500
0,52	0,0355	177	0,73	0,4333	216	0,93	1,0436	558
0,53	0,0532	178	0,74	0,4549	220	0,94	1,0994	637
0,54	0,0710	180	0,75	0,4769	225	0,95	1,1631	748
0,55	0,0890	178	0,76	0,4994	230	0,96	1,2379	918
0,56	0,1068	179	0,77	0,5224	236	0,97	1,3297	1225
0,57	0,1247	181	0,78	0,5460	242	0,98	1,4522	1928
0,58	0,1428	181	0,79	6,5702	249	0,99	1,6450	∞
0,59	0,1609	182	0,80	0,5951	257	1,00	∞	
0,60	0,1791	184	0,81	0,6208	265			
0,61	0,1975	185	0,82	0,6473	274			
0,62	0,2160	187	0,83	0,6747	285			
0,63	0,2347	188	0,84	0,7032	297			
0,64	0,2535	190	0,85	0,7329	310			
0,65	0,2725	192	0,86	0,7639	326			
0,66	0,2917	194	0,87	0,7965	343			
0,67	0,3111	196	0,88	0,8308	365			
0,68	0,3307	199	0,89	0,8673	389			
0,69	0,3506	202	0,90	0.9062	419			
0,70	0,3708	205						

Zusatztabelle I.

⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.
0,8300	0,6747	70	0,8600	0,7639	80	0,8900	0,8673	95
0,8325	0,6817	71	0,8625	0,7719	81	0,8925	0,8768	96
0,8350	0,6888	72	0,8650	0,7800	82	0,8950	0,8864	98
0,8375	0,6960	72	0,8675	0,7882	83	0,8975	0,8962	100
0,8400	0,7032	73	0,8700	0,7965	84	0,9000	0,9062	102
0,8425	0,7105	74	0,8725	0,8049	85	0,9025	0,9164	103
0,8450	0,7179	74	0,8750	0,8134	87	0,9050	0,9267	106
0,8475	0,7253	76	0,8775	0,8221	87	0,9075	0,9373	108
0,8500	0,7329	76	0,8800	0,8308	89	0,9100	0,9481	110
0,8525	0,7405	77	0,8825	0,8397	91	0,9125	0,9591	112
0,8550	0,7482	78	0,8850	0,8488	92	0,9150	0,9703	115
0,8575	0,7560	79	0,8875	0,8580	93	0,9175	0,9818	118

Zusatztabelle I (Fortsetzung).

⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.
0,9200	0,9936	120	0,9400	1,0994	151	0,9600	1,2379	211
0,9225	1,0056	123	0,9425	1,1145	156	0,9625	1,2590	222
0,9250	1,0179	127	0,9450	1,1301	162	0,9650	1,2812	236
0,9275	1,0306	130	0,9475	1,1463	168	0,9675	1,3048	249
0,9300	1,0436	133	0,9500	1,1631	175	0,9700	1,3297	272
0,9325	1,0569	137	0,9525	1,1806	182	0,9725	1,3569	290
0,9350	1,0706	142	0,9550	1,1988	191	0,9750	1,3859	316
0,9375	1,0848	146	0,9575	1,2179	200	0,9775	1,4175	

Zusatztabelle II.

⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.	⊙	t = hD	diff.
0,970	1,3297	108	0,980	1,4522	150	0,990	1,6450	278
0,971	1,3405	108	0,981	1,4672	156	0,991	1,6728	304
0,972	1,3513	112	0,982	1,4828	163	0,992	1,7032	343
0,973	1,3625	115	0,983	1,4991	173	0,993	1,7375	389
0,974	1,3740	119	0,984	1,5164	181	0,994	1,7764	450
0,975	1,3859	123	0,985	1,5345	192	0,995	1,8214	539
0,976	1,3982	128	0,986	1,5537	205	0,996	1,8753	677
0,977	1,4110	132	0,987	1,5742	219	0,997	1,9430	922
0,978	1,4242	138	0,988	1,5961	234	0,998	2,0352	1499
0,979	1,4380	142	0,989	1,6195	255	0,999	2,1851	∞
						1,000	∞	

V. Über die Verwerthung der zweifelhaften oder Nullfälle z bei der Methode der richtigen und falschen Fälle.

Bei Anstellung vieler Versuche zur Bestimmung eines physikalischen Werthes kann man schon deßhalb eine Mehrheit mitunterlaufender Nullfehler erhalten, weil man zu kleine Differenzen des zu messenden Gegenstandes von Abtheilungen des Maßstabes, obwohl in Wirklichkeit vorhanden, wegen des sich auch hier wie bei psychophysischen Versuchen geltend machenden Schwellengesetzes nicht von Nullabweichungen unterscheiden kann. Man denkt sich aber diese Nullfehler, die für die Empfin-

dung bestehen, zur Anwendung des Gaußschen Gesetzes gleich nach positiver und negativer Seite vertheilt und ihnen gleich viel positive und negative objective Abweichungen von Null entsprechend, weil die gleiche Wahrscheinlichkeit dafür besteht. Und so schiene es von vorn herein am natürlichsten, auch in Anwendung des Gaußschen Gesetzes auf unser Beobachtungsfeld dasselbe bezüglich der dabei vorkommenden Nullfälle zu thun, d. h. die ihnen entsprechenden Abweichungen, im Sinne des in vorigem Abschnitte besprochenen Theilungsprincipes I, gleich zwischen beiden Seiten zu theilen; und in der That ist es so von mir in den „Elementen" geschehen. Ja ich gestehe, nicht einmal daran gedacht zu haben, daß es auch anders geschehen könne, und halte noch jetzt, nachdem sich Anlaß zum Zweifel in dieser Hinsicht geboten, auf Grund der folgenden Erwägungen diese Gleichtheilung für das Richtige.

Allerdings aber ist die Übertragbarkeit dessen, was bei den Nullfällen der Beobachtungsfehler unbestritten zu gelten hat, auf die Nullfälle unserer Methode doch wirklich nicht selbstverständlich. Die Beobachtungsfehler sind zufällige Abweichungen von einer einzigen, der Beobachtung unterliegenden Größe (wofür man das Mittel der beobachteten Größen nimmt); hingegen giebt es bei unserer Methode zwei Größen A, B, welche zufälligen Abweichungen unterliegen, und aus welchen sich die zufälligen Abweichungen ihres Unterschiedes D erst zusammensetzen, was andere Gesichtspuncte mitführen kann. Und so ist denn auch die Statthaftigkeit meiner Gleichtheilung der z nach beiden Seiten von Müller bestritten worden, als welcher vielmehr von dem Princip ausgeht, daß die Unterschiedsschwelle nach positiver Seite mit der Unterschiedsschwelle nach negativer Seite bei der Methode der r. u. f. F. ebenso gleich genommen werden müssen, als bei der Methode der e. m. U., ohne übrigens mehr als es bei mir der Fall war, das Bedürfniß gefühlt zu haben, sein Princip zu rechtfertigen; er nimmt es als wie selbstverständlich in seine Formeln auf. Beide Principe, das der Gleichtheilung der z, von mir im vorigen Abschnitt mit I bezeichnet, und das der Gleichheit der Schwelle nach beiden Seiten, von mir mit II bezeichnet, aber vertragen sich nach schon früher gemachter Bemerkung nicht mit einander; indem sich rechnungsweise ergiebt, daß bei Gleichtheilung der z nach beiden Seiten die Totalschwelle sich nach beiden Seiten ungleich theilt; umgekehrt mit Gleichtheilung der Schwelle nach beiden Seiten die Gleichtheilung der z nicht bestehen kann.

Außer diesen beiden Theilungsprincipen bietet sich übrigens als nicht ganz außer Acht fallend das Princip dar, die Nullfälle z nach

Verhältniß der gegebenen positiven und negativen Fälle r, f auf die eine und andere Seite zu schlagen, also $\frac{rz}{r+f}$ auf die eine, $\frac{fz}{r+f}$ auf die andere Seite.

Und endlich ließe sich daran denken, die z-Fälle ganz von der Berechnung auszuschließen und die Berechnung so zu führen, als wenn es bloß r und f gäbe, wonach auch die Totalzahl n der Fälle nicht zu setzen wäre $n = r + f + z$, sondern $n = r + f$. Es fällt aber dies Princip mit dem vorigen hinsichtlich der Vertheilung der r und f, auf die man damit kommt, zusammen, und ist nur insofern davon zu unterscheiden, als man damit die Möglichkeit einer Berechnung der U. Schw. durch Berücksichtigung der z Preis giebt:

Es liegen also folgende 4 zu berücksichtigende Principe oder Annahmen vor, die ich in möglichster Kürze, unter Einschluß der schon vorgenommenen Bezeichnungen, als I, II, III, IV oder auch wie folgends beisteht, bezeichnen werde:

I. Princip der Gleichtheilung der Nullfälle oder z, von mir selbst vertreten,

II. Princip der Gleichheit der Partialschwellen, von Müller vertreten,

III. Princip der verhältnißmäßigen Theilung der z, d. i. nach dem Verhältniß

$$\frac{rz}{r+f}, \qquad \frac{fz}{r+f},$$

IV. Princip des Ausschlusses der z.

Ich werde nun zuvörderst die Gründe darlegen, welche mich veranlassen, im Hauptstreite zwischen Princip I und II mich für I zu entscheiden, schließlich jedoch auch noch auf dessen Abwägung mit III und IV kommen.

Es ist ein aprioristischer, ein mathematischer, ein empirischer Grund und dazu sind es praktische Gründe, welche zum Vorzuge von I vor II zusammenstimmen; und wollte man dem aprioristischen, in der That etwas spinösen, Grunde mißtrauen, so würden die andern Gründe noch für I durchschlagen. Man kann II nicht durchführen, ohne seitens des mathematischen Grundes in unlösliche Conflicte zu kommen, die sich der Aufmerksamkeit von Müller entzogen haben, für I aber wegfallen, und die andern zwei Gründe verstärken nur noch diesen Ausschlag zu Gunsten von I. Aber beginnen wir mit dem aprioristischen Grunde. Es ist dieser.

Wir beurtheilen die r, f, z als richtige, falsche und zweifelhafte

oder positive, negative und Nullfälle nach Aussage der Empfindung, und haben also die Rechnungen und Formeln auf diese Aussage, nicht umgekehrt zu stützen, um nicht ein Hysteron Proteron zu begehen. Diese Aussage aber läßt uns unmittelbar nicht Größen sondern nur Zahlen der positiven und negativen Unterschiedsempfindungen finden, zwischen welchen die Nullempfindungen getheilt zu denken sind, um gemäß dem S. 41 f. besprochenen Princip die unterliegenden scheinbaren Unterschiede danach in positive und negative getheilt denken zu können, wie es zur Anwendung des Gaußschen Gesetzes nöthig ist. Nach Aussage der Empfindung selbst aber liegt schlechthin kein Grund vor, eine Nullempfindung vielmehr als + 0 oder — 0 zu fassen; und wenn doch ein Rechnungsbedürfniß dazu vorliegt, solche Empfindungen nach beiden Seiten vertheilt zu denken, wird die Theilung nach gleicher Wahrscheinlichkeit oder Zahl damit vorzunehmen, und die entsprechende Theilung der scheinbaren Unterschiede nach beiden Seiten zugehörig zu denken sein, hienach aber erst zu fragen sein, wie sich die Größen dieser Unterschiede einerseits und anderseits in Unterordnung unter das Gaußsche Gesetz verhalten.

Wenn man von positiven und negativen Unterschiedsempfindungen spricht, so kann dies in verschiedenem Sinne geschehen, worüber einige Worte zu sagen, um sich nicht zwischen den verschiedenen Fassungen zu verwirren, da im Folgenden bloß eine davon zur Geltung kommt. Sei ein Unterschied zwischen B und A von bestimmter Größe gegeben, und $B > A$, also umgekehrt $A < B$, so kann der U. gleichgültig als $B - A$ oder $A - B$, d. i. sowohl positiv wie negativ genommen werden, indem man erstenfalls im Auge hat, daß B größer als A, zweitenfalls daß A kleiner als B, und dies wird sich auf die Unterschiedsempfindungen übertragen lassen. Aber so lange wir nur die absolute Größe des Unterschiedes $\pm (B - A)$ so wie seiner Empfindung, wofür diese willkürliche Unterscheidung nichts bedeutet, in Betracht ziehen, und, wie bei absoluten Größen üblich, als positive bezeichnen, wird ein negativer Werth des Unterschiedes so wie seiner Empfindung nur einen unmöglichen Werth des einen wie der andern bedeuten können, in welcher Bedeutung das negative Vorzeichen in der Unterschiedsmaßformel für Unterschiedsempfindungen unter der Schwelle vorkommt. Aus drittem Gesichtspuncte endlich können wir bei wirklich vorhandenen Unterschiedsempfindungen zwischen der Richtung derselben insofern unterscheiden, als ein Unterschied zwischen A und B, in dem uns B größer als A erscheint, sich durch wirkliche oder scheinbare Änderungen in einen solchen verwandeln kann, in dem uns jetzt A größer als B erscheint, indem sich mit wirklicher oder scheinbarer Verkehrung des wirklichen U. auch die Richtung der Unterschiedsempfindung verkehrt. In diesem dritten Sinne sind hier entgegengesetzte Unterschiedsempfindungen verstanden.

Auch mag noch folgende Bemerkung hier am Platze sein. Eine Unterschiedsempfindung null ist nicht mit einer Nullempfindung schlechthin zu verwechseln, sondern als Negation der Empfindung eines Unterschiedes zwischen zwei Empfindungen

unterschieden von der Negation einer einfachen Empfindung. Allerdings kann man sagen, null ist als null überall sich selbst gleich, aber ist doch nicht nach seinen Beziehungen überall gleich, wie denn z. B. kein Apfel etwas Anderes als kein Geld ist.

Der vorigen aprioristischen Betrachtung kann der Einwand entgegentreten: die Gleichheit der Schwelle nach beiden Seiten sei ihrerseits a priori nothwendig, und die Vertheilungsweise der z nach beiden Seiten vielmehr als Folgerung daraus abzuleiten, als daß man aprioristisch von ihr ausgehen könne. Und von vorn herein ist zuzugestehen, daß mit unserem Princip eine schon früher (S. 47 f.) angestellte Betrachtungsweise in scheinbaren Conflict kommt, die in der That den Anspruch einer aprioristischen erheben kann. Vor näherem Eingehen darauf kommen wir erst mit einer, die Betrachtung erleichternden, anschaulichen Vorstellungsweise darauf zurück.

Werde der Unterschied D zwischen den beiden Reizen A, B durch eine Distanz zwischen zwei Puncten vorgestellt, und ziehen wir rücksichtslos auf die absolute Größe der Reize, worauf bei der uns hier beschäftigenden Betrachtung nichts ankommt, nur die Änderung ihres Unterschiedes, also der Distanz D in Betracht, so wird diese Änderung durch eine relative Bewegung der Puncte zu und von einander zu repräsentiren sein. Den einen Reiz, sagen wir A, können wir dabei im Sinne einer bekannten Fiction als fest, und bloß den andern, B, beweglich denken, indem wir die etwaigen Bewegungen von A in entgegengesetzter Richtung auf B übertragen. Die Gleichheit beider Reize wird als verschwundener Unterschied durch ein Zusammenfallen von B mit A repräsentirt sein, und hienach die Unterschiedsschwelle sich durch die Methode der eben merklichen oder verschwundenen Unterschiede wie folgt bestimmen.

Denken wir uns im Ausgange vom Gleichheitsfalle, wo B mit A zusammenfällt, B einmal nach einer, das anderemal nach der entgegengesetzten Seite sich von A fortbewegend, so wird dies bis zu einer gewissen Entfernung, respective S, und S′, von A aus geschehen können, ehe die Abweichung merklich wird. S, und S′ stellen dann die Unterschiedsschwelle respectiv nach der einen und andern Seite, sagen wir die positive und negative, dar, sofern wir die Richtung beider Bewegungen von A aus unterscheiden. Abgesehen von dem S. 47 erwähnten, hier unberücksichtigt gelassenen, Nebenumstande läßt sich nun in der That a priori durchaus kein Grund finden, weshalb S, von S′ verschieden sein sollte. Bei der Methode der r. u. f. F. sind freilich die Ausgangsverhältnisse von vorn herein andere. B fällt von vorn herein nicht mit

A zusammen, sondern weicht um die Distanz D davon ab. Aber durch die zufälligen Fehlervorgänge kann B bis zum scheinbaren, doch als objectiv wirklich vorzustellenden, Zusammenfallen mit A gebracht, also auf den vorigen Fall zurückgekommen werden. Nicht nur bei diesem genauen Zusammenfallen aber von B mit A wird der U. für die E. verschwunden erscheinen, sondern auch bis zu einem gewissen Abstande diesseits und jenseits von A, und wenn vorhin kein Grund vorlag, $S_{,}$ von S' verschieden anzunehmen, wird jetzt ebenso wenig Grund sein.

Wenn schon ich diese Betrachtungsweise von Müller selbst nicht ausdrücklich entwickelt finde, kann es doch unstreitig wesentlich nur der *Gesichtspunct* derselben sein, den er im Hinterhalt hat, wenn er das Theilungsprincip II wie *selbstverständlich* einführt. Auch hat sie mir selbst eine Zeit lang so evident geschienen, daß ich das in den „Elem.“ eingehaltene Princip I dafür aufgab, bis mir erstens das vorige aprioristische Princip mit überwiegender Kraft entgegentrat, zweitens die andern, hienach weiter zu besprechenden, Gründe entscheidend für I hinzutraten. Aber es gilt nun doch, einen Conflict, welcher der Natur der Sache nach nicht unlösbar sein kann, zu lösen und ich versuche es mit folgender Betrachtung.

Ist denn wirklich mit obiger, meinem Princip entgegenstehender, Betrachtung eine Identificirung der Schwellen $S_{,}$, S', auf die man durch die Methode der e. m. U. kommt, — bezeichnen wir diese Schwellen gemeinsam mit 1), — mit den gleichbenannten Schwellen, auf die man durch die Methode d. r. u. f. F. kommt, — bezeichnen wir sie den vorigen gegenüber mit 2) — erreicht oder eine Zurückführung der einen auf die andern gelungen? *Factisch* ist es nicht der Fall. Denn bei den Schwellen 1) trifft die Gleichheit von $S_{,}$ mit S' zusammen mit der Gleichheit von $z_{,}$ mit z', d. i. der Zahl oder Wahrscheinlichkeit der z, die respectiv auf $S_{,}$ und S' fallend gedacht werden können; bei den Schwellen 2) ist es nicht der Fall[1]; sondern *entweder* ist nach Theilungsprincip I

1) Allerdings kann man bei den Versuchen nach der Methode der e. m. U. die Gleichtheilung oder gleiche Wahrscheinlichkeit der z nach beiden Seiten nicht *direct* beobachten, da die Versuchsweise dieser Methode überhaupt nicht darauf eingerichtet ist, z-Werthe zu beobachten; man kann aber doch a priori wegen der Symmetrie der Verhältnisse auf beiden Seiten die gleiche Wahrscheinlichkeit der z, für den Fall, daß sie zu beobachten wären, voraussetzen. Umgekehrt giebt es eine Versuchsweise, wo man nur die Gleichheit oder gleiche Wahrscheinlichkeit der z nach beiden Seiten ohne zugleich die Gleichheit der Schwellengröße nach beiden Seiten beobachten kann, aber nicht minder wegen der Symmetrie der Verhältnisse nach beiden Seiten ein Zusammentreffen beider Gleichheitsfälle voraussetzen kann, das ist, wo man Versuche nach

die Wahrscheinlichkeit der z, und z' gleich, die Größe der S, und S' ungleich, oder nach Princip II umgekehrt. Also wird die Zurückführung der Schwellenbestimmung nach der einen Methode auf die Bestimmung nach der andern Methode von vorn herein hinfällig; und wenn die U. Schw. factisch wie allgemein zugestanden am directesten durch die Methode der e. m. U. bestimmbar ist, so können wir die nach der Methode der r. u. f. F. sei es nach dem einen oder andern Theilungsprincip der z bestimmte, indirect abgeleitete, Schwelle gar nicht mehr mit jener identificiren. Ich möchte sie daher auch lieber durch den Namen, etwa als Theilungsschwelle, sofern mir kein anderer bezeichnenderer Namen beifällt, von jener unterscheiden, indem ich als eigentliche Unterschiedsschwelle die ansehe, in welcher die Gleichheit der z, und z' mit der Gleichheit von S, und S' zusammentrifft, als Theilungsschwelle die, worin sie nicht zusammentrifft. Natürlich aber würde jede andere unterscheidende Bezeichnung dasselbe leisten.

Nun könnte man sagen: trotz dieser Unterscheidung verdient das Theilungsprincip II den Vorzug vor I und kann die nach II bestimmte Unterschiedsschwelle unbedenklich zum Maße der U. E. benutzt werden, weil der Schwellenbegriff an sich vielmehr auf die Größe des Intervalls, in welches die Nullwerthe fallen, als die Zahl oder Wahrscheinlichkeit dieser Werthe geht. Aber sei es, daß man den Begriff in jener Weise bestimmt, was eine Sache der Definition ist, so kann doch die Bedeutung der Schwelle für die U. E. nicht ohne Rücksicht auf die Zahl oder Wahrscheinlichkeit der hineinfallenden z bestehen; und die Rücksichtslosigkeit darauf setzt schon stillschweigend ein Zusammentreffen der Gleichheit der z, und z', mit der Gleichheit von S, und S' voraus, wie es bei der Methode der e. m. U., aber nicht bei der Methode der r. u. f. F., besteht. In der That, setzen wir einmal voraus, daß bei zwei, nach äußeren Umständen vergleichbaren, in einer gleichen Versuchszahl ausgeführten, Versuchsreihen a) b) die Zahl der z durch dasselbe Größenintervall (dasselbe T) begrenzt sei, hiemit die Hälfte desselben S, nennen wir sie nun Unterschiedsschwelle oder Theilungsschwelle, beidesfalls gleich sei, so würde die U. E., bloß danach gemessen, bei beiden Reihen gleich sein. Und so muß es Müller nehmen. Gesetzt aber, in diese gleiche Größe des

der Methode der r. u. f. F. ohne D, also mit zwei gleichen Gewichten anstellt. Ebenso wie bei den Versuchen mit D giebt es hier nämlich außer den Fällen mit wechselndem Ausschlage nach entgegengesetzter Richtung auch Nullfälle, die aber nicht ebenso wie bei den Versuchen mit D eine Bestimmung der Schwellengröße zulassen, als welche nur im Verhältniß zu einem vorhandenen D geschehen kann.

Intervalls, welches alle z enthält, fielen bei a) verhältnißmäßig mehr z, also mehr Nullfälle als in der Reihe b), was in der That nach Abschn. XI vorkommen kann, wenn die innern Umstände nicht vergleichbar bleiben, so würde dies doch nicht als gleichgültig für die U. E. gelten können. Gesetzt, die Zahl der Nullfälle wachse auf Kosten der richtigen Fälle, so wäre dies als eine Verminderung der U. E. anzusehen; gesetzt sie wachse auf Kosten der falschen Fälle, so würde es ein Wachsthum der U. E. bedeuten; und in jedem Falle würde durch die veränderte Vertheilung der Fälle bei gleichbleibendem S eine Veränderung der Empfindlichkeit bedeutet, die man nach vernünftiger Betrachtung zuzugeben hätte, indeß sie nach Müller nicht bestände, sofern dieser beim Maß der U. E. bloß auf die Größe der Schwelle rücksichtslos auf ihren verhältnißmäßigen Gehalt an Nullfällen reflectirt.

Wenn ich nun im vorigen Abschnitte statt der Bezeichnung Theilungsschwelle für $S = \frac{T}{2}$ nach Ableitung aus der Methode der r. u. f. F. den gewohnten Ausdruck Unterschiedsschwelle beibehalten habe und fernerhin meist beibehalten werde, darf man nicht vergessen, daß ich damit keine Übereinstimmung derselben mit dem, aus der Methode der e. m. U. abgeleiteten S im absoluten Werthe zugestehe, und die gleiche Verwerthbarkeit des S der Methode der r. u. f. F. mit dem S der Methode der e. m. U., zum Maße der U. E., nicht begründet halte. Unstreitig zwar hat die Schwelle jener Methode, sei es nach Theilungsprincip I oder II bestimmt, Beziehung zur U. E., aber nur mit Rücksicht auf das nach den Umständen veränderliche Verhältniß der hineinfallenden z zu den andern Fällen, und kann daher nach ihrer Größe allein kein taugliches Maß der U. E. gewähren, indeß sie bemerktermaßen nach Müller principiell allein dazu brauchbar sein soll, das Präcisionsmaß aber nur nach Maßgabe dazu dienen können soll, als es seine umgekehrte Proportionalität damit beweisen kann. Gerade umgekehrt, kann die Unterschiedsschwelle der Methode der r. u. f. F. bloß insofern zum Maße der U. E. dienen, als sie ihre Reciprocität mit dem Präcisionsmaße beweisen kann, und erfahrungsmäßig findet eine solche allerdings statt, so lange die innern Umstände dieselben bleiben, nicht mehr aber, wenn sie sich ändern; und die U. Schw. der betreffenden Methode würde hienach und nach der im allgemeinen geringen Sicherheit ihrer Bestimmung überhaupt ihre Bedeutung einbüßen, wenn nicht ihr Product mit h, also hS oder hT, maßgebend für eingetretene Veränderungen der inneren Umstände wäre; worauf im

XI. Abschnitte zu kommen, wo die Frage der Reciprocität der Unterschiedsschwelle der Methode der r. u. f. F. mit dem Präcisionsmaße allgemeiner besprochen wird.

Inzwischen sei es, daß man nach allen vorigen Erörterungen doch noch zwischen beiden Theilungsprincipen schwanke, so treten des weiteren folgende Puncte zu Gunsten der Entscheidung für Princip I hinzu. Der mathematische, den ich vorweg so nannte, ist dieser. Bei zweifelhafter Wahl zwischen zwei Principen findet sich nicht selten, daß die Entscheidung sich sofort ergiebt, wenn man sie an extremen oder besonders charakteristischen Fällen der Anwendung prüft. Ein solcher Fall ist für uns der, wo r gleich der halben Zahl der Fälle, mithin $\frac{r}{n} = 0{,}50$ ist, was nach der von Müller wie von mir angewandten Fundamentaltabelle das zugehörige $t_I = 0$ giebt. Nun ist die U. Schw. S nach Müllers eigener, auf das Theilungsprincip II gestützten, Formel so wie oben (S. 51):

$$S = \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} D$$

wo t_{II} der zu $\odot = \frac{r + z}{n}$ gehörige t-Werth ist. Dies giebt für den Fall von $\frac{r}{n} = 0{,}50$, mithin $t_I = 0$,

$$S = D$$

indem sich t_{II} im Zähler und Nenner hebt, und zwar gleichgültig, ob $\frac{z}{n}$ groß oder klein gegen $\frac{f}{n}$ ist, oder auch ganz fehlt; während doch die Schwelle ihrem Begriffe nach durch die hineinfallenden z bestimmt ist. Da die Unterschiedsempfindlichkeit reciprok der U. Schw. sein soll, so bleibt auch die U. E. hiebei dieselbe, während doch die Fälle f eine geringere U. E. bedeuten als die Fälle z. Es scheint mir ganz unmöglich, ein solches Resultat, mithin eine Formel, woraus es fließt, mithin ein Princip, woraus die Formel fließt, d. i. das Princip II zuzulassen. Aber auch wo $\frac{r}{n}$ nicht genau gleich 0,50 ist, müßte nach Princip II das Verhältniß von f zu z um so gleichgültiger für Beurtheilung der U. E. werden, je näher $\frac{r}{n}$ dem Werthe 0,50 kommt.

Für das Theilungsprincip I hingegen besteht diese Schwierigkeit nicht. Da haben wir

$$S = \frac{T}{2} = \frac{t_{II} - t_I}{t_0} D,$$

wo t_0 der, zu $\odot = \frac{r'}{n} = \frac{r + \frac{z}{2}}{n}$ gehörige t=Werth ist, der sich bei $t_I = 0$ in $\frac{t_{II}}{t_0} D$ verwandelt, ein Werth, der um so mehr wächst, je mehr die verhältnißmäßige Zahl der z gegen die der f wächst, wie nicht anders aus allgemeinem Gesichtspuncte vorauszusetzen. So hat man, wenn $n = 100$, $r = 50$ für folgende Werthe z folgende Werthe $\frac{t_{II}}{t_0}$, die mit D zu multipliciren, um S zu erhalten

z	1	10	25	49
$\frac{t_{II}}{t_0}$	2,00	2,01	2,12	3,53

Bis zu $z = 50\%$ kann man nach Princip I nicht gehen, wenn zugleich $r = 50\%$ ist, mithin alle f fehlen, weil man dann ebenso $t_{II} = \infty$ erhalten würde wie wenn $r = n$, was Fehlschläge in dem S. 54 besprochenen Sinne sind, die von unzureichender Zahl der Beobachtungen abhängig zu machen.

Kaum weniger durchschlagend gegen II als vorige Folgerung dürfte man die folgende finden.

Sei wiederum r gleich dem halben n, und bestehe die andere Hälfte der Fälle, mag r groß oder klein sein, aus lauter Nullfällen mit Ausnahme eines einzigen falschen Falles, sei also allgemein:

$$r = \frac{n}{2}, \qquad z = \frac{n}{2} - 1, \qquad f = 1.$$

Lassen wir nun n wachsen, während diese Verhältnisse fortbestehen, d. h. r immer die eine Hälfte, z die andere Hälfte mit Ausnahme eines f darstellt, so wird nach Princip I der Werth des Präcisionsmaßes $h = \frac{t_0}{D}$, nachdem nur erst ein kleines n überschritten ist, mit wachsendem n sehr wenig mit wachsen, und nicht über den Grenzwerth $\frac{0,4769..}{D}$ hinauswachsen können [1]), was sehr natürlich erscheint, da das eine f nur

1) Wenn nämlich, bei $\frac{r}{n} = 0,50$ und mithin $\frac{f + z}{n} = 0,50$ der Werth z so

bei kleinem n einen nicht merklich verschwindenden Einfluß auf das Resultat äußern kann. Hingegen wächst unter Festhaltung der obigen Bedingungen das nach Princip II bestimmte $h = \frac{t_{II}}{2D}$ mit wachsendem n ins Unbestimmte ohne Grenze, indem t_{II} von $\frac{n+z}{2}$ abhängt, was im Fall von $r = \frac{n}{2}$ und $z = \frac{n}{2} - 1$ in $\frac{n-1}{n}$ übergeht, sich mithin mit wachsendem n immer mehr $\frac{n}{n} = 1$ nähert; dieses aber giebt t und mithin $h = \infty$.

Kommen wir jetzt zum empirischen Grunde der Bevorzugung des Theilungsprincipes I vor II. Für den ersten Anblick nun scheint es schwer, eine Entscheidung auf empirischem Wege zwischen beiden Principen überhaupt zu finden. Man könnte nämlich zwar eine solche darin suchen, daß Gesetze, die man als principiell gesichert ansehen kann, sich reiner nach Berechnung der Beobachtungen auf Grund des einen als andern Principes herausstellen. Aber wollte man z. B. das Webersche Gesetz dafür nehmen, so weiß man, daß dasselbe in der äußeren Psychophysik überhaupt nur in Annäherung zutrifft, die Resultate aber, die man nach einer und der andern Rechnungsweise unter Umständen, unter welchen die Methode überhaupt anwendbar ist, erhält, unterscheiden sich, wie nachher zu zeigen, in den für das Gesetz maßgebenden Verhältnissen so wenig, daß man sie durch die wahrscheinlichen Fehler der Bestimmung und der an sich stattfindenden Abweichungen vom Gesetz im allgemeinen weit überwogen ansehen darf; doch ist es mir gelungen, folgende Probe aus einem andern Gesichtspuncte zu finden.

Wie schon aus der Darstellung in den „Elementen" und weiterhin aus dem Abschnitte über die Elimination constanter Fehler erhellt, läßt sich bei gleichzeitigem Dasein eines Zeitfehlers p und Raumfehlers q auf zwei Weisen zu einem von diesen Fehlern befreiten hD gelangen, indem man einmal $h(D + p + q) = t_1$ mit $h(D - p - q) = t_4$

---

groß wird, daß das eine f dagegen verschwindet, kann man $\frac{z}{n}$ selbst merklich $= 0{,}50$ setzen. Nun wird t_0 erhalten, wenn man zu $\frac{r'}{n} = \frac{r + \frac{z}{2}}{n}$ das t in der Fundamentaltabelle sucht; dieser Werth von $\frac{r'}{n}$ aber geht bei $\frac{r}{n} = 0{,}50$ und $\frac{z}{n} = 0{,}50$ in 0,75 über, wozu sich in der Fundamentaltabelle der Werth $t = 0{,}4769\ldots$ findet.

addirt und zweitens $h(D - p + q) = t_2$ mit $h(D + p - q) = t_3$ addirt, und beidenfalls das Mittel zieht. Mögen die beiderlei Bestimmungen von hD, die man so erhält, respectiv als 1) und 2) unterschieden werden. Wenn nun, wie es bei meinen Gewichtsversuchen geschehen ist, die 4 Bestimmungen $h(D + p + q)$, $h(D - p - q)$ u. s. w. durch vier Versuchsreihen gewonnen werden, die sich nur der Zeit- und Raumlage des Mehrgewichts nach unterscheiden, so wird principiell die Bestimmung nach 1) mit der Bestimmung nach 2) übereinstimmen müssen, und zwar durch die zufälligen Beobachtungsfehler hievon im Einzelnen Abweichungen, oft sogar starke, statt finden können, aber bald 1) bald 2) in zufälligem Übergewicht erscheinen, und je mehr man Bestimmungen einerseits nach 1), anderseits nach 2) zusammennimmt, um so angenäherter wird sich die Gleichheit zwischen den beiderlei Bestimmungen von hD herausstellen, Beweis, daß die Abweichungen wirklich wesentlich nur von unausgeglichenen Zufälligkeiten abhängen. Nun aber hat außer den Zufälligkeiten, die für Rechnung nach Princip I und II gleich bleiben, auch der Unterschied dieser Rechnung Einfluß auf die größere oder geringere Übereinstimmung zwischen den Einzelbestimmungen von hD nach 1) und 2); und es hat sich nach Untersuchung meiner sämmtlichen 8 Hauptversuchsreihen, deren Umstände in dem auf diese Versuche besonders bezüglichen späteren Abschnitte specificirt sind, gezeigt, daß, nach Eintheilung derselben in Fractionen à 64 Doppelhebungen, im Ganzen der Vortheil einer besseren Einstimmung zwischen (1) und (2) 156 mal zu Gunsten des Theilungsprincipes I, nur 104 mal zu Gunsten des Princips II war, wobei, wohl bemerkt, nicht der arithmetische U. zwischen den Bestimmungen nach (1) und (2), sondern das Verhältniß zwischen beiden, wiefern es sich der Einheit mehr oder weniger nähert, als maßgebend für den Vortheil in Betracht gezogen wurde, denn sonst hätte II in einen nur scheinbaren Nachtheil dadurch zu stehen kommen können, daß II etwas größere Werthe als I ebenso für 1) wie 2) giebt, was dann auch den arithmetischen Unterschied zwischen 1) und 2) bei II gegen I etwas vergrößern mußte.

Für die einzelnen Reihen (Nr. 1 bis 5 einhändig, Nr. 6 bis 8 zweihändig) stellten sich die Resultate wie folgt, wobei F die Zahl der besseren Übereinstimmung zwischen 1) und 2) nach I, hiegegen M nach II bedeutet. Beigefügt sind die nach Princip I berechnetnen absoluten Totalsummen $\Sigma(t_1 + t_4)$ für 1) und $\Sigma(t_2 + t_3)$ für 2), sowie die Totalzahlen Σn der Fälle jeder Reihe.

Reihe	F	M	(1) $\Sigma(t_1 + t_4)$	(2) $\Sigma(t_2 + t_3)$	Σn
Nr. 1	26	22	47,9249	49,2442	12288
„ 2	8	6	14,0850	16,8718	4096
„ 3	51	29	58,1312	59,1798	20480
„ 4	16	16	34,2816	32,6192	8192
„ 5	10	2	9,7956	9,7505	3072
„ 6	31	17	35,1311	36,7901	12288
„ 7	10	6	10,9206	13,2669	4096
„ 8	4	6	4,7782	6,3159	2560
	156	104	215,0482	224,0384	67072

Wie man sieht, überwiegt nicht nur im Ganzen, sondern auch in fast allen einzelnen Reihen F über M. Nur in der einzigen Reihe Nr. 8 findet das Entgegengesetzte statt, aber diese Reihe bietet überhaupt nur 10 Bestimmungen und das kleinste Σn, indeß bei der größeren Reihe Nr. 4 mit 32 Bestimmungen sich F und M gleich finden. Alle übrigen Reihen geben $F > M$.

Zu den vorigen Vorzügen von I vor II treten endlich noch zwei beachtenswerthe *praktische* Vortheile, welche selbst dann, wenn vielmehr der theoretische Vortheil auf Seiten von II läge, und mithin II *principiell* vorzuziehen sein sollte, es noch fraglich erscheinen lassen könnten, ob man nicht I praktisch vorziehen dürfe, da sich unten zeigen lassen wird, daß die, den Maßvergleich zwischen verschiedenen Versuchsreihen vermittelnden *Verhältnisse* der Maßwerthe h, T in keinem nennenswerthen Grade verschieden ausfallen, mag man die Formeln nach I oder II, wie sie im vorigen Abschnitte gegeben sind, zur Bestimmung derselben benutzen. Die praktischen Vortheile von I vor II aber sind folgende:

Erstens vereinfacht sich nach I die Bestimmung von h, weil man dazu die Fundamentaltabelle nur *einmal*, zur Bestimmung von t_0, hingegen nach II *zweimal*, zur Bestimmung von t_I und t_{II} aufzuschlagen und hienach bei II noch eine Addition und Mittelziehung vorzunehmen hat, die man bei I erspart. Dieser Vortheil erscheint vielleicht unerheblich; wenn man aber zur Bestimmung eines definitiven h die Resultate aus vielen Fractionen zusammenzulegen hat, wie es bei großen Versuchsreihen nöthig werden kann, wird er allerdings nicht unerheblich.

Wollte man auf die Bestimmung der Schwelle T und mithin

$S = \frac{T}{2}$ eingehen, so würde allerdings der Vortheil des weniger häufigen Nachschlagens in der Fundamentaltabelle auf Seite von II fallen, weil man zur Bestimmung von T auch nach I der Bestimmung von t_I und t_{II} und außerdem noch der Bestimmung von t_0 bedarf, welche nach II wegfällt. Aber es ist schon früher bemerkt, daß man kaum irgendwann praktischen Anlaß finden kann, auf T zurückzugehen oder gar dessen Bestimmung der Bestimmung von h vorzuziehen.

Zweitens kann man allgemeingesprochen nach I eine große Versuchsreihe auf kleinere besonders zu behandelnde Abtheilungen fractioniren, als bei II, was zur Unschädlichmachung der sog. Variation constanter Fehler nützlich ist; und kann auch bei I größere Unterschiede D in den Versuch einführen, als bei II, beides aus dem Grunde, weil das Verfahren II bei kleinen Fractionen oder großen Werthen von D leichter zu Fehlschlägen in dem S. 54 angegebenen Sinne führt. In der That, in Reihen oder besonders zu behandelnden Fractionen von Reihen, wo es gar keine falschen Fälle giebt, mithin $r + z = n$, erhält man für t_{II}, welches in die nach Princip II gültige Formel für h eingeht, einen unendlichen Werth, woraus ein unendlicher Werth von h folgt, wogegen t_{II} nicht in die nach Princip I gültige Formel eingeht, sondern bloß der zu $r + \frac{z}{2}$ gehörige Werth t_0, welcher selbst endlich ist und ein endliches h giebt; so daß nach I ein Fehlschlag bei Bestimmung von h bloß eintreten kann, wenn sowohl f als z wegfallen, also $r = n$ ist.

Endlich komme ich noch dazu, zu zeigen, daß die Verhältnisse der Maßwerthe h, T, auf die es bei Maßvergleichen ankommt, wirklich in keinem nennenswerthen Grade verschieden ausfallen, mag man die betreffenden Maßwerthe nach I aus den Formeln (1), (2), S. 50 oder nach II aus den Formeln (3), (4) S. 51 ableiten [1]), wonach selbst, wenn II einen theoretischen Vortheil hätte, man doch nach II keine Vergleichsresultate gewinnen würde, die irgends erheblich von den, nach I zu gewinnenden, abweichen. Und unstreitig hätte Müller Anlaß gehabt, erst selbst eine Untersuchung deßhalb vorzunehmen, wozu ihm die Gelegenheit in mehrern ihm von mir zu andern Zwecken dargebotenen Versuchsreihen nicht fehlte, ehe er sich herbeiließ (wie z. B. p. 267)

---

1) Betreffs T habe ich zwar keinen entsprechenden Vergleich als für h direct vorgenommen; aber da nach den S. 50 f. gegebenen Formeln der Werth von T je nach I oder II sich bloß durch den darein mit eingehenden Werth von h unterscheidet, folgt auch dasselbe in betreffender Hinsicht für T, was sich für h findet.

Resultaten, die von mir nach I gezogen werden, die Haltbarkeit abzusprechen, weil sie vielmehr nach I als II gezogen werden. Er würde damit Unrecht haben, selbst wenn er mit seinem Princip II Recht hätte, um so mehr natürlich, wenn er nicht Recht damit hat. Dies zu constatiren bot sich mir von selbst die Gelegenheit dadurch dar, daß ich eine Zeit lang glaubte, von meinem Princip I abgehen und das Müllersche II annehmen zu müssen (vgl. S. 72), daher meine sämmtlichen, früher nach I berechneten, Versuchsreihen, worin die mannichfachsten Verhältnisse spielen, umrechnete, ohne die Resultate, auf die es ankam, in irgend einem wesentlichen Puncte oder Grade geändert zu finden. Dies scheint zwar für den ersten Anblick in Widerspruch damit zu stehen, daß in gewissen Fällen, welche ich oben als schlagend für die Entscheidung zwischen I und II vorführte, der Unterschied in den Resultaten sogar ungeheuer werden kann; aber Versuchsanordnungen, wo solche Fälle vorkommen, sind überhaupt zur Ziehung von Resultaten praktisch nicht geeignet, und jedenfalls bei meinen so mannichfach abgeänderten Versuchsreihen zur Untersuchung verschiedener Umstände nicht vorgekommen.

Die Sache ist die. Nach I hat man $hD = t_0$, nach II hat man $hD = \frac{t_I + t_{II}}{2}$. Letzter Werth ist aber, wie man sich durch beliebige Proben aus der Fundamentaltafel überzeugen kann, im absoluten Werthe stets größer als t_0, und, da negative Werthe von t_0 so wie $t_I + t_{II}$ nur Ausnahmen sind (wo nämlich $r < \frac{1}{2}$), so fällt der Werth von hD, und bei Gleichheit von D der Werth von h, im allgemeinen größer nach II als I aus. Abgerechnet gewisse extreme Fälle, die so gut als nicht vorkommen, ist der Unterschied nicht sehr bedeutend, wie schon das Beispiel S. 52 zeigte; aber es würde doch Unrecht sein, ihn zu vernachlässigen, wenn er nicht bei Änderung der Umstände, für die man den Werth von hD und mithin h zu bestimmen sucht, dieselbe Richtung bei I wie II behielte; was mitführt, daß die Verhältnisse der h, auf die es ankommt, je nach I und II merklich dieselben bleiben. Ich sage nicht, genau; aber die Abweichungen sind erfahrungsmäßig so gering und wechseln so sehr zufällig nach beiden Seiten, daß sie wirklich praktisch vernachlässigungswerth sind. Ich habe dies, abgesehen von dem schon oben ausgesprochenen allgemeinen Resultate, noch besonders an zwei meiner größten Reihen, der einhändigen Nr. 1 und zweihändigen Nr. 6 constatirt, deren Specialverhältnisse in einem spätern Abschnitt angegeben sind, und begnüge mich hier, die Ergebnisse für Nr. 6 mitzutheilen, womit die für Nr. 1 in betreffender Hinsicht ganz stimmen.

Es sind 6 Hauptgewichte P mit den verhältnißmäßigen Zusatzgewichten D = 0,04 P und 0,08 P angewandt. Die Elimination der constanten Raum- und Zeitfehler, überhaupt alle Rechnungen sind nach I und II vergleichungsweise geführt, und durch Zusammensetzung aller Fractionsresultate der ganzen Reihe für ΣhD bei gegebenen P und D folgende Werthe erhalten.

ΣhD	bei D = 0,04 P	0,08 P
nach I	23,8957	48,0255
= II	24,2658	48,7113

also im Ganzen, und mithin durchschnittlich, für II eine kleine Erhöhung der Werthe hD über I hinaus; die man schon fast für vernachlässigbar halten könnte, wenn es überhaupt auf absolute Werthe ankäme, die indessen bei andern Reihen auch etwas mehr betragen kann. Aber es wird darauf ankommen, wie sich die Verhältnisse von hD bei I und II stellen, wenn wir diese Werthe durch die verschiedenen P und D verfolgen, wozu es gilt, die Werthe nach I und II auf eine gemeinsame Einheit zu reduciren. Hiezu drücke ich alle partialen ΣhD als Procente ihrer vorhin gegebenen Totalsummen für I wie II insbesondere aus, und erhalte so folgende Zusammenstellung, in welcher, wie man sieht, die Werthe für I und II nur um ganz zu vernachlässigende Differenzen bald nach einer, bald der andern Richtung von einander abweichen.

Verhältnißmäßige Werthe der Fractions-ΣhD

P	D = 0,04 P I	D = 0,04 P II	D = 0,08 P I	D = 0,08 P II
300	0,1219	0,1216	0,1290	0,1289
500	1244	1240	1184	1180
1000	1651	1649	1509	1509
1500	1793	1781	1885	1885
2000	1956	1965	1970	1967
3000	2137	2149	2162	2170
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Um sich übrigens zu überzeugen, daß die Gleichgültigkeit in Betreff der maßgebenden Resultate, ob man sich an I oder II hält, nicht bloß für meine Gewichtsversuche gilt, sehe man die in dieser Hinsicht gezogenen Vergleichsresultate der Nörrschen Schallversuche in dem auf diese Versuche bezüglichen späteren Abschnitte an.

Ich hoffe, daß das Vorige hingereicht haben wird, die angefochtene Geltung des Princips I gegenüber dem Princip II wiederherzustellen, ohne zu verkennen, daß es in der That in den „Elementen“ zur Begründung des ersteren noch an hinreichend gründlichen Erörterungen gefehlt hat, um nicht dem Princip II die Möglichkeit dagegen aufzutreten noch zu lassen; nur daß die Anfechtung des Principes I von Seiten Müllers, wenn auch scharfsinniger, doch nicht gründlicher war, als seine erste Aufstellung von meiner Seite. Hienach aber haben wir uns noch mit dem Princip III und IV auseinanderzusetzen.

Was das Princip III der verhältnißmäßigen Theilung anlangt, so könnte man für dasselbe überhaupt geltend machen, daß bei dem Zweifel, wie die z zwischen positiven und negativen Werthen zu theilen, nichts natürlicher sei, als sie nach dem Verhältnisse zu theilen, welches die schon vorhandenen zweifellos positiven und negativen r, f in Verhältniß zu einander oder zur Totalzahl darbieten. Auch ließe sich dies noch bestimmter so motiviren: könnten wir unsere Aufmerksamkeit auf das Höchste steigern, so würden wir überhaupt keine z, sondern nur positive und negative Fälle, r und f erhalten, und das Verhältniß der wirklich erkannten r und f zu einander oder zur Totalzahl giebt uns nun einen Anhalt, wie wir auch die nicht erkannten nach beiden Seiten getheilt zu denken haben.

Aber es ist überhaupt ein Irrthum, vom Wahrscheinlichkeitsverhältniß zwischen gegebenen Theilen einer positiven und negativen Scala zufälliger Werthe auf das Wahrscheinlichkeitsverhältniß schließen zu wollen, welches zwischen den übrigen Theilen derselben besteht, und in der That schlüge ein solcher Schluß bei den Beobachtungsfehlern, von deren Gesetz wir doch Anwendung machen, fehl. Außerdem widerspricht das Princip dem oben aufgestellten aprioristischen Princip I der Theilung der z in gleich viel positive und negative Werthe. Endlich ist der Satz, daß bei größtmöglicher Aufmerksamkeit alle Fälle als positiv oder negativ erscheinen würden, nicht wohl haltbar, da er voraussetzen würde, daß die U. Schw. überhaupt bloß von mangelnder Aufmerksamkeit abhinge, was nach anderweiten Gründen nicht zuzugestehen; und selbst wenn sich dies zugestehen ließe, könnten wir die Methode nicht auf den idealen Fall einer ins Unbegrenzte gesteigerten Aufmerksamkeit beziehen, sondern nur auf eine bei den verschiedenen Versuchen möglichst gleich erhaltene Aufmerksamkeit.

Gegen die Methode IV aber ist in Betreff der Rücksichtsnahme auf die Aufmerksamkeit namentlich Folgendes geltend zu machen. Es ist zwar

wahr, je kleiner Unterschiede sind, desto mehr muß die Aufmerksamkeit gesteigert werden, um sie noch als Unterschiede zu erkennen, und es ist daher sehr denkbar, daß, ungeachtet man die Aufmerksamkeit absichtlich bei Auffassung jedes Versuchsfalles möglichst steigert, um zu erkennen, ob er zu den r, f oder z gehört, doch manche Fälle, die bei diesem realen Grade der Aufmerksamkeit als Nullfälle erscheinen, bei einer ins Ideale gesteigerten Aufmerksamkeit als r oder f erscheinen würden; aber selbst wenn man voraussetzen wollte, daß dann alle z sich in r und f auflösen würden, könnte man doch diese z nicht aus der Rechnung weglassen, um bloß die wirklich als r und f aufgetretenen Fälle zu berücksichtigen, weil man damit den Theil der Fälle wegließe, der die allerkleinsten Unterschiede begreift, womit die ganze Werthscala lückenhaft für Anwendung des Gaußschen Gesetzes würde, wie man leicht übersieht, wenn man von den Beobachtungsfehlern diejenigen, die als null erscheinen, aus der Rechnung weglassen wollte. Vielmehr berücksichtigt man sie und theilt sie nur gleich nach beiden Seiten.

VI. Theorie der Methode der richtigen und falschen Fälle.

1) Vorbemerkungen.

In den „Elem." habe ich die Bestimmung des von mir als Maß der U. E. angesehenen Präcisionsmaßes h auf das Möbiussche Linienschema (Elem. I. 105 ff.) gegründet. Müller hat principielle Einwände dagegen erhoben, von denen ich nur die Scheinbarkeit zugestehen kann, finde aber selbst, daß ein, von seinen Einwänden nicht getroffenes, Versehen in Verwerthung des, an sich ganz brauchbaren, Schema begangen und zu corrigiren ist, wonach in den Grundformeln der Methode, die in den „Elementen" (I. 107) für $\frac{r}{n}$, $\frac{f}{n}$ gegeben sind, der Werth $\frac{hD}{2}$ durch hD zu ersetzen ist; und sofern sich in Müllers unabhängig von dem Schema entwickelten Formeln das Richtige in dieser Beziehung schon findet, auch sich hier auf noch andern Wegen wiederfinden wird, habe ich anzuerkennen, daß mich Müller in dieser Hinsicht factisch berichtigt hat. Übrigens ist die betreffende Änderung für die Anwendung der Methode in ihren eigenen Grenzen gleichgültig, insofern es dabei nicht auf absolute Werthe, sondern nur Vergleichswerthe von h ankommt; und so ist die Benutzung

der Fundamentaltabelle schon in den „Elem." der Einfachheit halber vielmehr auf D h als $\frac{Dh}{2}$ gestellt, ungeachtet ich damals noch $\frac{Dh}{2}$ für theoretisch richtiger hielt, weil eben der Unterschied in den Grenzen der Methode praktisch gleichgültig ist[1]. Praktisch ist also durch alles Folgende in der Bestimmungsweise von h gegen früher nichts geändert; nur die Bestimmungsweise der Unterschiedsschwelle S, auf die Müller zuerst gekommen, hinzugekommen.

Zunächst nun gehe ich in der Begründung der maßgebenden Formeln der Methode vom Möbiusschen Linienschema ab, um erst unter 5) darauf zurückzukommen, und wende mich zu directern Bestimmungswegen. Es lassen sich aber überhaupt zwei formell sehr verschieden scheinende, sachlich auf dasselbe Resultat führende, Wege, die ich folgends als a) und b) unterscheiden werde, zur Bestimmung sowohl eines Präcisionsmaßes h, welches als Maß der U. E. brauchbar ist, als der Totalschwelle T oder U. Schw. $S = \frac{T}{2}$ aufstellen. Der erste Weg weicht sehr von dem Gange ab, den Müller bei Behandlung der Methode genommen, indeß der zweite sich nach folgender Ausführung von dem übrigens sachgemäßen Müllerschen wesentlich nur durch eine Vereinfachung desselben, durch Anwendung des Theilungsprincips I statt II, und dadurch unterscheidet, daß er bis zur Bestimmung des für die U. E. eigentlich maßgebenden h oder H fortgeführt ist[2]. Es würde zwar hinreichen, sich an einen beider Wege zu halten; doch schien es mir nützlich, zu zeigen, daß man auf mehr als einem Wege zu demselben Resultate kommt.

Ungeachtet ich nun das Theilungsprincip I dem Theilungsprincip II aus angegebenen Gründen vorziehe, und mich bei der Behandlung der Methode nach a) allein daran halten werde, will ich doch bei der, in der

---

1) Nur bei Vergleich mit den Maßwerthen nach andern Methoden kann der absolute Werth von h in Rücksicht kommen.

2) Zwar fehlt es, um dies schon vorgreiflich zu bemerken, auch bei Müller nicht an einem zusammengesetzten Ausdruck für dies h oder H, nur an der Deutung und Verwerthung desselben zum Maße, so daß er nicht einmal das Bedürfniß gefühlt hat, einen einfachen Buchstaben dafür zu setzen. Sein

$$\frac{h h'}{\sqrt{h^2 + h'^2}} \text{ oder transformirt } \frac{h}{\sqrt{2 + 2\vartheta + \vartheta^2}}$$

entspricht nämlich unserem einfachen h oder H als Präcisionsmaß der α, d. i. der zufälligen Abweichungen von D, indeß seine h, h' die Präcisionsmaße der zufälligen Abweichungen ∂, ∂' von den beiden Reizen sind, wie dies weiterhin an seinem Orte im Texte besprochen werden wird.

Hauptsache den Gang von Müller einschlagenden Behandlungsweise b) nach Anwendung von I auch noch zeigen, wie sich die Behandlung nach II zu stellen hätte, wenn man die wünschenswerthen Vereinfachungen Müller gegenüber dabei anwendet und bis zur Bestimmung des maßgebenden h fortgeht, was der nachherigen Darstellung und Kritik der, ursprünglich von Müller selbst nach II eingeschlagenen, Behandlungsweise unter 4) zu statten kommen wird.

Überall ist folgends auf das Dasein constanter Fehler keine Rücksicht genommen; sei aber ein solcher + c oder — c vorhanden, so ändert dies nichts anderes in folgenden Betrachtungen, als daß überall statt des Reizunterschiedes D vielmehr D + c oder D — c in die Formeln zu setzen und schließlich c in anderwärts besprochener Weise zu eliminiren ist.

2) Bestimmungsweg a) der Maßwerthe nach Theilungsprincip I.

Ich gehe zunächst von dem Falle aus, wo beide Reize, A, B, einander gleich sind, mithin D = 0 ist. Ohne Zufälligkeiten (zufällige Fehlervorgänge) würde nun auch B gleich A erscheinen, mithin das wirkliche D = 0 auch den scheinbaren Werth D = 0 geben; aber die Zufälligkeiten machen, daß B bald größer als A, bald umgekehrt erscheint, also scheinbare Abweichungen zwischen beiden, die wir Δ nennen wollen, im einen und andern Sinne auftreten; und wenn wir den Δ's mit scheinbarem Übergewicht des, in den späteren Versuchen wirklich größer zu nehmenden, B schon jetzt das positive Vorzeichen, den gegentheiligen das negative Vorzeichen geben, jene als r, diese als f bezeichnen, so wird die Wahrscheinlichkeit (W.) der positiven und negativen Δ's, hiemit der r und f, gleich sein. Sofern aber mit r und f auch z, d. i. Nullfälle eintreten, und aus einem Rechenbedürfniß zwischen beiden Seiten getheilt werden sollen, werden sie jedenfalls in diesem Falle, wo von D = 0 aus Alles nach beiden Seiten symmetrisch ist, zwischen beiden Seiten gleich zu theilen sein, ohne daß ein Unterschied beider Theilungsweisen, der nur für den Fall besteht, daß D einen endlichen Werth hat, in Betracht kommt. Für die Voraussetzung von D = 0 theilt sich also die Gesammtheit der Fälle in $r + \frac{z}{2} = r'$ positive und ebenso viel, d. i. $f + \frac{z}{2} = f'$ negative Fälle.

Nun können wir füglich annehmen, und Müller wird dies so gut als ich thun, daß unter der gemachten Voraussetzung von D = 0 die durch Zufälligkeiten bewirkte Abweichung eines Δ von Null nach einer

oder der andern Seite um so unwahrscheinlicher ist, je größer sie ist, weil die Zufälligkeiten dazu mit um so höheren Werthen im selben Sinne zusammentreffen müssen, und daß sie demnach auch mit um so geringerer W. überstiegen wird, je größer sie ist. Dies tritt in das Gaußsche Abhängigkeitsgesetz der W. zufälliger Abweichungen von ihrer Größe hinein, und so kommen wir, nach wahrscheinlichster Hypothese, unmittelbar auf die Δ's als zufällige Abweichungen von $D = 0$.

Dies vorausgeschickt, so haben wir in unserem jetzigen Falle, wo $D = 0$, als W. der gesammten positiven wie negativen Δ's jederseits

$$\frac{r'}{n} = \frac{f'}{n} = \frac{1}{2}.$$

Verwandelt sich nun $D = 0$ durch Einführung ungleicher Gewichte in ein positives D, so wächst dadurch die W. der positiven Fälle über $\frac{1}{2}$ hinaus um ein Gewisses, sagen wir um C, und nimmt die der negativen Fälle um ebenso viel ab, und haben wir also jetzt

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + C; \qquad \frac{f'}{n} = \frac{1}{2} - C$$

C aber wird von D functionell nach folgender Betrachtung abhängen.

In jedem Falle können wir die Abweichungen Δ, welche wir bei $D = 0$ erhielten, auch wenn wir sie nicht kennen, durch dieselbe Einheit, nach der wir D messen, gemessen denken und dadurch damit vergleichbar halten. Sofern nun D bei allen Versuchen constant bleibt, und einen demgemäß constanten Einfluß äußert, können wir es so ansehen, als wenn sich sein positiver Werth zu jedem positiven wie negativen Δ, welches wir ohne Zutritt von D erhalten haben würden, hinzufügte, wodurch jedes positive Δ um D wächst, jedes negative um ebenso viel im absoluten Werthe abnimmt[1]). Die so abgeänderten Abweichungen $\pm \Delta + D$ nennen wir Θ; also

$$\Theta = \pm \Delta + D$$

1) Diese Betrachtungsweise steht nicht in Widerspruch mit der Betrachtungsweise, daß D selbst durch die zufälligen Vorgänge verschiedene scheinbare Werthe annimmt, indem diese eben dadurch entstehen, daß sich mit dem constanten Einflusse, welchen das in den Versuch gegebene D auf die scheinbaren Unterschiedsgrößen äußert, die zufällig wechselnden Einflüsse verbinden, von welchen die $\pm \Delta$ abhängen. Sollten mit dem Eintritte des D zwischen beiden Reizen diese gemeinsam im absoluten Werthe wachsen oder abnehmen, so würden im Sinne des Weberschen Gesetzes auch die Δ mit wachsen oder abnehmen, also nicht unabhängig von diesem Eintritte sein, aber jene Voraussetzung besteht für unseren Übergang von den Versuchen ohne D zu den Versuchen mit D nicht, und so läßt sich bei objectiv constant erhaltenen Reizen

sie sind es, welche in die Beobachtung bei gegebenem D fallen und so weit sie positiv sind (unter der hier geschehenen Voraussetzung des Theilungsprincipes I) die r′, so weit sie negativ sind, die f′ geben. Obwohl nun die Θ's selbst nicht mit den Δ's im Werthe zusammenfallen, da sie sich vielmehr um + D davon unterscheiden, fällt doch die W. der Θ's mit der W. der Δ's zusammen, d. i. jedes $\Theta = \pm \Delta + D$ hat dieselbe W. als das ihm zugehörige Δ, da sich die Wahrscheinlichkeiten zufälliger Werthe überhaupt nicht durch Zufügung eines constanten Werthes ändern.

Nun liegt die Scheidegrenze zwischen den in die Beobachtung fallenden positiven und negativen Θ's, mithin zwischen r′ und f′, bei $\Theta = 0$, wo sich ein negatives Δ mit dem zutretenden positiven D gerade compensirt, d. i. wo Δ auf negativer Seite dem D im absoluten Werthe gleich geworden ist. Also wird die W. der positiven Δ's, welche $\frac{1}{2}$ bei $D = 0$ war, sich durch den Eintritt eines positiven D um die W. C aller der Werthe Δ gesteigert haben, die von $\Delta = 0$ bis zu dem negativen Δ reichen, welches nach absolutem Werth gleich D ist, indem hiemit erst die W. der positiven D's bis zur Scheidegrenze erfüllt ist.

Nun ist allgemein nach Gaußschem Gesetze die W. der Δ's zwischen $\Delta = 0$ und einem gegebenen Δ

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h\Delta = t} e^{-t^2} \partial t$$

wo $t = h\Delta$ und h das Präcisionsmaß der Δ.

Substituiren wir also, um die W. C zu finden, in vorige Gleichung D für Δ, und setzen für hD kurz t_0, so haben wir

$$C = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD = t_0} e^{-t^2} \partial t$$

Hiernach

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + C = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD = t_0} e^{-t^2} \partial t$$

$$\frac{f'}{n} = 1 - \frac{r'}{n} = \frac{1}{2} - C.$$

---

und mithin objectiv constant bleibendem Unterschiede D auch der Einfluß von D auf die Größe der scheinbaren Unterschiede als ein constanter ansehen, der zu den abgesehen von D stattfindenden zufälligen Einflüssen, wovon die Δ's abhängen, hinzutritt, ohne die Δ's an sich selbst zu ändern; wie sich das durch die Darstellung im Text um so besser erläutern wird. Übrigens controlirt und ergänzt sich zugleich diese Betrachtungsweise durch ihre Zusammenstimmung mit der unter b) anzustellenden.

Nun kann man aus der Fundamentaltabelle zu jedem $\frac{r'}{n}$, als $\odot$ genommen, das zugehörige $hD = t_0$ finden; wonach

$$h = \frac{t_0}{D}$$

wie früher S. 50 angegeben.

Der Gebrauch der Fundamentaltabelle aber erläutert sich so.

Nennen wir überhaupt $\odot$ die W. der Werthe zwischen $\Delta = 0$ und irgend einem gegebenen Werthe Δ einer Seite, vermehrt um die W. $\frac{1}{2}$ der gesammten Werthe der andern Seite, so läßt sich nach Gaußschem Gesetze zu jedem beliebigen Werthe $\odot$ der Werth $h\Delta = t$ finden, welcher dem betreffenden Δ zugehört, und die Fundamentaltabelle thut nichts Anderes, als diese Beziehung für die ganze Scala der in Betracht kommenden Werthe $\odot$ zu geben, worin der Fall inbegriffen ist, wo $\odot = \frac{r'}{n}$ wird, und das zugehörige $t = t_0 = hD$ wird.

Da $\frac{f'}{n} = 1 - \frac{r'}{n}$ aus $\frac{r'}{n}$ von selbst folgt, und $\frac{r'}{n}$ für sich hinreicht, nach der Fundamentaltabelle h aus $hD = t_0$ in der auf S. 50 angegebenen Weise zu finden, so braucht auf die Formel für $\frac{f'}{n}$ keine Rücksicht genommen zu werden.

Die vorigen Verhältnisse dürften sich um so besser durch folgende graphische Darstellung erläutern.

Δ	— 1,43	— 1,00	— 0,64	— 0,31	0	+ 0,31	+ 0,64	+ 1,00	+ 1,43
D	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
Θ	— 0,43	0	+ 0,36	+ 0,69	+ 1	+ 1,31	+ 1,64	+ 2,00	+ 2,43.

Die Horizontallinie, von 0 aus nach beiden Seiten in gleiche Abtheilungen getheilt, stelle durch, auf ihr genommene, Längen Wahrscheinlichkeiten der Δ's zwischen gegebenen Größen-Grenzen derselben dar, in der Art, daß z. B. die Strecke von 0 bis $\Delta = -0,31$ die W. der negativen Δ's bedeutet, die von $\Delta = 0$ bis $\Delta = -0,31$ reichen, die Strecke zwischen $\Delta = 0$ und $\Delta = -0,64$ die doppelt so große W. der negativen Δ's zwischen diesen beiden Werthen u. s. w. Diese Verhältnisse sind in obigem Schema nach dem Gaußschen Gesetze geordnet. Die gesammten Wahrscheinlichkeiten der positiven Δ's sind gleich denen der negativen, und Alles symmetrisch nach beiden Seiten von $\Delta = 0$. So für den Fall, daß $D = 0$. Trete jetzt D mit dem, beispiels-

weise als $+ 1$ gesetzten, Werthe zu jedem Δ hinzu, so entsteht durch Addition desselben zu jedem Δ die Reihe der Θ, deren Nullpunct sich jetzt von $\Delta = 0$ nach negativer Seite hin verrückt hat, so daß die W. der positiven Δ's jetzt größer als die der negativen geworden ist, indem die negativen Θ's jetzt erst über $\Theta = 0$ hinaus beginnen. Sie ist gleich der W. $\frac{1}{2}$ aller positiven Δ's plus der W. der negativen Δ's, die von $\Delta = 0$ bis zu einem negativen Δ reichen, welches in absolutem Werthe dem $D = 1$ gleich ist.

Dem Werthe $h = \frac{t_0}{D}$ läßt sich übrigens noch ein anderer Ausdruck geben. Nennen wir Durchschnittswerth oder indifferentes Mittel ein Mittel, welches aus gegebenen, zum Theil positiven, zum Theil negativen Werthen ohne Rücksicht auf das Vorzeichen, so als wenn alle positiv wären, gezogen wird, und bezeichnen wir es bei gegebener Zahl der Werthe n durch den unten angehängten Index n, also bezüglich der Abweichungen Δ durch Δ_n. Nach der mathematischen Fehlertheorie ist das Präcisionsmaß umgekehrt proportional dem Durchschnitt oder indifferenten Mittel aus der Gesammtheit der Fehler oder Abweichungen, auf welche sich das Präcisionsmaß bezieht, und zwar, genau bestimmt, gleich dem reciproken Werthe des mit $\sqrt{\pi}$ multiplicirten indifferenten Mittels, wonach

$$h = \frac{1}{\Delta_n \sqrt{\pi}}$$

und umgekehrt

$$\Delta_n = \frac{1}{h \sqrt{\pi}}.$$

Hiernach kann man bemerken, daß ebenso wie D als ein constanter Zuwachs zu den Fehlern oder zufälligen Abweichungen $\pm \Delta$, von $D = 0$ aus gerechnet, angesehen werden kann, umgekehrt $\pm \Delta$ als zufällige Abweichungen von dem gegebenen $+ D$ angesehen werden können, welche dann auch natürlich dieselbe absolute Summe, denselben Durchschnittswerth haben und dasselbe Wahrscheinlichkeitsgesetz befolgen, da sich in ihrem Werthe durch den Unterschied der Betrachtungsweise nichts ändert. Auch stimmt dies mit dem allgemeinen Satze, daß zufällige Abweichungen dadurch an sich selbst keine Änderung erleiden, daß man den Werth, von dem aus man sie verfolgt, um einen constanten Werth vermehrt oder vermindert. Indem wir also den Werth $D = 0$ um den positiven Werth $+ D$ vergrößern, bleiben doch die zufälligen Abweichungen davon dieselben als früher von $D = 0$; sie werden nur eben von einem andern

Ausgangspunkt gerechnet. Man muß sie aber, so gerechnet, nicht mit den Θ verwechseln, welches nicht die zufälligen Abweichungen von D aus gerechnet, sondern die um D selbst vergrößerten zufälligen Abweichungen $\pm \Delta$ sind.

Nennen wir nun die zufälligen Abweichungen, je nachdem sie von $D = 0$ oder $D = + D$ aus gerechnet werden, Δ oder α [1]), und die zugehörigen Präcisionsmaße h oder H, so sind die Werthe α mit Δ, sowie H mit h der Größe wie dem Gesetze nach identisch; nur eben der Ausgangspunkt, von dem sie gerechnet werden, ist verschieden. Hiernach aber werden wir auch setzen können

$$h = H = \frac{1}{\alpha_n \sqrt{\pi}}$$

$$\alpha_n = \frac{1}{H\sqrt{\pi}} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}.$$

Wenden wir uns jetzt zur Bestimmung der Total-Schw. T, so würde, wenn dieselbe keine Ausdehnung hätte, bloß der einzige Werth $\Theta = 0$, wo $- \Delta$ sich mit $+ D$ compensirt, als null erscheinen. Aber wegen Gleichtheilung der z nach beiden Seiten von $\Theta = 0$ im Sinne von Princip I erscheinen noch $\frac{z}{2}$ Werthe diesseits auf positiver Seite und jenseits auf negativer Seite der Θ als null. Heiße nun $S_,$ die Ausdehnung der Schwelle nach positiver Seite, S' die Ausdehnung derselben nach negativer Seite ihrem absoluten Werthe nach, so daß $S_, + S' = T$, so werden wir so zur Bestimmung von $S_,$, S' und mithin T gelangen.

Die Gesammtheit der positiven Werthe Θ, mit $\Theta = 0$ als Scheidepunkt derselben von den negativen Θ, ist wie oben angegeben

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD = t_0} e^{-t^2} \partial t$$

Ziehen wir nun auf linker Seite dieser Gleichung $\frac{z}{2n}$ von $\frac{r'}{n}$ ab, was $\frac{r}{n}$ giebt, und ziehen zugehörig auf rechter Seite den zu $\frac{z}{2n}$ zugehörigen Werth $S_,$ von D ab, was $h(D - S_,)$ giebt, wofür t_I stehe, so erhalten wir

$$\frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D - S_,) = t_I} e^{-t^2} \partial t$$

---

1) So gefaßt fallen unsere α's mit denen von Müller zusammen.

Fügen wir ferner auf erster Seite obiger Ausgangsgleichung $\frac{z}{2n}$ zu $\frac{r'}{n}$ hinzu, was $\frac{z+r}{n}$ giebt, und fügen zugehörig auf zweiter Seite S' zu D hinzu, was h (D + S') giebt, wofür t_{II} stehe, so erhalten wir

$$\frac{r+z}{n} = \tfrac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D+S')=t_{II}} e^{-t^2} \partial t$$

Aus $\frac{r}{n}$, als ⊙ in die Fundamentaltabelle gesetzt, finden wir nun $t_I = h\,(D - S_,)$, und aus $\frac{r+z}{n}$ finden wir $t_{II} = h\,(D + S')$; und nachdem wir schon früher nach $\frac{r+\frac{z}{2}}{n} = \frac{r'}{n}$ als ⊙ aus der Fundamentafel hatten $t_0 = h D$, haben wir jetzt zur Bestimmung von h, $S_,$, S' folgende 3 Gleichungen

$$t_0 = h D$$
$$t_I = h\,(D - S_,)$$
$$t_{II} = h\,(D + S')$$

woraus sich h wie oben $= \frac{t_0}{D}$, die Werthe $S_,$ und S' aber wie folgt finden.

$$S_, = \frac{t_0 - t_I}{t_0} D, \quad S' = \frac{t_{II} - t_0}{t_0} D$$

$$T = \frac{t_{II} - t_I}{t_0} D = \frac{t_{II} - t_I}{h}$$

Bei diesen Bestimmungen ist die Rechnung auf den Fall gegründet, daß die positive Abtheilung der Schwelle, d. i. $S_,$, kleiner als D, mithin $D - S_,$ positiv ist, was mit dem Normalfall $\frac{r'}{n} > \frac{1}{2}$ zusammentrifft; wäre aber $S_,$ größer als D, was $\frac{r'}{n} < \frac{1}{2}$ voraussetzt, so würden die vorigen Formeln unter Anwendung der S. 53 f. gegebenen Regel für den Fall von ⊙ $< \frac{1}{2}$ immer noch gültig bleiben, indem in diesem Falle $t_I = h\,(D - S_,)$ negativ würde, und mithin dessen Vorzeichen in den angegebenen Formeln zu verkehren sein würde.

Daß nun das, in obiger Weise bestimmte $h = \frac{t_0}{D}$ wirklich zum Maße der U. E. dienen kann, folgt nach den, im II. Abschn. entwickelten, Principen so:

1) Daß der Unterschied D bei zwei Versuchsreihen durchschnittlich gleich groß erschienen ist, folgt aus der Gleichheit des bei ihnen erhaltenen Verhältnisses r, f, z, oder nach Theilungsprincip I aus der Gleichheit des Verhältnisses r′, f′, wovon es genügt, auf r′ Rücksicht zu nehmen, sofern f′ damit solidarisch ist.

2) Nach der Formel

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{t_0 = hD} e^{-t^2} \partial t$$

aber ist die Gleichheit von $\frac{r'}{n}$ mit der Gleichheit von $t_0 = hD$ gegeben.

3) Wenn also bei zwei verschiedenen Versuchsreihen D verschieden ist, muß sich h umgekehrt wie D verhalten, um ein gleiches hD, mithin gleiches r′, f′ zu geben, mithin den Unterschied D durchschnittlich gleich groß finden zu lassen.

4) Das Maß der U. E. ist aber seinem Begriffe nach durch einen Werth bestimmt, welcher reciprok dem D ist, das gleich groß gefunden wird. Also entspricht h dem Begriffe dieses Maßes.

Dasselbe läßt sich aber noch unter anderer Form zeigen, indem wir auf den Rechnungswerth von h selbst eingehen. Zuvörderst ist $h = \frac{1}{\Delta_n \sqrt{\pi}}$, d. i. umgekehrt proportional dem Durchschnitt der Schätzungsfehler Δ, die wir bei Vergleichung zweier gleichen Gewichte begehen. Diese Schätzungsfehler Δ stimmen aber überein mit den Fehlern α, die wir in Schätzung der Größe des Unterschiedes D selbst begehen, indem wir statt der wirklichen Größe D oder des dafür zu substituirenden Mittels seiner scheinbaren Größen die wechselnden scheinbaren Größen selbst beobachten, deren Unterschiede von der mittleren Größe die Schätzungsfehler α geben. Mögen wir uns nun an die Δ oder α halten, so entspricht

$$h = \frac{1}{\Delta_n \sqrt{\pi}} = \frac{1}{\alpha_n \sqrt{\pi}}$$

in gleicher Weise dem durch die Schätzungsfehler (nach S. 23) zu gewinnenden Maße der Unterschiedsempfindlichkeit. Es gilt nur eben, h in unserem Sinne als Präcisionsmaß der Δ oder α, nicht in Müllers Sinne als Präcisionsmaß der δ im später anzugebenden Sinne zu bestimmen.

Man kann bemerken, daß weder die Größe der Δ noch α bei unserer Methode der Beobachtung direct zugänglich ist; indem wir aber das Gaußsche Gesetz einführen, welches die Größenverhältnisse zufälliger Abweichungen nach positiver und negativer Seite als Function von Zahlen-

verhältnissen finden läßt, gelangen wir zu den Bestimmungen, um die sich's für uns handelt. Indeß ist schon früher S. 24 bemerkt worden, daß wir von der Hypothese des Gaußschen Gesetzes unabhängig werden, wenn wir bei der ersten, der sog. fundamentalen, Auffassung der Methode stehen bleiben.

3) Bestimmungsweg b) der Maßwerthe, nach beiden Theilungsprincipen I und II.

Zunächst gilt Folgendes für die Theilungsprincipe I und II gemeinsam.

Mit Müller gehe ich davon aus, daß schon die Reize A, B für sich durch zufällige Fehlervorgänge scheinbar variiren, daß ihre, von einander unabhängig gedachten scheinbaren Veränderungen, δ, δ', das Gaußsche Gesetz befolgen und daß die zufälligen Veränderungen α des Unterschiedes D zwischen A und B von den Veränderungen δ, δ' der einzelnen Reize abhängig zu machen. Nur scheint mir das durch Zuziehung bekannter Sätze auf eine kürzere und leichter eingängliche Weise geschehen zu können, als von Müller geschehen ist, indem ich von folgendem bekannten, schon früher zur Geltung gebrachten Princip ausgehe.

Wenn sich der U. D zweier Werthe A, B dadurch ändert, daß die Werthe, zwischen denen er stattfindet, sich ändern, so kann die Änderung des D mathematisch dadurch repräsentirt werden, daß man den einen Werth, sei A dafür genommen, als fest und nur den andern B als veränderlich ansieht, indem man die Änderungen δ, welche A erleidet, unter Verkehrung ihres Vorzeichens, auf B überträgt, und mit den Veränderungen δ', welche B erfährt, zusammensetzt. Diese zusammengesetzten Änderungen $\delta' - \delta$ geben nun die α, welche sachlich gleichgeltend, nur formell verschieden, ebenso als zufällige Veränderungen von B bei festgedachtem A, wie als zufällige Veränderungen des U. D beider betrachtet werden können.

Es ist ferner bekannt, daß, wenn zwei Fehlerquellen, die für sich von einander unabhängige Fehler wie δ, δ' geben, an demselben Werthe, unsernfalls B, zusammentreffen, und hiermit einen zusammengesetzten Fehler wie $\delta' - \delta = \alpha$ geben, dieser zusammengesetzte Fehler das Gaußsche Gesetz befolgt, wenn seine Componenten dasselbe befolgen, und, da wir dies von den Componenten δ, δ' voraussetzen, wird es also auch von ihrer Zusammensetzung α gelten, und dem α ein Präcisionsmaß zukommen, daß wir H nennen.

Dieses Präcisionsmaß H läßt sich als eine zusammengesetzte Function der Präcisionsmaße, welche den Componenten der α's, d. i. δ, δ' zukommen, darstellen, worauf unten zu kommen; ohne daß jedoch für unsern

Zweck der Ableitung der Maßwerthe nöthig ist, auf diese Zusammensetzung Rückgang zu nehmen. Müller hat zwar geglaubt, daß die verschiedene Größe der Reize insofern Anlaß dazu gebe, als die durchschnittliche Größe der Abweichungen ∂, ∂' und mithin ihrer Präcisionsmaße davon Einfluß erleide. Aber indem wir beide Abweichungen ∂, ∂' auf denselben Reiz in angegebenem Sinne übertragen, und diese sich daran zu Abweichungen oder Fehlern α zusammensetzen lassen, haben wir auch die Folgerungen dieser Vorstellungsweise anzuerkennen. Ein zusammengesetzter Fehler α aber befolgt das Gaußsche Gesetz, wenn seine Componenten es befolgen, und die componirenden Präcisionsmaße der ∂, ∂' gehen in ein einheitliches Präcisionsmaß der α zusammen, ganz gleichgültig, ob die Durchschnittswerthe der ∂, ∂' gleich oder ungleich sind. Und weder zeigt sich nöthig zur Herleitung dieses einheitlichen Präcisionsmaßes seine Componenten zu kennen, noch kommt bei Anwendung desselben zum Maße der U. E. seine Zusammensetzungsweise in Rücksicht.

Hiernach führen wir die Betrachtung zuerst im Sinne des Theilungsprincipes I.

Richtige oder positive Fälle sind alle diejenigen, wo B, so wie es größer als A ist, auch größer erscheint. Lassen wir nun B sich zufällig um α nach beiden Seiten mit gleicher W. scheinbar ändern, so werden zuvörderst alle die Fälle richtig oder positiv sein, wo B sich nach positiver Seite ändert, deren W. $\frac{1}{2}$ ist. Hiezu kommen aber auch noch alle Fälle, wo B nach negativer Seite sich ändert bis zu der Grenze, wo B auf Gleichheit mit A herabgekommen ist. Darüber hinaus wird B (scheinbar) kleiner als A und beginnen also die negativen oder falschen Fälle. Da nun B von A bei ungeändertem Zustande um D abweicht, so muß die Änderung des B nach negativer Seite, um auf A herabzukommen, im absoluten Werthe gleich D sein. Die W. der α vom Ausgange an, wo $\alpha = 0$, bis zu einem Werthe $\pm$ D beträgt aber nach Gaußschem Gesetze

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{HD} e^{-t^2} \partial t,$$

wo t allgemein $= H\alpha$ und H das Präcisionsmaß der α. Indem wir nun nach Princip I die Hälfte der z Fälle zu den positiven rechnen, ist die W. der positiven α gleich

$$\frac{r}{n} + \frac{z}{2n} = \frac{r'}{n}$$

und haben wir also

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{HD = t^0} e^{-t^2} \partial t$$

übereinstimmend mit der Formel S. 91, nur daß H darin für h steht, was bemerktermaßen nur eine Änderung der Bezeichnung wegen anderer Ableitungsweise, nicht eine Änderung der Größe und sachlichen Bedeutung ist. Die Schwellenabtheilungen $S_,$, S' und die totale Schwelle T bestimmen sich hienach entsprechend wie oben.

Wenden wir jetzt das Theilungsprincip II an, wonach nicht die z gleich zwischen positiven und negativen Fällen zu theilen sind, sondern die U. Schw. T in zwei, dem absoluten Werthe nach gleich zu nehmende, Abtheilungen S nach positiver und negativer Seite zerfällt.

In diesem Falle wird $\frac{r}{n}$ die W. der richtigen oder positiven α's ohne Zuziehung von zweifelhaften Fällen überhaupt bedeuten, welche $\frac{r}{n}$ so weit reichen, daß B von A noch um das positive S zurück ist. Anderseits wird $\frac{r+z}{n}$ die W. der positiven α's mit Zurechnung der vollen z bis zu dem Puncte bedeuten, wo die Gleichheit zwischen A und B um S nach negativer Seite überschritten ist. Ersteres drückt sich aus durch

$$\frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{H(D-S) = t_I} e^{-t^2} \partial t$$

Letzteres durch

$$\frac{r+z}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{H(D+S) = t_{II}} e^{-t^2} \partial t$$

Durch Einsatz einmal von $\frac{r}{n}$, das anderemal von $\frac{r+z}{n}$ als $\odot$ in die Fundamentaltabelle erhalten wir

$$t_I = H(D - S)$$
$$t_{II} = H(D + S)$$

und hieraus

$$H = \frac{t_{II} + t_I}{2D}$$

$$2S = T = \frac{t_{II} - t_I}{H} = 2 \cdot \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} D$$

wie S. 51 angegeben.

Diese Formeln sind zunächst wieder für den Fall abgeleitet, wo $S < D$ und zugehörig $\frac{r}{n} > \frac{1}{2}$; gelten aber auch für den Fall, wo $S > D$ und $\frac{r}{n} < \frac{1}{2}$, wenn man die Regel S. 53 für diesen Fall zuzieht.

Wie man sieht, bedurften wir bei dieser Ableitung der gesuchten Maßwerthe, sei es nach I oder II, in der That des Rückganges auf die functionelle Beziehung des Präcisionsmaßes der α zu den Präcisionsmaßen der δ, δ' nicht; doch gehen wir immerhin zur Bezugsetzung des vorigen Ganges zu dem von Müller selbst unter 4) eingeschlagenen darauf ein, indem wir dabei h, h' in Müllers Sinne als Präcisionsmaße der δ, δ' verstehen. Auch hier aber können wir die Ableitung der betreffenden functionellen Beziehung aus einem bekannten Satze bewirken.

Um den wahrscheinlichen Fehler $\mathfrak{W}$ sei es der Summe oder des Unterschiedes zweier Größen A, B zu finden, deren zufällige Änderungen δ, δ' und wahrscheinliche Fehler ω, ω' sind, hat man bekanntlich zu setzen

$$\mathfrak{W}^2 = \omega^2 + \omega'^2.$$

Die wahrscheinlichen Fehler aber sind, wie ebenso bekannt, umgekehrt proportional den Präcisionsmaßen. Also haben wir, indem mir $\mathfrak{W}^2$ durch $\frac{1}{H^2}$, ω^2 durch $\frac{1}{h^2}$, ω'^2 durch $\frac{1}{h'^2}$ ersetzen,

$$\frac{1}{H^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{h'^2}$$

$$H^2 = \frac{h^2\, h'^2}{h^2 + h'^2}.$$

4) Von Müller eingeschlagener Weg.

Müller erläutert (p. 11 ff.) unsere Methode an den Gewichtsversuchen, wobei das kleinere Gewicht P unser A, das größere $P + D = P'$ unser B vertritt. Beide variiren voraussetzlich durch zufällige Fehlervorgänge nach Gaußschem Gesetze; ihre, diesem Gesetze folgenden zufälligen Variationen heißen wie oben δ, δ', und der Unterschied $\delta' - \delta = \alpha$ giebt wie oben die zufällige Variation des U. D. Indem aber Müller nicht, wie oben geschehen, das Princip benutzt hat, δ mit verkehrtem Vorzeichen auf P' zu übertragen und weiter wie oben zu verfahren, findet er sich veranlaßt, einen sehr umständlichen Weg einzuschlagen, um die Wahrscheinlichkeitsverhältnisse von α nach denen von δ, δ' zu bestimmen. Mittelst einer, mühsam zu verfolgenden Rechnung nämlich, worin

er (nach einer Angabe in Anz. p. 162) wesentlich Bessel (in astron. Nachr. Nr. 358 p. 389 f.) gefolgt ist, leitet er für die, mit $W_0^{\alpha,}$ zu bezeichnende W. der α zwischen $\alpha = 0$ und einem bestimmten Werthe $\alpha,$ folgenden Werth ab.

$$W_0^{\alpha,} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{hh'\alpha,}{\sqrt{h^2 + h,^2}}} e^{-t^2} \partial t$$

worin h, h′ die Präcisionsmaße respectiv von ∂, ∂′ sind, und worin

$$t = \frac{hh'\alpha}{\sqrt{h^2 + h'^2}};\ \partial t = \frac{hh'}{\sqrt{h^2 + h'^2}} \partial \alpha$$

ist.

Setzt man nun aber

$$\frac{hh'}{\sqrt{h^2 + h'^2}} = H$$

und mithin $t = H\alpha$, $\partial t = H\partial\alpha$, so findet man

$$W_0^{\alpha,} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{H\alpha,} e^{-t^2} \partial t$$

dessen Form unmittelbar zeigt, daß α so gut als ∂, ∂′ das Gaußsche Gesetz befolgt und H das Präcisionsmaß von α ist, wonach sich Alles so wiederfindet, wie es vorher unter 3) b angegeben ist.

Inzwischen ist Müller selbst auf diese Vereinfachung nicht gekommen, und weder findet sich bei ihm eine Ausführung oder auch nur Erwähnung, daß W_0^{α} das Gaußsche Gesetz befolgt, noch daß der zusammengesetzte Ausdruck, wofür ich H schreibe, das Präcisionsmaß der α ist, noch daß davon Gebrauch zum Maße der U. E. zu machen; vielmehr operirt er mit dem zusammengesetzten Ausdruck, auf den zurückzugehen nach Obigem überhaupt nicht noth that, weiter wie folgt fort.

Er bemerkt, daß, wenn das Differenzgewicht D nur sehr klein gegen P ist, man h ohne merklichen Fehler = h′ setzen könne. Gesetzt aber, D sei nicht sehr klein gegen P, so setze man $h = h'(1 + \vartheta)$ oder $h' = \frac{h}{1 + \vartheta}$, mithin $\frac{hh'}{\sqrt{h^2 + h'^2}} = \frac{h}{\sqrt{2 + 2\vartheta + \vartheta^2}}$; und letzteren Ausdruck führt er dann, statt ihn durch unser H zu ersetzen, in allen folgenden Entwicklungen fort, welche damit eine unbehülfliche und die Einsicht erschwerende Gestalt annehmen, und kommt so nach eben dem Gange, den ich vorhin unter b) nach II wesentlich in Müllers eigenem

Sinne verfolgt habe, für den Fall, daß $D > S$ und mithin $\frac{r}{n} > \frac{1}{2}$, zu folgenden Formeln (p. 20)

$$h = \frac{t_I + t_{II}}{2D} \sqrt{2 + 2\vartheta + \vartheta^2}$$

$$S = \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} D$$

indeß er für den Fall, daß $D < S$, mithin $\frac{r}{n} < \frac{1}{2}$ noch zwei andere Formeln (p. 19) hat, die jedoch aus vorigen von selbst folgen oder in vorigen inbegriffen sind, wenn man nach der S. 53 f. angegebenen Regel verfährt.

Dies die Definitivresultate Müllers, worin h, als Präcisionsmaß der zufälligen Abweichungen bloß des kleinen Gewichts, nach Müller selbst (p. 21) kein Maß der U. E. bietet.

Indem ich hienach die mathematische Exactheit und selbst den Scharfsinn des von Müller befolgten Ganges vollkommen anerkenne, kann ich doch nach Vorigem nicht umhin, als formalen Mangel desselben anzusehen, daß er von vorn herein zu verwickelt angelegt ist, und als sachlichen, daß er nicht bis zum erforderlichen Ziele, d. i. nicht bis zur Gewinnung eines, als Maß der U. E. brauchbaren Präcisionsmaßes, oder, will man lieber so, nicht bis zur Erkenntniß desselben, von ihm durchgeführt ist. Hiezu noch folgende Bemerkung:

Müller hat schon darauf aufmerksam gemacht, daß die Bestimmung von S unabhängig von dem Vorhandensein oder der Kenntniß eines U. zwischen seinem h und h′ sei, sofern ϑ, was von diesem U. abhängt, in die Formel für S gar nicht eingeht. Hiezu aber läßt sich die Bemerkung fügen, daß dasselbe für unser H gilt; denn, wenn schon nach Müllers Ausdruck $H = \frac{h}{\sqrt{2 + 2\vartheta + \vartheta^2}}$ ist, also seinem Werthe nach von ϑ mit abhängt, so doch nicht seiner B e s t i m m u n g s w e i s e nach, welche, ganz unabhängig von der Kenntniß des ϑ, nach dem gefundenen $\frac{r'}{n}$ mittelst der Fundamentaltafel zu geschehen hat. Die Rücksichtnahme auf eine Unterscheidung der Präcisionsmaße h, h′, welche bei Müller eine Hauptrolle spielt, hat also jedenfalls gar kein praktisches Interesse weder für die Bestimmung von S noch H. Theoretisch aber ist Folgendes darüber zu sagen.

Müller findet bemerktermaßen einen Anlaß, die Variationen δ, δ′

beider Gewichte und demgemäß ihrer Präcisionsmaße h, h′ zu unterscheiden, in der verschiedenen Größe beider Gewichte. Nehmen wir nämlich an, wie ich (nach S. 34 f.) in der That thue, daß die durchschnittlichen scheinbaren Variationen der Gewichte den Gewichten proportional sind, so werden sich mit Rücksicht, daß die Präcisionsmaße reciprok sind der Durchschnittsgröße der Variationen, auf die sie sich beziehen, die Präcisionsmaße umgekehrt wie die Gewichte verhalten, also $h' : h = P : P'$. Müller kommt (p. 22) in anderem Wege, worauf hier nicht nöthig ist, einzugehen, zu derselben Gleichung, und bemerkt nur (p. 23), daß man in den meisten Fällen, bei der nothwendig einzuhaltenden verhältnißmäßigen Kleinheit von D, den Unterschied zwischen h und h′ werde vernachlässigen, also ϑ in obiger Gleichung $= 0$ setzen können; wonach die Berücksichtigung der Verschiedenheit von h und h′ nur Gründlichkeits halber von ihm geschehen konnte. Wollte aber Müller diese Verschiedenheit einmal berücksichtigen, so hätte er aus dem gleichen Gesichtspuncte der Gründlichkeit noch einen anderen Unterschied berücksichtigen müssen, den er nicht berücksichtigt hat, wonach die scheinbaren Abweichungen eines Gewichtes ins Positive, nennen wir sie δ'', einen anderen Durchschnittswerth und mithin ein anderes Präcisionsmaß verlangen, als die mit $\delta_{\prime\prime}$ zu bezeichnenden Abweichungen ins Negative. Heiße das Präcisionsmaß der ersten $\mathfrak{h}''$, das der andern $\mathfrak{h}_{\prime\prime}$. Nämlich je größer ein Gewicht, sei es P′ oder P, durch positive Abweichungen δ'' wird, um so mehr tritt es selbst unter den Gesichtspunct eines großen Gewichtes, je kleiner es durch eine negative Abweichung $\delta_{\prime\prime}$ wird, um so mehr tritt es unter den Gesichtspunct eines kleinen Gewichtes. Also können aus demselben Grunde, weßhalb die durchschnittlichen Änderungen oder indifferenten Mittel δ'_n und δ_n, demgemäß h′, h für das große und kleine Gewicht nicht gleich sein können, auch die durchschnittlichen Änderungen eines jeden beider Gewichte, δ''_n und $\delta_{\prime\prime n}$ ins Positive und Negative nicht gleich sein, hiemit auch ihre Präcisionsmaße $\mathfrak{h}''$, $\mathfrak{h}_{\prime\prime}$ nicht gleich sein. Nun fruchtet es nicht, die Abhängigkeit des zusammengesetzten Präcisionsmaßes von einem Umstande zu berücksichtigen, wenn man eine, principiell damit zusammenhängende von mindestens gleicher Ordnung[1]) vernachlässigt, sondern entweder darf man sie in beider Hinsicht vernachlässigen, und wie bemerkt, macht sich eine praktische Rücksicht darauf

1) In der That kann die zweite Abhängigkeit jedenfalls nicht weniger in Rechnung kommen als die erste, da die scheinbaren Abweichungen von den gegebenen Gewichten nach positiver und negativer Seite den Unterschied der Gewichte nicht selten um ein Vielfaches übersteigen.

überhaupt nicht geltend, oder, glaubt man doch, sie berücksichtigen zu müssen, so hätte man sie nach beiden Beziehungen zugleich zu berücksichtigen, wonach Müllers Präcisionsmaß der α einen noch viel zusammengesetzteren Werth erhalten müßte, als ihm Müller giebt.

Geht man übrigens auf die logarithmische, doch eigentliche fundamentalste Behandlung der Maßmethode ein, wovon im X. Abschnitt, so kommt man auch theoretischerseits gar nicht auf die Verwicklung, die Müller geglaubt hat, einführen zu müssen.

5) Über das Möbiussche Linienschema (Elem. I. 105).

Bemerktermaßen (S. 84) habe ich in den „Elem." statt des vorhin unter 2) und 3) eingeschlagenen Ganges zur Herleitung des Präcisionsmaßes h oder H einen anderen Gang mit Anhalt an das Möbiussche Linienschema eingeschlagen, nach welchem sich das hD der im IV. Abschnitt gegebenen Formeln durch $\frac{hD}{2}$ ersetzen, und hiemit h den doppelten Werth als ihm unsere jetzigen Formeln ertheilen annehmen müßte, um das frühere $\frac{hD}{2}$ unserem jetzigen hD bei gegebenem D gleich zu finden. Wenn schon nun dieser Unterschied schon bemerktermaßen praktisch in sofern gleichgültig ist, als es gilt, verschiedene Versuchsreihen nach der Methode d. r. u. f. F. hinsichtlich der dabei stattfindenden U. E. zu vergleichen, wobei es bloß auf Verhältnisse von h oder $\frac{h}{2}$ ankommt, so ist es doch theoretisch nicht gleichgültig, noch auch gleichgültig, wenn wir die Ergebnisse der Methode d. r. u. f. F. mit den Ergebnissen anderer Methoden vergleichen wollen. Ungeachtet ich nun in dieser Hinsicht jetzt selbst eine Untriftigkeit des aus dem Möbiusschen Schema abgeleiteten $\frac{h}{2}$ statt h anerkenne, liegt doch der Fehler anderswo, als ihn Müller sucht, nicht im Schema selbst, sondern in einem Fehler seiner Verwerthung, worüber folgende Bemerkungen:

Müller sagt (p. 31): „Wir finden bei Fechner dieses Linienbeispiel einfach als zutreffend vorausgesetzt, ohne daß auch nur der Versuch gemacht wird, die Triftigkeit desselben zu beweisen."

Aber die Triftigkeit des Linienbeispieles hängt von der Triftigkeit der Vorstellungsweise, die es zu repräsentiren bestimmt ist, ab, und statt daß das Linienbeispiel ohne Weiteres als triftig vorausgesetzt wäre, geht in dasselbe die ganze Überlegung ein, welche zu jener Vorstellungsweise geführt hat.

Zweitens findet Müller (p. 37 ff.) die, unter Voraussetzung des Theilungsprincipes I aus dem Möbiusschen Schema abgeleiteten, Formeln und Resultate der „Elemente" deßhalb untriftig, weil sie nicht mit seinen, nach dem Theilungsprincip II abgeleiteten Resultaten stimmen. Aber dieser Einwand hebt sich natürlich von selbst, wenn vielmehr das Theilungsprincip I das richtigere ist; und die Frage nach der Triftigkeit des Schema hängt überhaupt nicht von der Frage nach dem Vorzuge von I oder II ab.

Endlich hält Müller (p. 44) die Falschheit des Schema durchschlagend in folgender Weise erwiesen, wozu ich mit ein paar Worten auf das Schema selbst zurückkommen muß.



Stelle die Länge AC das kleinere Gewicht, CB das größere Gewicht, M die Mitte von AB dar, so repräsentirt der Unterschied zwischen AC und CB, d. i. 2CM zunächst den, in den Versuch gegebenen Gewichtsunterschied D [1]). Durch die zufälligen Fehlervorgänge aber kann der Unterschied vergrößert oder verkleinert erscheinen. Ein richtiger oder falscher Fall [2]) wird eintreten, je nachdem AC größer oder kleiner als AM, d. i. je nachdem C diesseits oder jenseits M zu liegen scheint, rücksichtslos wie sich die Größen AC, CB selbst dabei ändern. Dies vorausgesetzt, geht die Entwicklung des Linienbeispiels nach Möbius ordnungsmäßig weiter, ohne daß wir diese Entwicklung weiter zu verfolgen brauchen, da das Verständniß des Müllerschen Einwurfes hievon unabhängig ist.

Der Einwurf ist dieser:

An der (scheinbaren) Änderung des Unterschiedes beider Gewichte können sich die einzelnen Gewichte in der allerverschiedensten Weise betheiligen; aber nach der Anschauung des Linienschema muß dazu das eine Gewicht, BC, welches unser B repräsentirt, immer um gleich viel abnehmen, als das andere AC, welches unser A repräsentirt, zunimmt, wie umgekehrt. In der That kann sich nach dem Schema der Unterschied nur durch Verschiebung von C ändern, womit ein Gewicht in jedem Falle

---

1) In der That, sei z. B. $AC = 1$, $CB = 3$, so ist $D = CB - AC = 2$. Aber auch $2CM = 2(AM - AC)$ ist gleich $D = 2$; sofern AM als halbe Totallänge $= \frac{AC + CB}{2}$ ist, was, in dem Ausdruck für 2CM substituirt, auf $D = CB - AC = 2$ zurückführt.

2) Die z oder Nullfälle sind hier als nach beiden Seiten gleich vertheilt vorausgesetzt, also richtige und falsche Fälle als r′ und f′ genommen.

um ebenso viel zunimmt, als das andere abnimmt; dies aber ist dem wirklichen Sachverhalt ganz zuwider.

Aber so schlagend dieser Einwurf für den ersten Anblick scheint, dürfte doch folgende Widerlegung desselben noch schlagender sein.

Wenn es gilt, den Unterschied zweier Größen A, B in seinen Änderungen zu verfolgen, ohne daß wir die Änderungen der beiden Größen für sich kennen oder etwas darauf ankommt, sie zu kennen und für sich zu verfolgen, wie das bei unseren Versuchen bezüglich der U. E. gilt, so können wir, um zu denselben Resultaten zu kommen, die wir durch Einführung der wirklichen Änderungen der beiden Größen erhalten würden, falls wir sie kennten, nach schon früher gemachter und benutzter Bemerkung die mathematische Fiction machen, daß die eine Größe unverändert bleibt und ihre Änderung sich in entgegengesetztem Sinne auf die andere überträgt; ja oft genug wird diese Fiction gemacht, ohne damit zu behaupten, daß dies der Wirklichkeit entspreche. Dasselbe aber kann auch eine andere Fiction und können unzählige andere Fictionen leisten, wenn sie nur einer gewissen unten anzugebenden allgemeinen Regel entsprechen. So können wir fingiren, daß, wenn ein Unterschied zweier Größen durch zufällige Änderungen in andere Unterschiede übergeht, auf die eine Größe stets die Hälfte, auf die andere die andere Hälfte, oder auf die eine $\frac{1}{4}$, auf die andere $\frac{3}{4}$ der gesammten Änderung falle, nur daß der Änderung der einen Größe immer das entgegengesetzte Vorzeichen gegeben werde, als der andern; und immer werden wir dabei nicht behaupten, daß dies der wirkliche Hergang gewesen wäre; werden aber in allen diesen Fällen betreffs der Änderungen des betreffenden U. dasselbe Resultat erhalten, als wenn wir uns an den wirklichen Hergang hätten halten können. Die allgemeine Regel ist die: wenn der Unterschied zweier Größen A, B sich um c ändert, kann man dies dadurch repräsentiren, daß die eine sich um einen beliebigen Bruchtheil von c, heiße er mc ins Positive ändert, die andere aber in Ergänzung dazu um (1—m) c ins Negative; denn

$$B + mc - [A - (1 - m) c] \text{ ist } = B - A + c.$$

Nun entspricht das Möbiussche Schema der allgemeinen Forderung, wonach B immer um ebensoviel wachsen als A abnehmen soll, und umgekehrt, durch Setzung von $m = \frac{1}{2}$, und rechtfertigt sich hiermit ganz einfach Müllern gegenüber.

Fragt man dann, warum von den unendlich vielen Fictionen, die

allgemein gesprochen möglich sind, die Änderungen eines U. zu repräsentiren, gerade die eine bestimmte gewählt ist, daß die eine Größe sich um ebenso viel im einen Sinne als die andere im entgegengesetzten Sinne ändert, so kann man antworten, daß sie nicht sowohl gewählt ist, als von selbst in den Zusammenhang des Linienschema eintritt. Sollte sie aber gewählt werden, so würde man schon aus folgendem Grunde gerade diese vorzuziehen haben. Das Linienschema hat nicht das Resultat einer einzigen Änderung, sondern principiell unendlich vieler Änderungen zu repräsentiren, wobei in Wirklichkeit die einzelnen Größen sich in unendlich verschiedenen Weisen, aber doch durchschnittlich beide um gleich viel nach einer Richtung und um gleich viel nach der entgegengesetzten Richtung, beide sich um gleich viel von einander und um gleichviel nach einander bewegt haben werden. Von ersteren Bewegungen hängt keine Änderung des U. ab, die durchschnittliche Änderung wird also durch letztere Bewegungen repräsentirt und durch das Schema dargestellt.

Aber indem das Schema dies Alles anschaulich triftig repräsentirt, schlägt seine frühere Verwerthung in den „Elem." an einem Puncte fehl. Nach voriger Darstellung wird man anzunehmen haben, daß, wenn C sich von seinem Ausgangspunkte, wo es um $\frac{D}{2}$ von M entfernt ist, scheinbar bis M, d. i. um $\frac{D}{2}$, bewegt hat, die ganze scheinbare Änderung des U. nicht $\frac{D}{2}$, sondern das Doppelte davon beträgt, weil ja bei einfacher Bewegung von C der eine Werth A sich immer um gleich viel nach der entgegengesetzten Richtung bewegt, als der andere B. Das Schema aber ist früher so verwerthet worden, als ob schon mit einer Änderung des U. um $\frac{D}{2}$ der scheinbare U. zwischen A und B null würde. Corrigirt man diese Deutung durch vorige Betrachtung, so bleibt das Möbiussche Schema in vollem Rechte, und ersetzt sich das früher daraus abgeleitete $\frac{hD}{2}$ von selbst durch hD.

VII. Die Methode der mittleren Fehler.

Ich habe diese Methode in „Elem." I. 74 und 120 kurz beschrieben, jedoch dabei manche Puncte, welche aus praktischem Gesichtspuncte nützlich sein kann, zu berücksichtigen, vorläufig übergangen, weil ich da-

mals noch beabsichtigte, eine besondere Schrift über die Maßmethoden folgen zu lassen, wozu es nicht gekommen ist. Ehe ich nun auf Müllers Kritik der Methode eingehe, will ich das Wesentlichste in jener Beziehung nachholen, und erläutere zuvörderst meine Ausführungsweise der Methode an den Augenmaßversuchen.

Einer vorgegebenen Distanz, z. B. zwischen Zirkelspitzen oder parallelen Fäden, der sog. Normaldistanz N, soll eine andere Distanz, Fehldistanz f[1]), so gleich gemacht werden, als es nach dem Augenmaße möglich ist. Nachdem ich nun die Einstellung der Fehldistanz auf scheinbare Gleichheit mit der Normaldistanz, sei es von einer zu großen oder zu kleinen Fehldistanz ausgehend, erst roh und so zu sagen verloren gemacht, sehe ich nach, ob sie wirklich der Gleichheit für die Empfindung entspricht oder nicht, und schiebe die (durch die Fäden oder Zirkelspitzen bezeichnete) Grenze oder die Grenzen der Fehldistanz so lange hin und her, immer dabei zusehend, was der Erfolg für die Empfindung ist, bis mir in einer definitiven Einstellung die Gleichheit bestens erreicht scheint. Der Unterschied der Fehldistanz von der Normaldistanz $f - N$, bei dem ich stehen bleibe, giebt dann den, im Allgemeinen noch mit einem constanten Fehler c behafteten rohen Fehler δ. Aus allen Fehldistanzen, deren Zahl m sei, ziehe ich nun das Mittel $\frac{\Sigma f}{m}$, bezeichne es als mittlere Fehldistanz mit F, und erhalte als Unterschiede der einzelnen Fehldistanzen f von der mittleren Fehldistanz F die mit Δ zu bezeichnenden, vom constanten Fehler befreiten, reinen variabeln Fehler, endlich als Mittel der, ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen genommenen reinen Fehler (sog. indifferentes Mittel) den mit Δ_m zu bezeichnenden reinen Mittelfehler $\frac{\Sigma \Delta}{m}$, dessen reciproken Werth ich als Maß der U. E. betrachte.

Hienach ist zu zeigen, wie man im möglichst bequemen Rechnungswege zum reinen Mittelfehler Δ_m und constanten Fehler c gelangt, was auf zweierlei Weisen geschehen kann, je nachdem man die Bestimmung der mittleren Fehldistanz F dabei zuziehen und die der rohen Fehler übergehen will oder umgekehrt.

Erstes Verfahren. Nachdem man die mittlere Fehldistanz F aus den einzelnen f bestimmt hat, erhält man nach Vorigem die Δ's als Differenzen $f - F$ nach absolutem Werthe, und $c = F - N$, welcher Werth positiv oder negativ sein kann, je nachdem $F > N$ oder umge-

1) Müller braucht hiefür vielmehr F, worunter ich meinerseits die mittlere Fehldistanz verstehe.

kehrt. Nun würde es aber nicht nur sehr umständlich sein, sondern auch wegen der Menge der vorzunehmenden Einzelbestimmungen leicht Rechenversehen eintreten, wenn man die Differenzen $f - F$ einzeln nehmen wollte; man verfährt daher kürzer so: man addirt alle f, welche größer als F sind, ihre Summe sei G, ihre Zahl g, und zieht die mittlere Fehldistanz, g-mal genommen, von G ab; hiemit erhält man die positive reine Fehlersumme $G - gF$, welche P heiße. Man addirt ebenso alle f, welche kleiner als F sind; ihre Zahl heiße k, ihre Summe K, und zieht K von dem k-mal genommen F ab, womit man die negative reine Fehlersumme $kF - K$ erhält, welche Q heiße. Q nach absolutem Werthe zu P addirt giebt die totale reine Fehlersumme $\Sigma\Delta$. Eine Probe der richtigen Rechnung ist, daß P mit Q gleich ausfalle; und handelte es sich nicht um diese Probe, so reichte es hin, bloß P oder Q zu bestimmen, und dessen Werth zu verdoppeln, um $\Sigma\Delta$ zu haben. Da die Bestimmung der rohen Fehler keine principielle Wichtigkeit für die Methode hat, so empfiehlt sich das vorige Verfahren, welches diese Bestimmung übergeht, als das directeste zur Gewinnung der Bestimmungen, um die es zu thun ist. Inzwischen kann man doch unter Umständen das folgende Verfahren vorziehen.

Zweites Verfahren. Man bestimmt vor Allem die rohen Fehler δ als Differenzen der f von N, indem man die positiven und negativen δ in gesonderten Columnen aufschreibt. Dies könnte zur Abkürzung gleich bei den Versuchen geschehen, was aber schlechthin verwerflich ist, weil die Theilung der Aufmerksamkeit zwischen Versuch und Rechnung Versehen erleichtert, die später nicht wieder gut zu machen sind. Vielmehr sind bei den Versuchen selbst nach jetzigem wie vorigem Verfahren nur die unmittelbar beobachteten f aufzuzeichnen; und die rohen Fehler erst nach Vollendung der Versuchsreihe zu bestimmen. Nachdem dies geschehen, nimmt man die Summe der positiven f gleich P' und der negativen (nach absolutem Werthe) gleich Q' besonders; dann hat man $c = \frac{P' - Q'}{m}$. Um aber $\Sigma\Delta$ zu erlangen, verfährt man so. Mögen diesseitige rohe Fehler solche heißen, welche mit c gleiches Vorzeichen haben, jenseitige solche, welches entgegengesetztes Vorzeichen haben, und sei t die Zahl, T die Summe der diesseitigen, welche den constanten Fehler an Größe übersteigen und obere heißen können, so erhält man $\Sigma\Delta$, indem man den t-fachen constanten Fehler tc von der Summe der obern diesseitigen rohen Fehler T abzieht, und die Distanz verdoppelt, also

$$\Sigma\Delta = 2\,(T - tc).$$

Zunächst nämlich erhält man nur die Summe der diesseitigen reinen Fehler $\frac{\Sigma\Delta}{2} = T - tc$, da aber die Summe der jenseitigen principiell gleich mit der der diesseitigen ist, reicht es hin, diese Summe zu verdoppeln, um die Totalsumme zu haben. Freilich entbehrt man hiebei der Controle durch Bestimmung der jenseitigen Summe, welche zwar geschehen kann, aber nach einer wenig praktischen umständlichen Formel, daher man im Allgemeinen vorziehen wird, die Controle in Wiederholung der vorigen Bestimmung zu suchen. Wenn rohe Fehler = c vorkommen, so können sie bei voriger Bestimmung beliebig zu den diesseitigen oder jenseitigen gezählt werden, nur daß es für t und T zugleich geschehe.

Ich übergehe den leicht zu führenden Beweis der vorigen Bestimmungen, da sich jeder auch ohne Versuche und Beweis in selbstgemachten Proben leicht überzeugen kann, daß beide Verfahrungsweisen nur auf leichterem Wege zu denselben Bestimmungen führen, welche man durch direktes Verfahren nach dem Begriff der Δ und des c erhält. In der Regel vermindert sich die rohe Fehlersumme durch Überführung in die reine, eine Verminderung, die bei großem c oft sehr beträchtlich ist. Die Fälle, wo eine Erhöhung entsteht, sind verhältnißmäßig selten, treten nur bei kleinem c ein, und die Erhöhung ist dann stets verhältnißmäßig nur gering.

Wenn der auf eine der vorigen Weisen erhaltene constante Fehler c nur einen geringen Werth hat, kann derselbe nach Wahrscheinlichkeit als ein nur *scheinbarer* in sofern gelten, als auch ohne Veranlassung durch eine constante Ursache, wovon ein *wahrer* constanter Fehler abhängig zu machen, bloß durch unausgeglichene Zufälligkeiten die mittleren Fehldistanz F von der Normaldistanz N abweichen kann; c aber ist = F — N. In jedem Falle aber hat man einen wahren constanten Fehler anzunehmen, wenn bei Fractionirung einer Beobachtungsreihe in nicht gar zu kleine Abtheilungen und besonderer Berechnung derselben c durch alle oder durch eine überwiegend große Mehrzahl der Fractionen dasselbe Vorzeichen behält, einen scheinbaren, wenn das Vorzeichen von c unbestimmt wechselt. Addirt man die aus den einzelnen Fractionen mit gleichem m erhaltenen Werthe c algebraisch, d. i. mit Rücksicht auf das Vorzeichen und nimmt daraus das Mittel durch Division mit der Zahl der Fractionen, so erhält man dasselbe definitive c für die gesammte Reihe, als wenn man diese im Zusammenhang behandelt hätte.

Einen genauern Anhalt zur Beurtheilung, ob man es bloß mit einem scheinbaren oder einem wahren constanten Fehler zu thun hat, ge-

währt die Wahrscheinlichkeitsrechnung nach folgender Regel. Man bestimme den wahrscheinlichen Fehler der mittleren Fehldistanz F aus den reinen Fehlern Δ ebenso, wie der Physiker und Astronom den wahrscheinlichen Fehler einer mittleren Beobachtungsgröße aus den Beobachtungsfehlern bestimmt. Dieser wahrscheinliche Fehler von F, welcher w heiße, ist zugleich der wahrscheinliche Fehler von c, da der wahrscheinliche Fehler einer Größe, welche durch Zufälligkeit variirt, sich durch Zusatz oder Abzug einer festen Größe nicht ändert. Nun hat man c = F — N; der Werth N aber ist fest gegeben. Sollte nun der wahrscheinliche Fehler von c dem Werthe von c selbst nahe gleich sein oder ihn gar übersteigen, so würde man mit ziemlicher oder überwiegender Wahrscheinlichkeit den Werth c nur als von unausgeglichenen Zufälligkeiten wegen Endlichkeit des m abhängig ansehen können. Um die übliche Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers einzuhalten, hätte man sich der Quadrate der Δ zu bedienen, deren Bestimmung aber bei großer Zahl der Δ sehr umständlich sein würde. Mit nur unerheblich geringerer Sicherheit aber erhält man den w. Fehler aus der Summe der einfachen Δ nach folgender Formel

$$w = \frac{1{,}195503\ \Sigma\Delta}{m\sqrt{2m-1}}$$

wie im Jubelbande der Pogg. Ann. p. 73 gezeigt ist.

Während der constante Fehler und der davon mit abhängige rohe Fehler wesentlichst von der Zeit- und Raumlage der verglichenen Größen abhängt, zeigt sich der reine variable in seinen Summen- oder Mittelwerthen davon unabhängig, insofern nicht die verschiedene Zeit- und Raumlage ein verschiedenes Spiel von Zufälligkeiten mitführt, was manchmal der Fall ist, gewöhnlicher aber, so weit meine Erfahrungen reichen, nicht der Fall ist, so daß sich die oft großen Verschiedenheiten der rohen Fehler je nach verschiedener Zeit- und Raumlage durch Übergang zu den reinen Fehlern meist bis auf das reduciren, was an der Unvollständigkeit der Ausgleichung der Zufälligkeiten hängt. Beobachtungen, welche hinsichtlich des constanten Fehlers unvergleichbar sind, können hinsichtlich der reinen variabeln Fehler noch sehr wohl vergleichbar sein.

Nicht selten auch findet man zwischen den verschiedenen Fractionen einer und derselben und unter denselben äußeren Umständen angestellten Versuchsreihe sehr beträchtliche Verschiedenheiten zwischen den rohen Fehlersummen, die sich oft ebenfalls sehr beträchtlich reduciren oder merklich verschwinden, wenn man sich von den rohen Fehlersummen zu den reinen wendet. In der That hängt eine solche Verschiedenheit viel häu-

figer von einer Variabilität des constanten Fehlers, der in sofern seinen Namen nur uneigentlich verdient, durch subjective Verhältnisse, welche eine verschiedene Auffassung derselben Raum- und Zeitlage mitführen, als von einer Verschiedenheit des reinen variabeln Durchschnittfehlers in diesen Fractionen ab, wenn schon auch wirkliche Abänderungen des letzteren, namentlich durch Fortschritt der Übung und abgeänderte Aufmerksamkeit bedingt sein können. Die leicht eintretende Variabilität des constanten Fehlers im Laufe längerer Versuchsreihen durch subjective Verhältnisse macht die fractionsweise Behandlung längerer Versuchsreihen sehr räthlich, da sich sonst die Variationen des constanten Fehlers mit dem variabeln Fehler vermischen und ihn verunreinigen. Wenn schon die Gefahr einer solchen Verunreinigung nicht ganz hiedurch beseitigt wird, so wird sie doch bis auf einen, nicht mehr erheblich störenden, Grad vermindert. Allgemein hat die fractionsweise Behandlung den Vortheil, uns der größern oder geringern Constanz der Resultate zu versichern und sowohl die Abänderungen des constanten Fehlers als die Abänderungen bemerken zu lassen, welche ein Fortschritt der Übung, eine abgeänderte Aufmerksamkeit oder sonst andere Umstände in die Verhältnisse der variabeln Fehler bringen. Am räthlichsten ist es, wo nicht besondere Umstände dies verhindern, die Beobachtungen, die zu einer Fraction vereinigt und im Zusammenhange berechnet werden sollen, auch unmittelbar hinter einander anzustellen, jeder solchen Fraction gleich viel, z. B. 10, Beobachtungen zu geben, und das Definitivresultat durch Zusammenlegung der Resultate der einzelnen Fractionen zu gewinnen. Die Abtheilung in Fractionen à $m = 10$ hat insbesondere den Vortheil, die Mittelziehungen zu erleichtern, sofern sie einfach durch Abschneiden einer Decimale von der Summe geschehen kann.

Da die Elimination constanter Fehler bei der Methode d. m. F. durch Rückführung der rohen Fehler auf reine im angegebenen Rechnungswege stattfindet, so bedarf es zu dieser Elimination an sich selbst nicht der Anstellung von Versuchen bei entgegengesetzter Zeit- und Raumlage; doch wird man einer solchen bedürfen, wenn man den constanten Fehler in seine Componenten auflösen will, wofür dieselben Rücksichten und Regeln gelten, als bei der Methode der r. u. f. F. besprochen sind.

Nach Wundt (Ps. I. 328) soll sich die Elimination des constanten Fehlers bei der Methode d. m. F. auf folgenden Satz gründen.

Sei f der rohe, c der constante und φ der reine variable Fehler bei einer einzelnen Beobachtung, so soll man nach den allgemeinen Principien der Fehlertheorie haben.

$$f^2 = c^2 + \varphi^2$$
$$f = \sqrt{c^2 + \varphi^2}.$$

Aber dieser Satz gilt nur, wenn bei jeder einzelnen Beobachtung c eben so gleiche Wahrscheinlichkeit hat, positiv wie negativ auszufallen als φ, wonach es aber keinen constanten Fehler geben könnte. Dies hindert nicht, daß wirklich zwei Fehlerquellen sich in solchem Sinne zusammensetzen, wie bei Volkmanns mikrometrischen Augenmaßversuchen, aber der Name Constante findet dann auf keine beider Componenten in eigentlichem Sinne Anwendung, und es gehören hieher keinesfalls die constanten Fehler der Raum- und Zeitlage.

Wenn man nun dieselbe Zahl von Beobachtungen zum Vergleiche der Empfindlichkeit unter verschiedenen Umständen verwendet und es nur um diesen Vergleich zu thun ist, kann man sich die Ziehung der mittleren Fehler Δ_m ersparen, indem man unmittelbar die reinen Fehlersummen $\Sigma\Delta$ vergleicht. Sonst aber kommt folgender Umstand in Rücksicht.

Wird eine reine Fehlersumme aus einer ganzen Beobachtungsreihe nach den gegebenen Regeln abgeleitet, so fällt sie im Allgemeinen etwas größer aus, als wenn man die Beobachtungsreihe fractionirt, die reinen Fehlersummen bezüglich der mittleren Fehldistanzen dieser Fractionen besonders bestimmt, und diese Summen addirt, wovon das Entsprechende auch bei den physikalischen Beobachtungsfehlern stattfindet und seinen Grund in wohlerkannten Wahrscheinlichkeitsverhältnissen hat (vgl. „Elem." I. 125). Erstere Summe soll die Fehlersumme aus dem Ganzen, letztere die Fehlersumme aus den Fractionen heißen. Aus je kleineren und mithin je mehr Fractionen die letztere gewonnen ist, je kleiner also die Zahl, das m, der Versuche jeder einzelnen Fraction ist, desto mehr steht die Summe aus den Fractionen gegen die Summe aus dem Ganzen zurück; ein Einfluß, der sich aber auch bei unfractionirten Reihen wiederfinden muß, sofern sie immer als Fractionen einer noch größeren Reihe mit größerem m betrachtet werden können. Der Mittelfehler fällt auch bei ihnen um so kleiner aus, aus einem je kleineren m er abgeleitet ist, ohne daß dies von einer größeren Unterschieds-Empfindlichkeit abhängt.

In sofern nun doch eine Fehlersumme oder ein mittlerer Fehler zum Maße der Unterschiedsempfindlichkeit dienen sollen, macht vorstehender Umstand nöthig, daß man zur Ableitung dieser Werthe Beobachtungsreihen oder Fractionen von gleichem m verwende, widrigenfalls sie wegen des angegebenen Umstandes nicht vergleichbar sind, oder daß man die, aus verschiedenem m abgeleiteten Werthe durch eine Correction auf den Fall reducire, als ob sie aus gleichem m abgeleitet wären, welche ich die Correction wegen des endlichen m nenne. Sie besteht darin, daß man das bei endlichen m der Fractionen oder der ganzen Reihe gewonnene

$\Sigma\Delta$ oder Δ_m noch mit $\sqrt{\frac{m}{m-1}}$ oder merklich gleich geltend mit $\frac{2m}{2m-1}$ multiplicire, wodurch sie auf den eigentlichen Normalfall zurückgeführt sind, als wenn sie aus unendlichem m gewonnen wären. Diese Correction weicht von der in den „Elem." I. p. 126 ab, von welcher aber schon „In Sachen" p. 217 bemerkt ist, daß sie unrichtig ist. Auch sind einige andere da gemachten Bemerkungen zu berücksichtigen.

So viel über meine Ausführungsweise der Methode; hienach zu den kritischen Bemerkungen, welche die Methode bisher erfahren hat.

Vorweg gestehe ich, nicht ohne Befremden in Wundts „Philos. Studien" p. 9 die Bemerkung zu finden, daß die Methode d. m. F. „wie jetzt allgemein anerkannt sei, hinter derjenigen der richtigen und falschen Fälle weit zurückstehe", da mir weder von einer allgemeinen Anerkenntniß in dieser Hinsicht, noch von vergleichenden Versuchen, worauf sie sich stützen könnte, noch von einer Theorie, welche jenen Nachtheil begründete, etwas bekannt ist; bekannt ist mir nur, daß allerdings Müller nichts von der Methode der m. F. hält, und so irrthümlich wie er sie auffaßt, würde ich selbst nichts von ihr halten; es kann aber wohl sein, daß manches Urtheil durch Müller bestochen worden ist; mit wie viel Recht, wird das Folgende lehren. Auch mag der Umstand, daß die unter Wundts Direction angestellten Versuche Kollerts (Stud. p. 78) nach der Methode der eben merklichen oder kleinsten Unterschiede sich bezüglich des Zeitsinnes in Vortheil gegen die Methode der m. F. nach der Ausführungsweise derselben durch Vierordt erwiesen haben, beigetragen haben, Wundts Mißtrauen gegen letztere Methode überhaupt zu verstärken. Auch die Methode der r. u. f. F. aber zeigte sich bei diesen Versuchen in Nachtheil gegen die Methode der e. m. U. und wurde deßhalb hier verworfen, ohne damit überall verworfen werden zu können. Es ist nun eben die eine Methode unter gewissen Umständen, für gewisse Zwecke, nach gewissen Ausführungsweisen vortheilhafter als die andere, wie Wundt selbst mit Recht hervorhebt. Hienach und nach meinen eigenen Erfahrungen finde ich keinen Grund, Wundts obige Äußerung zu unterschreiben, halte vielmehr die Methode d. m. F. am rechten Orte und in richtiger Ausführung für eine der brauchbarsten Methoden, wie sie denn mir und Volkmann vortrefflich gedient hat, das Webersche Gesetz im Gebiete des Augenmaßes zu constatiren; nur muß man sie nicht so ausführen, als von Chodin geschehen (vergl. den spätern Abschnitt über die Augenmaßversuche) oder als Müller will, daß sie bestenfalls auszuführen sei. Und hiemit komme ich auf Müllers Betrachtung der Methode überhaupt.

Müller faßt die Methode der m. F. im 6. Cap. seines Buches von p. 71 an von theoretischer Seite ins Auge und bespricht im 7. Cap. von p. 81 an die bisher danach angestellten Versuche. In erster Hinsicht erklärt er (p. 73) nur die Frage behandeln zu wollen, „ob man berechtigt ist, den mittleren Fehler als eine dem Unterschiedsschwellenwerthe proportionale Größe zu betrachten.“ Weder ich noch sonst jemand „sei bisher auf diese Fundamentalfrage eingegangen, von deren Beantwortung die Beweiskraft sämmtlicher nach der Methode der mittleren Fehler angestellten Versuchsreihen abhänge.“ Er selbst findet durch seine Untersuchungen, daß sich diese Frage nach den bisherigen Vorlagen weder theoretisch entscheiden lasse noch experimental entschieden sei, und erklärt demgemäß (p. 206) die Resultate meiner nach dieser Methode angestellten Augenmaßversuche „zu einer Prüfung des Weberschen Gesetzes wenigstens zur Zeit ganz unbrauchbar“, wie ich mir auch habe gefallen lassen müssen, meine zur Prüfung des Parallelgesetzes angestellten Versuche nach der Methode der r. u. f. F. ganz unbrauchbar gefunden zu sehen, und meine Versuche nach der Methode der e. m. U. ohne viel Umstände verworfen zu finden.

Was die experimentale Seite anlangt, so vermißt Müller nicht nur von meiner Seite sondern auch seitens anderer Beobachter, welche mit der Methode der m. F. operirt haben (Steinheil, Camerer, Tramin) nähere Angaben über die Ausführungsweise dieser Methode, und glaubt (p. 92. 209) unter den früheren Beobachtern (bis zu Chodin) nur bei Volkmann eine solche zu finden, ohne mit dieser Ausführungsweise einverstanden zu sein. Vielmehr stellt er seinerseits ein anderes Verfahren als das genauest mögliche auf, wenn man überhaupt von der Methode Gebrauch machen wolle; doch sei keine Modification des Verfahrens hinreichend, auf einen, dem Unterschiedsschwellenwerthe proportionalen mittleren Fehler mit irgendwelcher Sicherheit zu führen. Nach Allem hält er wie gesagt bis auf Weiteres überhaupt nichts von der Methode.

Mir scheint jedoch der Fehler ganz auf Seiten seiner Auffassung der Methode zu liegen. Sehen wir zu.

Von vorn herein hat Müller seine Hauptuntersuchung auf einen Punct gerichtet, der die Bedeutung gar nicht hat, die Müller ihm zuschreibt. Möchte der mittlere Fehler mit der U. Schw. proportional gehen oder nicht, so behält er eine gleich wichtige Bedeutung für das Maß der U. E. und Beziehung zum Weberschen Gesetze, worüber ich im II. Abschn. genug gesagt zu haben glaube. Außerdem aber hat Müller, so weit ich es zu übersehen vermag, in Ermangelung eigener Versuche

auch die bisherigen maßgebenden Versuche Anderer und den Sinn der Methode selbst mißverstanden. Wonach ich durch seine Kritik an sich zwar nichts gefördert finden kann; doch ist durch dieselbe, ebenso wie durch seine Kritik der andern Methoden, ein Anlaß gegeben, der Methode noch etwas näher als in den „Elementen" geschehen, auf den Grund zu gehen.

Weßhalb ich selbst in den „Elementen" von näheren Angaben über die Ausführungsweise der Methode vorläufig abgesehen, habe ich oben angegeben; doch würde ich nicht davon abgesehen haben, wenn ich nicht gemeint, daß jedem, der selbst an die Ausführung der Methode mit der Absicht geht, Normaldistanz und Fehldistanz so gleich als nur immer möglich für den Augenschein zu machen, wesentlich nur eine Weise der Ausführung zu Gebote stehe, daher so zu sagen jedem von selbst in die Hand komme, so daß eine besondere Äußerung darüber überflüssig schien. Der Zweck bestimmt das Verfahren. Jedenfalls ist mir selbst gar nicht eingefallen, daß man anders verfahren könne, als ich verfahren bin, am wenigsten so, wie Müller will, daß man verfahren soll.

Was durch meine Ausführungsweise der Methode erreicht werden soll, und etwas Andres läßt sich überhaupt nicht dadurch erreichen, ist, daß die Einstellung der Fehldistanz nach allem Hin- und Herrücken schließlich bei einem Werthe der Fehldistanz stehen bleibt, welcher im Fall der Abwesenheit constanter Fehler um weniger als die U. Schw. von der Normaldistanz abweicht, oder kurz ausgedrückt, daß die Einstellung irgendwo innerhalb der Grenzen der U. Schw. stehen bleibt, indem, wo immer die Einstellung innerhalb dieser Grenzen stattfindet, der U. zwischen N und f verschwunden scheint[1]). Bei der im Allgemeinen vorauszusetzenden Anwesenheit constanter Fehler aber bleibt die Einstellung von f vielmehr bei einem Werthe stehen, welcher um weniger als die U. Schw. von der durch den constanten Fehler vergrößerten oder verkleinerten Normaldistanz absteht.

Müller aber faßt von vorn herein die Aufgabe des Verfahrens anders. Nach ihm (p. 74), wenn ich ihn anders recht verstehe, soll es bei Abwesenheit constanter Fehler vielmehr darauf ankommen, vor Allem den Spielraum zwischen den Schwellengrenzen „annähernd" zu suchen, dann „so gut es eben geht" durch Hin- und Herrücken die Mitte dieses Spielraums mit der Einstellung zu treffen, und die Abweichungen dieser

1) Was Müller mit der „Unsicherheit der Hand" meint, von welcher nach ihm (p. 89) der mittlere Fehler mit abhängig sein soll, wüßte ich nach meiner Anstellungsweise der Versuche nicht zu sagen.

Einstellungen von der Normaldistanz (bei Anwesenheit constanter Fehler unstreitig die Abweichungen vom Mittel der Einstellungen) als die Fehler zu betrachten, woraus das Mittel zu ziehen. Aber hätte Müller nur eine einzige Versuchsreihe nach dieser Methode selbst angestellt oder von jemand anders anführen können, um zu zeigen, daß sie praktisch ausführbar sei und zu praktisch brauchbaren Resultaten führe. Jedenfalls leuchtet ein, daß von solchen Mühseligkeiten, wie sie das hier vorgeschlagene Verfahren mitführt, bei dem oben von mir angegebenen Verfahren nicht die Rede ist.

Was nun die Theorie der Methode anlangt, wenn sie in meiner Weise ausgeführt wird, so findet sie sich ohne willkürliche oder hypothetischen Annahmen unmittelbar durch die Theorie der Beobachtungsfehler gegeben, sofern die nach unserer Methode gewonnenen reinen Fehler Δ in allen wesentlichen Verhältnissen mit den Beobachtungsfehlern, die man bei Bestimmung physikalischer oder astronomischer Größen erhält, übereinstimmen. In der That, die Entstehung der Beobachtungsfehler kommt wie die der Einstellungsfehler unserer Methode darauf zurück, daß man im Versuch, eine Größe mit einer, unsere Normalgröße N vertretenden, gleich herzustellen, endlich auf einen kleinen Unterschied kommt, der, sei es aus äußeren oder inneren Gründen, nicht mehr erkannt wird, also in die Grenzen der U. Schw. fällt und den Beobachtungsfehler giebt, der jedoch nicht bezüglich der wirklichen Normalgröße, die man nicht kennt, sondern bezüglich des Mittels der, in den einzelnen Fällen beobachteten Größen, welche unsere f vertreten, bestimmt wird. Entsprechend ist es mit den reinen Δ's der Methode der mittleren Fehler. Zwar kennt man hier die Normalgröße N, doch bestimmt man ebenso wie bei den Beobachtungsfehlern die Δ nicht als Abweichungen von N, sondern von der das N in dieser Hinsicht vertretenden, mittleren Fehlgröße, womit nun eben die Δ's den Beobachtungsfehlern ganz vergleichbar werden, und, so bestimmt, nicht nur voraussetzlich wie diese dem Gauß'schen Gesetze gehorchen, sondern es nach meinen Beobachtungen auch wirklich thun. Nun ist bei den Beobachtungsfehlern das Präcisionsmaß h der Fehler $= \frac{1}{\Delta_m \sqrt{\pi}}$ dem mittleren Fehler umgekehrt proportional, und ich finde bei dieser Übereinstimmung der Grundverhältnisse zwischen den beiderseitigen Δ's nicht das geringste Hinderniß, Δ_m in der Methode der m. F. für die Schätzung der subjectiven Genauigkeit dieselbe Rolle spielen zu lassen, als das Δ_m der Beobachtungsfehler für die Schätzung der objectiven spielt. Im Übrigen aber ist in Betreff der

Unterordnung des mittleren Fehlers unter den Begriff eines Maßes der U. E. auf den II. Abschnitt zurückzugehen.

In sofern nun in die Methode der m. F. dasselbe Präcisionsmaß h des Gaußschen Gesetzes eingeht, als in die Methode der r. u. f. Fälle, eröffnet sich damit folgende Beziehung zwischen beiden Methoden[1]. Substituirt man in die Formel der Methode der r. u. f. F. (S. 88), d. i. in

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD = t_0} e^{-t^2} \partial t$$

für D der mittleren Fehler $\Delta_m = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}$, womit hD in $\sqrt{\pi} = 0{,}56420$ übergeht, so findet man zu diesem Werthe, als hD in die Fundamentaltafel gesetzt, $r' = 0{,}7844$[2].

Die vorige Theorie scheint mir zugleich die einfachste und einleuchtendste zu sein, die sich aufstellen läßt; sofern sie nichts Anderes als die Zurückführung der Theorie unserer Methode auf die anerkannte Theorie der Beobachtungsfehler ist. Dabei kann man bemerken, daß, obwohl die durchschnittliche Größe der Beobachtungsfehler factisch mit von der Größe der U. Schw. abhängt (weil nur Unterschiede unter der Schwelle als Fehler auftreten können), doch der Ausdruck der Schwellengröße nicht in das Präcisionsmaß h und also auch nicht in das $\Delta_m = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}$ der Beobachtungsfehler eingeht; also kann dies auch nicht von Δ_m als mittlerem Fehler unserer Methode erwartet werden; indem das Verfahren hier wie da nicht gemacht ist, diese Abhängigkeit kennen zu lehren, sondern den Werth Δ_m unmittelbar zu geben, gleichviel wie er von der U. Schw. abhänge.

Sollte man doch diese Abhängigkeit theoretisch bestimmen wollen, so kann es nur mittelst einiger Annahmen geschehen, die sich in der That wohl stellen lassen dürften; doch lege ich auf folgenden Versuch in dieser

---

1) Was Müller in einer längeren Anmerkung p. 80 über die Beziehung der verschiedenen Methoden sagt, ist freilich consequent im Sinne seiner Auffassung der Methoden, verliert aber die Bedeutung im Sinne der unseren.

2) In „Elem." I. 129 ist für den Ersatz von D durch Δ_m als Werth von r angegeben 0,6550, wobei zu bemerken, daß das r der „Elem." unser r' ist (vergl. S. 46). Daß nun oben 0,7844 statt 0,6550 gefunden ist, rührt daher, daß in den „Elem." in die Grundformel $\frac{hD}{2}$ statt hD einging; Letzteres aber ist das Richtigere (vergl. S. 84).

Hinsicht kein Gewicht, denn die obige Theorie und der Gebrauch der Methode hängt nicht daran. Der Einfachheit halber setze ich dabei von vorn herein Abwesenheit constanter Fehler voraus, worauf man durch Übergang von den rohen zu den reinen Fehlern immer zurückkommen kann.

Natürlich werde ich, bei meiner Ausführungsweise, mit der Einstellung der einzelnen Versuche in sehr verschiedenen Abständen der Fehldistanz von der Normaldistanz stehen bleiben. Aber es dürfte sich die Annahme stellen lassen, daß, bei der vorausgesetzten Abwesenheit von constanten Fehlern, die durchschnittliche Abweichung von der Normalgröße, die dabei eintritt, kurz der durchschnittliche Fehler Δ_m proportional sei dem Spielraum der einzelnen Fehler, d. i. dem Werthe der U. Schw., die ich als totale mit T, nach positiver oder negativer Seite besonders verfolgt, wie Müller mit S bezeichne, so daß $T = 2S$, wenn S nach absolutem Werthe betrachtet wird (vergl. S. 45 f.). Und dieser einfache Gesichtspunct würde zur Herstellung der Beziehung zwischen Δ_m und T oder S hinreichen, wenn sich nicht zugleich experimental fände, daß der Durchschnittsfehler ins Unbestimmte nach Gaußschem Gesetze variirt. Aber wir genügen dieser Bedingung und jener Annahme zugleich, wenn wir uns die U. Schw. S selbst durch zufällige Fehlervorgänge nach Gaußschem Gesetze variirend denken, und den ersten Gesichtspunct mit dem zweiten zusammensetzen. In der That sei nach dem ersten Gesichtspuncte $\Delta_m = pS$, wo p eine Constante und sei S_m der Durchschnittswerth des variirenden S, so wird das definitive Mittel Δ_m erhalten werden, wenn wir in der Gleichung $\Delta_m = pS$ den einzelnen Werth S durch S_m ersetzen; mithin $\Delta_m = pS_m$ setzen.

Was man dieser Theorie zunächst scheint vorwerfen zu können, ist dies, daß sie ja gar nicht auf die zufälligen Änderungen Rücksicht nimmt, welche N und f bei den Versuchen vermöge der zufälligen Fehlervorgänge erleiden müssen, vielmehr die zufälligen Änderungen auf die Schwelle verlegt. Im Grunde vergleichen wir nicht das wirkliche f mit dem wirklichen N sondern ein scheinbares f mit einem scheinbaren N, und erhalten dadurch einen scheinbaren Fehler f—N. Diesen dürften wir uns nach dem Gaußschen Gesetze variirend denken, statt daß wir S danach variirend denken. —

In der That läßt es sich ja so fassen, kommt aber auf dasselbe heraus; indem immer die doppelte Auffassung möglich sein wird, daß der Fehler zufällig eine solche scheinbare Größe annimmt, daß er in eine feste Schwelle hineinfällt, oder daß die Schwelle zufällig eine solche scheinbare Größe annimmt, daß der Fehler hineinfällt; im Sinne jener Auffassung aber kann es sein, daß ein am Maßstabe sehr groß gefundener Fehler doch in die engen Grenzen einer als constant angesehenen Schwelle hineinfällt, indem er durch die zufälligen Änderungen scheinbar bis dahin verkleinert ist. Diese Betrachtungsweise hätte sogar den Vorzug, in formellen Zusammen-

hang mit der bei der Methode der r. u. f. F. eingeschlagenen zu treten; indeß schien mir die vorhin verfolgte Auffassung einfacher darstellbar.

Hienach noch einige Bemerkungen über die Weise, wie Müller Volkmanns Verfahrungsweise auffaßt, da er wiederholt auf diese Auffassung zurückkommt und daraus ungünstige Folgerungen für Methode und Resultate der Methode überhaupt zieht; wonach die Frage, wie Volkmann wirklich verfahren ist, allerdings ein Interesse hat, um so mehr, da sie bei den später zu betrachtenden Augenmaßversuchen Volkmanns mit in Rücksicht kommt.

Wie oben bemerkt, glaubt Müller (abgesehen von Chodin) bloß bei Volkmann eine bestimmte Erklärung über die Ausführungsweise der Methode zu finden, die er aber so versteht, und, wie ich überzeugt bin, fälschlich so versteht, als ob sie von der oben angegebenen, die ich selbst eingeschlagen habe, abweiche, indeß ich vielmehr meine, daß Volkmann im Wesentlichen ganz ebenso verfahren ist, wie ich, von dem er selbst erst zur Kenntniß der Methode gekommen, und daß nur eine Ungenauigkeit seiner Angabe das Mißverständniß verschuldet hat.

Die Stelle selbst, um die sich's handelt, findet sich in Volkmanns Physiol. Unters. I. p. 118 und lautet so: „Um die Bedeutung dieser [bei der Methode begangenen] Fehler richtig aufzufassen, muß man bedenken, daß ein Fehler, welchen man bei solchen Ausgleichungsversuchen macht, die Größe eines unbemerkt gebliebenen Unterschiedes darstellt. Bedenkt man nun, wie die Aufgabe der Ausgleichung dadurch gelöst wird, daß man einen noch merkbaren Unterschied so lange verkleinert, bis er ins Unmerkliche übergeht, so ist einleuchtend, daß bei vorsichtigem Verfahren der verkennbare Unterschied nur um ein Minimum kleiner sein kann als der eben noch erkennbare. Wenn also die Werthe der kleinsten erkennbaren Größenunterschiede nach dem Weberschen Gesetze relative sind, d. h. mit den verschiedenen Dimensionen und wie diese wachsen, so müssen die kleinsten verkennbaren Unterschiede sich entsprechend verhalten. Sie müssen ebenfalls mit den verglichenen Dimensionen und approximativ wie diese wachsen".

Müller nun versteht dies so: Volkmann habe einen zu groß gefundenen Unterschied zwischen Normaldistanz und Fehldistanz bei jedem Versuche allmälig und vorsichtig so weit verkleinert, bis die Fehldistanz der Normaldistanz gleich erschien, d. h. noch merklich um die ganze Schwellenweite nach einer Seite davon abwich. Und ich gebe Müllern zu, daß man Volkmanns Äußerungen nach ihrem Wortlaut kaum anders verstehen konnte. Aber ich bemerke Folgendes:

Nach dem Zusammenhange, in welchem jene Stelle auftritt, wollte Volkmann keine eigentliche Beschreibung des Verfahrens geben, die man bei ihm so gut vermissen kann, als Müller sie bei mir vermißt, sondern eine Deutung desselben nach der Weise, wie er glaubte, den Sinn des Verfahrens verstehen zu müssen, wobei ihm klare Erinnerung oder Auffassung gefehlt haben mag. Sonst hätte er sicher nicht nur die Vorsicht besonders betont, einen merkbaren Unterschied zwischen der Normaldistanz N und Fehldistanz f nur eben bis zum Verschwinden zu treiben, sondern auch bei der sonst von ihm eingehaltenen Rücksichtnahme auf constante Fehler nicht versäumt haben, anzugeben, daß er eben so oft von einer zu kleinen, als zu großen Fehldistanz zur Schwellengrenze zu gelangen gesucht, und beide Fälle ebenso wie die des Rechts- und Links unterschieden haben. Von all' dem oder nur von einer Erwähnung der Umständlichkeit, die ein überhaupt so unpraktisches Verfahren einer zweiseitigen Grenzbestimmung mitführen müßte, findet sich aber nirgends etwas bei ihm. Und so glaube ich, daß ihm nur eben wie mir das natürlichste und einfachste Verfahren von selbst in die Hand gekommen sein wird. Auch sagt er p. 97 der Physiol. Unters. bei einer kurzen Erwähnung des Verfahrens ganz einfach, die Fehldistanz sei dabei „so zu reguliren", „daß sie, so weit es das Augenmaß gestattet, der Normaldistanz gleich gemacht werde."

Gesetzt nun aber, Volkmann sei wirklich so verfahren, wie Müller will, — und das Gegentheil kann ich ihm freilich nicht beweisen, nur es vorwiegend wahrscheinlich finden — so leistete Volkmanns Verfahren in anderer Form nur dasselbe, als das meinige, nämlich im mittleren reinen Fehler eine der Unterschiedsschwelle proportionale Größe zu erzielen; und ich verstehe Müllers Kritik (p. 184) nicht, wonach der mittlere Fehler, statt einen solchen Werth darzustellen, vielmehr die „mittlere Abweichung vom Mittelwerthe des eben unmerklichen Unterschiedes" [d. i. von der mittleren Schwelle] bezeichnen soll. In der That, zunächst rücksichtslos auf den constanten Fehler, der mit dem Princip dieser Betrachtung überhaupt nichts zu schaffen hat, giebt jede einzelne Einstellung bei Volkmann, in Müllers Sinn verstanden,

$$1)\ f = N + (S \pm \beta) \text{ oder } 2)\ f = N - (S \pm \beta)$$

je nachdem im Ausgange von zu großen oder zu kleinen Fehldistanzen zur definitiven Einstellung gelangt wird, wobei $\pm\,\beta$ die zufällige Größe bezeichnet, um welche die Schwelle bei der Einstellung verfehlt wird. Nun erhalte ich aber einen Fehler Δ, indem ich die Normaldistanz N von

der Fehldistanz f abziehe, das giebt in jedem einzelnen Versuche den Fehler

$$\Delta = + S \pm \beta \text{ oder } - S \pm \beta$$

und im Mittel vieler Versuche durch Compensation von $\pm \beta$

$$\Delta_m = + S \text{ oder } = - S$$

also den mittleren Fehler gleich der mittleren Schwelle, wonach ich nicht weiß, wie man zu Müllers Resultat kommen soll, nach dem man vielmehr haben würde

$$\Delta_m = \beta_m .$$

Es wäre hienach noch der von Chodin eingeschlagenen, meines Erachtens unzweckmäßigen Ausführungsweise der Methode in Anwendung auf die Augenmaßversuche zu gedenken, doch ziehe ich vor, darauf erst in dem späteren, auf diese Versuche besonders bezüglichen, Abschnitt zu kommen.

VIII. Methode der eben merklichen Unterschiede.

In den „Elementen" I. p. 75 habe ich der Methode d. e. m. Unterschiede zwar den Vortheil vor den anderen Maßmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit eingeräumt, am schnellsten zum Ziele zu führen, aber sie doch unter den verschiedenen Methoden für die mindest genaue und mehr präliminare als definitive erklärt; wogegen Wundt (Stud. p. 8) einwendet: „diese Ansicht ist, wie ich glaube, aus drei Gründen nicht haltbar: erstens weil die Methode d. e. m. U. in der angemessenen Weise angewandt, viel genauer ist, als man gewöhnlich vorauszusetzen scheint; zweitens weil es Untersuchungsgebiete giebt, wo vermöge der speciellen Bedingungen der Empfindlichkeit die beiden andern Methoden gar nicht anwendbar sind, und drittens endlich, weil die Interpretation der durch diese andern Methoden gewonnenen Resultate noch keineswegs in allen Beziehungen feststeht, so daß einer zuverlässigen Verwerthung derselben erst die experimentelle Prüfung derselben vorausgehen müßte." Wenn schon ich nun in früheren Abschnitten (IV. VII.) den beiden letzten Gründen, insofern sie gegen die anderen Methoden laufen, Manches entgegenzusetzen gefunden, so kann ich dagegen nicht umhin, Wundts Vertheidigung der Methode d. e. m. U. im Allgemeinen gelten zu lassen, und die früher von mir geschehene Zurücksetzung dieser Methode gegen andere Methoden zurückzunehmen, die jedoch deßhalb nicht weniger

ihr Recht behalten, und schon aus dem Grunde zur Ergänzung der Methode d. e. U. gehören, weil durch diese nur die Unterschiedsschwelle bestimmt wird, was dem allgemeinern Bedürfnisse eines sich auch nach oben und unten darüber hinaus erstreckenden Maßes nach den Erörterungen des II. Abschnittes nicht genügt.

Auch vermöchte ich Wundt nicht in der Bemerkung (Stud. p. 8) beizustimmen, das „eigentlich allein zulässige Verfahren der Methode sei bereits von G. E. Müller bezeichnet worden," einmal weil ich das, von mir zwar an sich nicht wesentlich beanstandete, Princip des Müllerschen Verfahren, das Wundt zu dem seinigen gemacht hat, nicht als das allein zulässige anerkennen kann, also auch die, in obiger Bemerkung liegende, indirecte Verurtheilung meines davon abweichenden Princips nicht unterschreiben kann, zweitens weil ich die, von Müller selbst angegebene Ausführung seines Princips nicht praktischer finden kann, als er sie schließlich selbst findet, wie sie denn weder von Müller selbst, noch von Wundt, noch von sonst jemand bisher versucht worden ist; wogegen Wundt, wie schließlich anzugeben, eine wesentlich andere Ausführungsweise des Müllerschen Princips nicht nur vorgeschlagen, sondern auch praktisch und mit Erfolg versucht hat. Aber ehe ich hierauf komme, sei es mir gestattet, mein eigenes Princip und Verfahren, kurz meine eigene Methode, Müllers Angriffen und obiger Bemerkung Wundts gegenüber, in das, wie mir scheint, richtige Licht zu setzen. Der wesentliche Unterschied beider Principe aber, um die sich's handelt, ist dieser.

Nach dem Müllerschen Princip verkleinert man einmal einen zu großen, d. i. die Schwelle überschreitenden, Unterschied bis zu der Grenze, wo er verschwindet, das anderemal vergrößert man einen zu kleinen, d. i. die Schwelle unterschreitenden, Unterschied bis zu der Grenze, wo die Merklichkeit beginnt, und zieht ausbeiden Bestimmungen das Mittel. Nach meinem Princip sucht man mit den Einstellungen einen kleinen, bei wiederholten Versuchen möglichst gleich merklichen Unterschied oberhalb der Schwelle immer wiederherzustellen[1]). Wohl

1) Etwas bestimmter als in den „Elementen" habe ich mich über meine Methode „In Sachen" p. 43 so ausgesprochen:

„Die Erfahrung lehrt, daß man sich bei den Versuchen so zu sagen mit sich selbst über das Gefühl eines kleinen doch noch sicher empfundenen Unterschiedes verständigen, dieses, wenn nicht absolut, doch nahe genau bei verschiedenen Versuchen reproduciren und durch Vervielfältigung der Versuche ein mittleres Resultat erhalten kann."

zu merken aber, hat man den Gesichtspunct des Unterschiedes nicht darin zu suchen, daß bei dem Müllerschen Verfahren einmal von einem Werthe über der Schwelle absteigend, das anderemal von einem Werthe unter der Schwelle aufsteigend verfahren wird, denn diese Regel gilt auch für die Ausführung meines Principes zur Verhütung eines constanten Fehlers, und ich habe selbst („In Sachen" p. 53) der Vernachlässigung derselben als einer möglichen Fehlerquelle gedacht. Sondern darin liegt der wesentliche Unterschied: da ein eben verschwundener Unterschied nothwendig schon unter die wahre Schwelle, ein eben merklich gewordener schon über die wahre Schwelle hinausführt, so wird nach Müllers Princip das Mittel aus einer etwas zu großen und etwas zu kleinen Schwelle gezogen, wogegen nach meinem Princip das Mittel aus lauter etwas zu großen Schwellenwerthen gezogen wird. Der Nachtheil hievon gegen Müllers Princip liegt freilich offen zu Tage, nicht ebenso, daß es nur ein Schein des Nachtheils ist.

Das Müllersche Princip ist das von ihm und Wundt so genannte Princip der kleinsten oder Minimalunterschiede, das meinige das Princip der eben merklichen Unterschiede im engeren Sinne, indeß im weiteren Sinne das erste unter dieser Bezeichnung mit begriffen wird.

Ich versuche nun im Folgenden zu zeigen, daß mein Princip und danach eingeschlagenes Verfahren für die Anwendungen der Methode, welche überhaupt psychophysisch interessiren können, nur auf einfacherem Wege dieselben Zwecke erreichen läßt, die man mit größerer Umständlichkeit nach dem Müllerschen Principe zu erreichen sucht, ohne daß ich die Bedingungen größerer Sicherheit darin erkennen kann.

Früherhin hat man gegen die Methode der e. m. U. überhaupt eingewandt, daß nur eben merkliche Unterschiedsempfindungen, d. h. welche die Nullempfindung nur um sehr Weniges überschreiten, noch sehr verschiedene Größenverhältnisse zu einander haben können, einmal das Doppelte, Dreifache, Zehnfache als das anderemal betragen, also zur Bestimmung der U. Schw. gar nicht brauchbar sein können. Aber schon „In Sachen" p. 44 ist dieser Einwand widerlegt. Allerdings schließt der Begriff „eben merklich" an sich eine gewisse Unbestimmtheit ein. Man kann z. B. eine Unterschiedsempfindung = 0,1 aber auch eine solche = 0,01 (in Verhältniß zu einer mäßig deutlichen betrachtet) als nur eben merklich betrachten, wovon die erste 10mal so groß als die zweite ist. Aber weit entfernt, daß die daraus abgeleitete U. Schw., welche nicht die Unterschieds-Empfindung, sondern den Reiz-Unterschied angeht, ersten-

falls 10mal so groß als zweitenfalls ausfiele, wird sie beidesfalls nur in kleinem Verhältnisse den wahren Werth der Schwelle, welcher für die genaue Unterschiedsempfindung null gilt, übersteigen, wenn man nur den absoluten Werth der eben merklichen E. klein genug hält, wie man sich an einem Beispiele „In Sachen" p. 44 erläutern kann.

Nun bleibt allerdings wahr, daß bei Einstellung auf eine irgendwie merkliche Unterschiedsempfindung die wahre U. Schw. doch jedenfalls um etwas überschritten, mithin etwas zu groß gefunden wird, und zwar um so mehr zu groß, je mehr die als eben merklich angenommene Unterschiedsempfindung wächst. Aber gesetzt, man könne diese Überschreitung nicht als verhältnißmäßig zum wahren Werth der Schwelle vernachlässigen, — und auch bei Ausführung von Müllers Princip wird immer ein kleiner Fehler, nur ungewiß ob positiver oder negativer, in Bestimmung der genauen Schwelle übrig bleiben, — so tritt nun als Verschärfung des Verfahrens die oben darin aufgenommene Regel hinzu, daß man die Gleichheit des e. m. U., die nicht im Begriffe der Ebenmerklichseins liegt, durch den Versuch selbst für die Empfindung in allen Fällen so viel möglich herzustellen sucht, indem man jede Einstellung, die eine kleinere oder größere Unterschieds-Empfindung giebt, dahin corrigirt, daß sie eben nur die verlangte, die man sich vorgenommen hat, giebt, um so viel möglich in allen Fällen ein Übersteigen der U. Schw. in gleichem Verhältniß nach dem Princip zu erlangen, daß gleichen Empfindungsdifferenzen gleiche Reizverhältnisse entsprechen, worauf alsbald zurückzukommen. Nun ist ebenso gewiß, daß diese, nur durch Vermittelung der Erinnerung mögliche, Reproducirung immer derselben Größe der Unterschieds-Empfindung nicht genau sein kann, als daß sie nicht über gewisse nahe liegende Grenzen hinaus fehlerhaft sein kann. Und wenn die einzelnen Versuche in dieser Hinsicht zu wünschen übrig lassen, so hält man sich ja nicht an solche, sondern an Mittelbestimmungen, und jede Ausführung der Methode muß sich an solche halten. Auf untermerkliche Unterschiede aber, die nach Müllers Princip und nach Müllers Verfahren eine gleiche Rolle spielen, als die übermerklichen, gehe ich deßhalb nicht ein, weil dabei ein unmittelbarer Anhalt für die Gleichschätzung derselben unter einander und mit den übermerklichen fehlt, mit denen sie sich zur Mittelbestimmung combiniren sollen. Nun sucht zwar Müller dieser Schwierigkeit durch die nachher anzugebende, doch von ihm selbst als sehr schwierig anerkannte Ausführungsweise seiner Methode zu begegnen, und Wundt dasselbe durch eine unstreitig zulänglichere aber sehr umständliche Ausführungsweise zu

erreichen, gegen welche mir aber die Einfachheit der unsern sehr in Vortheil scheint, worauf unten zu kommen.

Hievon abgesehen erreichen wir mit unserer Methode folgende Vortheile. Erstens fallen wir nicht damit in die Methode der r. u. f. F. (also auch nicht nach Müllers Kritik in die Formeln dafür) hinein, welche Methode ihre besondere Rechnungsweise und eine sehr große Anzahl Versuche verlangt, kurz behalten damit den Vorzug einer verhältnißmäßig schnell zum Zwecke führenden Methode. Zweitens werden wir zwar zugestandenermaßen mittelst unserer Methode immer einen etwas zu großen Werth für die U. Schw. erhalten; aber es läßt sich zeigen, daß nach dem Weberschen Gesetze die nach unserem Verfahren überschrittenen S dasselbe Verhältniß als die richtigen behalten; und nur um richtige Verhältnißbestimmungen der Schwelle handelt es sich im Allgemeinen bei psychophysischen Untersuchungen, wogegen die Kenntniß des absoluten Werthes der Unterschiedsschwelle in jedem einzelnen Falle kein Interesse hat, da ihr Werth überhaupt ausnehmend variabel ist, also fest bleibende Bestimmungen darüber gar nicht zu gewinnen sind.

In der That seien S_1, S_2 zwei Schwellenwerthe, welche verschiedenen mit einander zu vergleichenden Empfindlichkeiten zugehören, so werden Unterschiede, die gleich S_1, S_2 sind, an der Grenze der Merklichkeit stehen, beide aber nach dem Weberschen Gesetze gleich merklich werden, wenn wir sie um Werthe x_1, x_2 vergrößern, die ein gleiches Verhältniß zu den respectiven S haben. Also, wenn wir den Versuch ausdrücklich darauf einrichten, die Unterschiede $S_1 + x_1$, $S_2 + x_2$ gleich merklich erscheinen zu lassen, indem wir die Einstellung so lange abändern, bis es uns der Fall zu sein scheint, werden wir auch $S_1 + x_1$, $S_2 + x_2$ proportional mit S_1, S_2 setzen, und die Verhältnisse zwischen jenen statt der Verhältnisse zwischen diesen anwenden können.

Zwar ist wahr, das Webersche Gesetz gilt in der äußeren Psychophysik nur approximativ, wenn aber, wie es der Fall ist, die Schwelle bei den Versuchen immer nur verhältnißmäßig wenig überstiegen wird, so daß die ganzen x nur klein gegen die S bleiben, so kann der etwaige Irrthum, welcher von der Ungenauigkeit des Gesetzes in Bestimmung der richtigen x abhängt, nur Fehler von so kleiner Ordnung in Bestimmung der richtigen Verhältnisse der S, um die es sich handelt, mitführen, als auch nach dem andern Princip zu erwarten sind, da es doch nicht möglich ist, die Schwellenbestimmung nach beiden Seiten so genau abzumessen, daß das Mittel nicht noch einen Fehler übrig lasse.

Gesetzt übrigens, wohin Müllers Princip und Verfahren wenigstens

zielt, man hätte wirklich bei seinem absteigenden Gange die wahre Schwelle genau um eben so viel unterschritten als bei dem aufsteigenden überschritten, so würde man, wenn auf Kleinigkeiten der Art überhaupt Rücksicht zu nehmen wäre, erstens einen principiellen Fehler begehen, wenn man mit Müller das arithmetische Mittel aus beiden Bestimmungen als die wahre Schwelle betrachtete, zweitens eine Correction dieses Fehlers wieder nur im Weberschen Gesetze, so ungenau oder genau es sein mag, finden können. Denn da sich die Schwelle mit Verkleinerung der Reize verkleinert, so ist eine Abweichung von der wahren Schwelle nach unten nicht äquivalent einer Abweichung von derselben um gleichviel nach oben; und so hätte man die wahre Schwelle nach Weberschem Gesetze vielmehr als Verhältnißschwelle durch Ziehung eines geometrischen als arithmetischen Mittels aus der zu großen und zu kleinen Schwelle zu bestimmen.

Nun bin ich weit entfernt, diese theoretischen Quisquilien gegen Müllers Princip wirklich praktisch geltend machen zu wollen. Die Unsicherheit psychophysischer Maßbestimmungen ist leider aus andern Gründen viel zu groß, als daß dergleichen dagegen in Betracht käme; möge man aber auch nicht dergleichen gegen meine Methode wenden. Übrigens glaube ich, daß Müller bei seinem Streben, die Methoden ins Feinste zu analysiren, wohl Anlaß gehabt hätte, die vorigen Verhältnisse seinerseits zu discutiren, wovon sich doch nichts bei ihm findet.

Von ganz besonderem Vortheil aber erscheint unsere Methode zur Prüfung des Weberschen Gesetzes selbst, wenn diese in der Weise ausgeführt wird, daß man die Componenten eines sehr kleinen Reizunterschiedes in gleichem Verhältniß abschwächt oder verstärkt (was bei Lichtversuchen durch dunkle Gläser oder Abänderung der äußeren Beleuchtung geschehen kann) und zusieht, ob der Unterschied noch gleich merklich bleibt. Weder Müllers noch Wundt's Verfahren leistet hier das Gleiche gleich einfach.

Endlich kann ich darauf hinweisen, daß die hier angegebene Methode mit Einschluß letzterer Modification sich wirklich praktisch erwiesen hat. In der That habe ich danach den Gang der Wärme-Empfindungs-Unterschiede in Abhängigkeit von den Temperaturdifferenzen verfolgen können (Elem. I. 201 ff.), und habe die betreffende Modification sehr brauchbar zur Prüfung des Weberschen Gesetzes im Gebiete des Lichtsinnes gefunden (Elem. I. 140), wie nicht minder die Schallversuche Volkmanns in dieser Hinsicht mit Erfolg angestellt worden sind (Elem. I. 118).

Müller findet es auffallend, daß ich Volkmanns Schallversuche unter den Begriff der Methode d. e. m. U. subsumirt habe, weil sie s e i n e r Definition dieser Methode nicht entsprechen; wohl aber treten sie ganz unter den Begriff der angeführten Modification der meinigen.

Nun behaupte ich nicht, daß überhaupt alle Beobachter entsprechend als ich verfahren sind; meist fehlt es an bestimmten Angaben darüber; in der Regel wird man, wenn es nicht nach meiner Methode geschehen ist, wohl so verfahren sein, daß man die Einstellung des Versuches zwischen Übermerklich und Untermerklich so lange variirt, bis man zu einem sehr kleinen Abstande dazwischen gelangt, um endlich innerhalb desselben bei einem scheinbar eben verschwundenen Unterschiede stehen zu bleiben, von dem man dann freilich nur so viel weiß, daß er die wahre Schwelle um eine sehr kleine, voraussetzlich zu vernachlässigende, Größe unterschreitet, da sich die wahre Schwelle nun einmal nicht genau treffen läßt. Und unstreitig kann man auch mit diesem, wahrscheinlich gewöhnlich eingehaltenen Verfahren zu praktisch brauchbaren, d. i. für die gestellte Aufgabe hinreichend maßgebenden Verhältnißbestimmungen der Schwelle gelangen, wenn man nur die letzten Verschiebungen der Einstellung zwischen übermerklich und untermerklich, innerhalb deren man stehen bleibt, überall möglichst klein hält; und ich gebe selbst zu, daß man nicht a priori und ohne ausdrücklich darauf gerichtete Versuche versichern kann, daß die zugestandene und selbst im Mittel vieler Versuche nicht ganz zu beseitigende Unsicherheit in Reproduction immer derselben kleinen übermerklichen Unterschiedsempfindung bei meinem Verfahren kleiner sei, als die Unsicherheit des Tatonnements zwischen einer sehr kleinen übermerklichen und untermerklichen, schließlich unter die Unterschiedsschwelle herabführenden Empfindung.

So viel zur richtigen Beurtheilung und hiemit zur Rechtfertigung meiner Methode. Und worin sieht nun Müller den Fehler dieser, auf p. 56 von ihm im Wesentlichen richtig wiedergegebenen Methode[1]).

Er folgert aus seinen von ihm hieher gezogenen Formeln für die Methode der r. u. f. F., daß der, nach meiner Methode bestimmte eben merkliche U. „nicht unbeträchtlich größer" ausfallen müsse, als die U. Schw. S, bei welcher ein U. eben aufhört, bemerklich zu sein, ja daß nach dieser Methode principiell nur ein *unendlich* großer U. in *allen* Fällen richtig, d. h. als wirklich vorhanden, erkannt werden könnte. Daß aber seine, von einer *anderen* Methode hieher gezogenen Formeln hieher gar nicht passen[2]), beweist sich einfach damit, daß das, was Mül-

1) Wundt ist auf eine Kritik derselben überhaupt nicht eingegangen.

2) Abgesehen von der oben geltend gemachten Thatsache erhellt dies schon aus folgenden allgemeinen Bemerkungen. Für die Methode der r. u. f. F. und zur Anwendung der darauf bezüglichen Formeln ist wesentlich, daß mit den richtigen Fällen vermöge der Zufälligkeiten, die bei dieser Methode eine ganz andere Rolle spielen,

ler aus diesen Formeln gegen meine Ausführung der Methode folgert, bei derselben factisch nie eintritt noch eintreten kann; wie kann er es also derselben vorwerfen? In der That, factisch stelle ich jeden Einzelversuch so ein, daß der für die Wahrnehmung eben verschwindende U. nur um ein Weniges, statt um viel oder gar um ein Unendliches überschritten ist, und selbstverständlich erkenne ich den Unterschied in allen diesen Fällen als wirklich vorhanden, weil ich den Versuch eben dahin einstelle. Dies die Logik der Thatsachen gegenüber der Logik von Müllers Formeln und seiner Verwerthungsweise dieser Formeln.

Nun kann man fragen, was mir das Recht giebt, nur eine geringe Überschreitung des wahren S durch meine Einstellung auf einen noch eben merklichen Unterschied zu behaupten, da ich ja den wahren Werth des S bei den Versuchen nicht kenne, sondern erst aus denselben erschließen will. Hierauf Folgendes:

Da das Einstellen des Versuches auf das genaue S überhaupt nur eine unendlich geringe Wahrscheinlichkeit hat, kann ich entweder nur Werthe unter S oder über S damit treffen. Alle Fälle, wo der Unterschied noch als null erscheint, werden Fälle erster Art, alle, wo er merklich ist, Fälle zweiter Art sein. Wenn ich nun in jedem Falle den Versuch so einrichte, daß ich von einem Werthe unter S, wo ich noch keinen Unterschied empfinde, sehr wenig aufzusteigen brauche, um zu einem Werthe über S, wo ich einen solchen empfinde, zu gelangen, so werde ich natürlich nicht nur den unter S genommenen Ausgangspunct, sondern vollends S selbst um sehr Weniges übersteigen; entsprechend, wenn ich einen merkbaren Unterschied um sehr Weniges zu verkleinern brauche, um zu einem unmerklichen Unterschiede zu gelangen. So aber geschieht es bei meinem Verfahren.

Hiernach kommen wir zu Müllers eigener Methode, der von ihm sog. Methode der kleinsten Unterschiede, welche er (p. 63) so schildert:

„Man läßt einen vorhandenen, deutlich übermerklichen, Zuwuchs zu derjenigen Reizstärke, welche betreffs der ihr zugehörigen Unterschiedsempfindlichkeit zu untersuchen ist, ganz allmälig mit möglichst gleichförmiger Geschwindigkeit verringern, vergleicht hiebei aufmerksam die beiden Unterschiedscomponenten und, sobald der Unterschied beider nicht mehr

---

als bei der Methode der e. m. U. (s. Abschn. III), auch falsche Fälle eintreten; meine Ausführung der Methode der e. m. U. aber führt bloß zu richtigen Fällen und Müllers Methode der sog. kleinsten Unterschiede bloß zu richtigen und Nullfällen; aber nie führt die Methode zu falschen Fällen, d. h. wo die kleinere Componenten des U. größer als die größere erscheint.

merklich erscheint, thut man sofort der Verminderung desselben Einhalt und läßt die Größe desselben mit möglichster Genauigkeit bestimmen. Darauf bringt man die verminderte der beiden Unterschiedscomponenten wieder auf die gewählte Ausgangsintensität zurück und wiederholt den Versuch oder geht dazu über, die Größe des eben merklichen Unterschiedes zu bestimmen, indem man in ganz gleicher Weise einen untermerklichen Unterschied, etwa von der Größe 0, so lange erhöhen läßt, bis er eben merkbar wird. Hat man auf solche Weise eine beträchtliche Anzahl von Bestimmungen des eben unmerklichen Unterschiedes erhalten, so nimmt man aus allen den Werthen des eben merklichen und des eben unmerklichen Reizzuwuchses das Mittel und betrachtet diesen, dem Unterschiedsschwellenwerthe S gleich zu setzenden Mittelwerth als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit."

Nun gesteht Müller selbst zu (p. 67), daß die Genauigkeit dieser Methode „ganz wesentlich mit davon abhänge, daß bei Bestimmung des eben merklichen Unterschiedes die allmälige Herabminderung des gegebenen übermerklichen Unterschiedes stets mit der gleichen Geschwindigkeit geschehe, mit welcher bei Ermittelung des eben merklichen Unterschiedes die allmälige Erhöhung des zunächst gegebenen untermerklichen Reizunterschiedes stattfindet. Dieser Forderung lasse sich aber wenigstens ohne sehr peinliche Vorsichtsmaßregeln nur selten ganz genügen". D. h. er erklärt hiemit selbst seine Methode für unpraktisch, und zieht ausdrücklich die Methode der r. u. f. F. zur Bestimmung von S vor. In der That aber, wie soll sich die gleichförmige und in allen Fällen gleiche Geschwindigkeit bei den Versuchen sichern lassen, wie verhindern, daß man nicht bei noch so vorsichtigem Verfahren mehr oder weniger durch Beharrung oder weil die Aufmerksamkeit nicht im Stande ist, Puncte im Momente genau zu erfassen, über den Punct, wo man mit der Bewegung einhalten soll, hinausgeht? Wie wird man constanten Fehlern bei der Bewegung in verschiedener Richtung und bei Sistirung der Bewegung entgehen?

Nicht denselben Bedenken als die von Müller vorgeschlagene Ausführungsweise der combinirenden Methode unterliegt die von Kollert bei einer Untersuchung über den Zeitsinn eingeschlagene, von der ich voraussetze, daß sie von Wundt selbst herrührt, da die betreffende Untersuchung unter Wundt's Direction ausgeführt und in seinen „Studien" p. 78 ff. veröffentlicht ist. Ja ich wüßte nicht, auf welche Ausführungsweise dieser Methode sich Wundt beziehen könnte, wenn er sie empfiehlt, da sonst meines Wissens keine überhaupt vorliegt. Allerdings entgeht sie

ebensowenig einer gewissen Unsicherheit in Bestimmung der Schwelle, als irgend eine andere Methode, aber sie erlaubt, dieselbe in kleinen gemessenen und vom Verdacht manueller constanter Fehler freien Grenzen zu halten und demgemäß durch Wiederholung der Versuche zu verkleinern.

Leider freilich stellt sich das Verfahren aus den Angaben von Kollert darüber (Stud. p. 80 und 86) nicht mit einfacher Deutlichkeit heraus [1]), doch hoffe ich, nur in etwas abgeänderten Wendungen mit Folgendem den wesentlichen Sinn des Verfahrens richtig getroffen zu haben. Vorzubemerken ist, daß die Buchstaben T, t, ϑ, D dabei eine völlig andere Bedeutung haben, als in den auf die Methode der r. u. f. F. bezüglichen Abschnitten IV, V, VI.

Als Unterschiedsschwelle im Gebiete des Zeitsinnes, auf das sich die Kollertsche Untersuchung bezieht, wird der Werth anzusehen sein, um den ein gegebenes Zeitintervall t, oder der im Durchschnitt der Versuche ihm gleich geschätzte sog. mittlere Schätzungswerth T vergrößert oder verkleinert werden kann, ohne daß die Vergrößerung oder Verkleinerung merklich wird [2]). Sei nun ein gewisses Zeitintervall t als Normalwerth gegeben, und werde ein anderes Intervall ϑ als Vergleichswerth damit verglichen. Sei zuerst $\vartheta = t$ genommen, so wird im Allgemeinen ϑ von vorn herein gleich t erscheinen. Hienach werde stufenweise in sehr kleinen Absätzen ϑ so weit verkleinert, daß der Unterschied von t merklich und im Fortschritt der Verkleinerung um so entschiedener merklich wird, hienach aber werde ϑ wieder in nicht minder kleinen gemessenen Absätzen so weit vergrößert, daß wieder scheinbare Gleichheit mit dem constant erhaltenen Normalwerth t eintritt. Der Werth von ϑ, wo dies zuerst der Fall ist, werde mit t_0, der unmittelbar vorhergehende Werth von ϑ, wo ϑ noch kleiner als t erscheint, mit t_I bezeichnet. Dann liegt die Schwellengrenze offenbar zwischen t_0 und t_I, am wahrscheinlichsten, doch mit einer gewissen Unsicherheit, bei $\frac{t_0 + t_I}{2}$, welche

1) Dies hängt zum Theil daran, daß die Bestimmung der Unterschiedsschwelle, von welcher erst p. 86 der Stud. die Rede ist, mehr nebensächlich in die Untersuchung eingeht, indeß sich die Hauptuntersuchung auf den, oben mit T zu bezeichnenden mittleren Schätzungswerth von t und dessen Abweichung von t, d. i. $\Delta = T - t$ bezieht.

2) Der mittlere Schätzungswerth T, so wie oben anzugeben bestimmt, kann sich, wegen constanter Fehler, von t selbst unterscheiden, und hienach kann auch die U. Schw., nach positiver und negativer Seite besonders verfolgt, verschiedene Werthe annehmen, je nachdem sie im Ausgange von t oder T bestimmt wird; aber das Mittel beider Bestimmungen ist unabhängig von dem Ausgangswerthe, wie aus der obigen Darstellung folgt.

Unsicherheit sich nach Maßgabe verkleinert, als das Intervall zwischen t_I und t_0 kleiner gehalten wird. Der Werth $\frac{t_0 + t_I}{2}$ heiße ϑ_I. Werde jetzt umgekehrt verfahren, nämlich im Ausgange von $\vartheta = t$ das Intervall ϑ bis ins entschieden Übermerkliche des Unterschiedes, von t hinein vergrößert, hienach wieder in stufenweisen kleinen Absätzen so weit verkleinert, bis wieder scheinbare Gleichheit mit t eintritt, und heiße t^0 der Werth von ϑ, bei dem dies zuerst der Fall ist, hingegen t^I, der unmittelbar vorhergehende Werth, wo ϑ noch größer als t erscheint; so wird jetzt die Schwellengrenze zwischen t^0 und t^I, am wahrscheinlichsten, doch mit einer gewissen Unsicherheit, bei $\frac{t^0 + t^I}{2}$ zu suchen sein, wofür kurz ϑ^1 (nach Kollert ϑ_2) stehe. Indem man nun die Schwellengrenzen ϑ_1, ϑ^1 als in gleichem Abstande nach beiden Seiten von dem mittleren Schätzungswerthe des Intervalls t, welcher mit T bezeichnet wird, annimmt, bestimmt sich $T = \frac{\vartheta_1 + \vartheta^1}{2}$, wofür auch gleichwerthig damit $\frac{d_1 + d^1}{2}$ stehen kann, wenn man mit Kollert $d_1 = \vartheta_1 - t$ und $d^1 = \vartheta^1 + t$ setzt. Der absolute Abstand der ersten Schwellengrenze von T ist nun $T - \vartheta_1$, sofern $\vartheta_1 < T$ ist, der Abstand der zweiten ist $\vartheta^1 - T$, sofern $\vartheta^1 > T$ ist, mithin der mittlere Abstand beider Schwellengrenzen von T, d. i. die mittlere Schwelle selbst $(T - \vartheta_1) + (\vartheta^1 - T)$ $= \frac{\vartheta^1 - \vartheta_1}{2} = \frac{d_2 - d_1}{2}$, wofür Kollert die Bezeichnung D hat. Statt bezüglich T könnte man aber ebenso gut den Abstand der Schwellengrenzen bezüglich t nehmen, und würde für D denselben Werth erhalten, indem t ebenso wie T aus dem mittleren Werthe der Schwelle verschwindet.

Nun ist zwar von Kollert nicht ausdrücklich bemerkt, daß das in voriger Weise gefundene D die Unterschiedsschwelle repräsentire, doch sieht man nach voriger Darstellung leicht ein, daß es factisch der Fall ist. Kollert selbst hat in Betreff der Bedeutung des D nur folgende, aber mit der Bedeutung des D als Unterschiedsschwelle stimmende, Bemerkung (Stud. p. 86): „Von ganz besonderer Wichtigkeit für die Beurtheilung der Unterschiedsempfindlichkeit unseres Zeitsinnes überhaupt ist eine Größe, die ich als mittlere Unterschiedsempfindlichkeit bezeichnen und durch die Gleichung $E_m = \frac{t}{D}$ definiren will, wo D die schon oben (p. 81) durch die Gleichung $\frac{d_2 - d_1}{2}$ definirte Größe ist, d. h. derjenige Werth, um den man den mittleren Schätzungswerth T einer

gegebenen Normalzeit t vermindern, respectiv vermehren muß, um zu den eben merkbar verschiedenen Ungleichheiten ϑ_1 und ϑ_2 zu gelangen."

In der That ist hienach E_m nichts anderes als der reciproke Werth des relativen Unterschiedswerthes, welcher, so lange das Webersche Gesetz besteht, bei Abänderung der Größe des t constant bleiben muß; also zur Untersuchung desselben dienen kann. Wenn nun schon Kollerts Untersuchung bezüglich Zeitverhältnissen angestellt ist, dürfte doch kein Hinderniß bestehen, das vorige Verfahren auch im Gebiete der U. E. für intensive Reize anzuwenden. Geschehen freilich ist es bis jetzt meines Wissens noch nicht; und um so weniger Grund, es schon als allgemein mustergültig zu empfehlen.

IX. Zur Elimination constanter Fehler bei den Versuchen über die Unterschiedsempfindlichkeit.

Die constanten Fehler spielen eine große Rolle bei psychophysischen Maßversuchen, und sind nach Verschiedenheit der Methoden und Umstände in verschiedener Weise zu eliminiren und ihrer Größe nach zu bestimmen, worüber ich hier in keine Allgemeinheiten eingehen will. Wie es bei der Methode der mittleren Fehler zu geschehen hat, ist im VII. Abschnitt besprochen: hier mag es sich nur um die Elimination der constanten Fehler bei der Methode der r. u. f. Fälle handeln, wobei ich von einer Recapitulation der, in den „Elem." I. 113 ff. gegebenen, Darstellung des Verfahrens in Bezug auf die Gewichtsversuche ausgehe. Unter P' werde, wie gewohnt, das größere, unter P das kleinere Gewicht, unter D der Unterschied derselben P' — P verstanden.

Durch die Methode der r. u. f. F. gewinnt man nach der, im IV. Abschn. angegebenen, Weise aus den, durch die Hälfte der zweifelhaften Fälle ergänzten, richtigen Fällen, d. i. aus $\frac{r'}{n}$, mittelst der Fundamentaltabelle ein t_0, welches, wenn keine constanten Fehler vorliegen, einfach $= hD$ zu setzen ist, und durch Division mit D das Maß der U. E. h, um dessen Gewinnung es hauptsächlich bei der Methode zu thun ist, liefert.

Nun aber findet sich, daß, je nachdem P' oder P zuerst gehoben wird, oder je nachdem P' gegen P auf rechter oder linker Seite liegt (was eine verschiedene Angriffsweise der Gewichte mitführt oder einer verschiedenen Empfindlichkeit der Hände begegnet), kurz je nach verschiedener Zeit- und Raumlage der Gewichte gegen einander, sich t_0 ändert, und

man kann sich nun vorstellen, daß D je nach Entgegensetzung der Lage um einen constanten Fehler scheinbar (in dem früher gebrauchten Sinne S. 40) vermehrt oder vermindert wird [1]), welcher bezüglich der Zeitlage p, bezüglich der Raumlage q heiße. Sollte nun eine Versuchsreihe bloß bei einer dieser Lagen, z. B. wo D sowohl der Zeit- als Raumlage nach vergrößert erscheint, also $t_0 = h\,(D + p + q)$ ist, angestellt werden, so könnte man h nicht mehr durch einfache Division von t_0 mit D, sondern nur durch Division mit $D + p + q$ gewinnen; da man aber die constanten Fehler nur ihrer Richtung, nicht Größe nach kennt, ist dies nicht ausführbar. Aber man kommt auf einem anderen Wege, d. i. durch Elimination von p und q, zum Zweck, indem man Versuche sowohl bei entgegengesetzter Zeit- als Raumlage anstellt, die dabei stattfindenden constanten Fehler mit entgegengesetzten Vorzeichen behaftet denkt, und aus den dabei erhaltenen t_0's das Mittel zieht, was auf hD zurückkommt, sofern sich in diesem Mittel p mit — p, q mit — q compensirt; wonach man h ebenso durch Division dieses Mittels mit D gewinnen kann, als wenn constante Fehler überhaupt nicht vorhanden wären.

Im Fall nun entweder bloß Zeitfehler oder bloß Raumfehler da sind, hat man schon am Mittel zweier t_0's, die bei entgegengesetzter Zeit- oder Raumlage erhalten sind, genug. In dem allgemeinern Falle aber, der jedenfalls bei den Gewichtsversuchen stattfindet, wo sowohl Zeitfehler als Raumfehler da sind, giebt es 4 Combinationen der Lagen, bei denen Versuche anzustellen, welche zu 4 t_0's führen, aus denen das Mittel zu nehmen; nämlich 1) wo der Zeitfehler p und der Raumfehler q beide zur Vergrößerung von D wirken; 2) wo p als negativ zur Verkleinerung, q als positiv zur Vergrößerung wirkt; 3) wo p als positiv zur Vergrößerung, q als negativ zur Verkleinerung wirkt; 4) wo p und q beide als negativ zur Verkleinerung wirken; und indem wir die bei diesen 4 Combinationen der Lagen gewonnenen t_0's respectiv mit t_1, t_2, t_3, t_4 bezeichnen, haben wir

---

1) Von welcher Ursache auch die constanten Fehler abhängen mögen, so wird es an sich immer eben so möglich sein, sie unter den Gesichtspunct zu fassen, daß der in den Versuch gegebene U. D dadurch scheinbare Zuwüchse in plus und minus bei constant gehaltenem h erfährt, als daß die Empfindlichkeit h (statt deren Müller die der U. Schw. reciproke Reizbarkeit R in die Betrachtung einführt) dadurch Zuwüchse in plus und minus erfährt. Ich ziehe oben, wie in den „Elem.", Ersteres aus formellen Gründen vor, weil die Darstellung des Eliminationsprincips durch Beziehung auf Veränderung des abstracten h minder leicht faßlich wird, als auf Veränderungen des concreten D; ohne daß für das Resultat der Elimination auf dem einen Wege etwas Anderes herauskommt, als auf dem anderen.

$$t_1 = h(D + p + q)$$
$$t_2 = h(D - p + q)$$
$$t_3 = h(D + p - q)$$
$$t_4 = h(D - p - q)$$

mithin

$$\frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4} = hD.$$

Auch giebt schon $\frac{t_1 + t_4}{2}$, so wie $\frac{t_2 + t_3}{2}$ den Werth hD, und läßt sich also die Elimination auf zwei verschiedenen Wegen aus denselben Gleichungen gewinnen.

Wie leicht zu erachten, lassen sich nun auch aus denselben Gleichungen p und q bestimmen; und nicht minder kann dies in doppeltem Wege geschehen.

Müller giebt (p. 54) bezüglich seines, vom unsrigen verschiedenen, Präcisionsmaßes h (s. S. 48) eine Eliminationsformel von erschreckender Complication, welche theils daran hängt, daß er das Theilungsprincip II statt I bezüglich der z vorzieht, mithin 8 t's statt bloß 4 t's in die Formel einführt, theils daß sein h einen Werth $\sqrt{2 + 2\vartheta + \vartheta^2}$ ins Spiel bringt, der bezüglich unseres h außer Spiel bleibt.

Unterschieden von dem vorigen Verfahren der sog. vollständigen Elimination ist das der sog. unvollständigen Elimination (Elem. I. 116), wenn schon es meist zu keinem stark abweichenden Resultate vom vorigen Verfahren führt. Anstatt bei diesem zweiten Verfahren aus den, bei den 4 Lagen erhaltenen t's das Mittel als hD zu nehmen, nimmt man vielmehr aus den bei diesen Lagen erhaltenen r's das Mittel und sucht hiezu $t_0 = hD$ in der Fundamentaltabelle.

Soll sich die vollständige Elimination auf unsere Total-Schwelle T beziehen, so wird man dabei, unter Zugrundelegung der Formel

$$T = \frac{t_{II} - t_I}{t_0} D$$

den reinen Werth T erhalten, indem man 1) sowohl t_{II} als t_I bei den 4 Lagen bestimmt, indem man 2) die Summe der 4 t_I von der Summe der 4 t_{II} abzieht, 3) die Differenz mit der Summe der t_0 dividirt, und 4) den Quotienten mit D multiplicirt.

Müller erklärt nun (p. 52), „die Tauglichkeit meines Verfahrens nicht in Abrede stellen" zu wollen, und vermag in der That kein tauglicheres anzugeben, zieht es auch seinerseits dem der sog. unvollständigen Elimination vor, sucht aber doch zu zeigen, „daß es nicht diejenige Vollkommenheit gewähre, die man nach den Auslassungen Fechners voraus-

zusetzen geneigt sein könne." — Und in der That kann es sein, daß bei diesem Verfahren Größen kleiner Ordnung, welche sich zur vollständigen Elimination compensiren sollten, der Compensation entgehen; denn ich habe Müller zuzugeben, daß das nothwendige Zustandekommen einer wirklich vollständigen Compensation auf angegebenem Wege theoretisch nicht streng erwiesen ist, wogegen der Beweis, daß es danach nicht zu Stande kommen könne, eben so wenig streng von ihm geführt ist; beides kann aber deßhalb nicht geschehen, weil wir weder die Ursachen constanter Fehler noch ihre Wirkungsweise hinreichend kennen, also auch nicht mit Sicherheit darnach rechnen können. Immerhin bleibt gewiß, erstens, was Müller selbst zugesteht, daß kein zulänglicheres Verfahren vorliegt, zweitens daß die Resultate des Verfahrens für seine praktische Zulänglichkeit sprechen. In dieser Hinsicht mache ich die S. 79 angeführten empirischen Ergebnisse meiner Gewichtsversuche geltend, wonach, wenn man nur eine hinreichend große Zahl von Versuchen anwendet, sehr nahe übereinstimmende Summenwerthe von $t_1 + t_4$ mit $t_2 + t_3$ erhalten werden, was bei erheblicher Unzulänglichkeit des Verfahrens nicht der Fall sein könnte. Im Durchschnitt überwiegen zwar bei jenen Versuchen die $t_2 + t_3$ etwas über die $t_1 + t_4$, aber der Unterschied ist theils zu wenig constant, theils im Ganzen zu gering, um nicht möglicherweise von einem Nebenumstande abzuhängen; und da man keinen Grund hat, ihn bei der wesentlichen Verschiedenheit beider Combinationsweisen als in gleicher Richtung vom Rechten abweichend anzunehmen, so wird man eine um so größere Annäherung daran vom Zusammennehmen beider erwarten können; was ohnehin vorzunehmen ist, weil freilich bei kleineren Versuchszahlen $t_1 + t_4$ oft sehr beträchtlich von $t_2 + t_3$ abweicht, ohne daß man bisher bestimmten Grund hat, die eine Combination vor der anderen zu bevorzugen.

Hienach glaube ich, daß Erörterungen, welche die Zulänglichkeit des Verfahrens in Frage stellen, ohne ein zulänglicheres vor Augen stellen zu können, jedenfalls des praktischen Interesses entbehren, ein theoretisches aber nur dann haben würden, wenn hinreichende Kenntnisse von der Natur und Wirksamkeit der Ursachen constanter Fehler vorlägen, um der Untersuchung eine sichere Unterlage zu bieten.

Jedoch da Müller sich einmal auf theoretische Bedenken eingelassen hat, so will ich meinerseits, nur nach einem etwas minder abstracten Gange, als welchen er genommen hat, zu zeigen suchen, daß den hieher gehörigen Bedenken überhaupt nur der Charakter unbestimmter Möglichkeiten zukommt. Zur Fixirung der Vorstellung setze ich dabei das ein-

händige Verfahren voraus, d. i. wo beide Gewichte nach einander mit derselben Hand gehoben werden; ohne es nöthig zu halten, mit nur etwas anderen Wendungen die Betrachtung bezüglich des zweihändigen Verfahrens nochmals aufzunehmen.

Nun ist vorauszuschicken, daß die Theorie des Verfahrens, wie sie oben auseinandergesetzt ist, noch nicht die eigentlich fundamentale und nur in soweit zureichend ist, als wir die constanten Fehler als klein gegen die Gewichte annehmen, eine Voraussetzung, die wohl im Allgemeinen zutrifft, und die Darstellung des Verfahrens sehr erleichtert; daher sich aus praktischem Gesichtspuncte um so mehr dabei stehen bleiben ließ, als durch Rückgehen auf die fundamentale Betrachtung sich im Praktischen nichts ändert, sondern nur die theoretische Beschränkung auf Kleinheit der constanten Fehler wegfällt. Eigentlich und fundamental aber haben wir bei der Theorie der Elimination auf eine Behandlung der Maßmethoden zurückzugehen, wovon im folgenden Abschnitt (X) besonders die Rede sein wird, indeß sich hier das Nöthige daraus vorwegnehmen lassen wird.

Die Zulänglichkeit des vollständigen Verfahrens setzt nach obiger Darstellung voraus, daß die constanten Fehler p, welche bei entgegengesetzter Zeitlage, so wie die q, welche bei entgegengesetzter Raumlage erhalten werden, wirklich nicht bloß dem Vorzeichen nach entgegengesetzt sondern auch dem absoluten Werthe nach gleich sind, da sonst einleuchtenderweise die obige Compensation nicht stattfinden könnte. Nun sind uns zwar die Ursachen constanter Fehler nicht hinreichend bekannt, aber fassen wir zunächst eine zugleich sehr möglich und sehr bedenklich scheinende Ursache ins Auge, von der aus sich weiter gehen lassen wird.

Durch das Heben der Gewichte wird eine gewisse Ermüdung hervorgerufen, und hiemit der Eindruck der Gewichte oder deren scheinbare Größe verändert. Betrüge nun die scheinbare Änderung beider nach einander gehobenen Gewichte in gleichem Sinne gleich viel, so könnte daraus keine Änderung ihres Unterschiedes D, mithin kein constanter Fehler überhaupt hervorgehen; aber durch das größere Gewicht wird eine stärkere Ermüdung der hebenden Hand als durch das geringere erzeugt, und nennen wir die hieraus hervorgehenden scheinbaren Änderungen von P′, P respectiv c′, c und nehmen, um nur erst den unmittelbaren Erfolg der Ermüdung ins Auge zu fassen, auf die, nachher zur Sprache kommende, Nachdauer der Ermüdung noch keine Rücksicht, so werden wir, mag das größere oder kleinere Gewicht vorangehen, rechts oder links liegen, als Unterschied zwischen den so veränderten Gewichten haben

$$(P' + c') - (P + c) = D + c' - c$$

mithin auch $t_0 = h(D + c' - c)$, worin sich c' mit c nicht compensirt, weil c' größer als c ist; auch wird sich durch Umkehrung der Zeit- und Raumlage hierin nichts ändern, sofern jedesmal P' durch Ermüdung mehr verändert wird als P, mithin $c' - c$ verschieden von null bleibt.

Hiemit schiene nun die Unvollständigkeit der Compensation hinreichend erwiesen; aber nur so lange, als wir nicht auf die folgende gründlichere Betrachtung zurückgehen. Für die Empfindung erscheinen die scheinbaren Änderungen zweier verschieden großer Reize keineswegs gleich, wenn sie selbst gleich sind, sondern wenn sie ein gleiches Verhältniß zu den Reizen haben; und wenn also, wie selbstverständlich, die scheinbaren Änderungen der Gewichte durch die Ermüdung mit der Größe der Gewichte zu- und abnehmen, also kleiner für das kleinere, größer für das größere Gewicht sind, so ist das nicht wider die Compensation, sondern im Sinne der Compensation für die Empfindung, auf die es ankommt. Ja es kann durch den unmittelbaren Erfolg der Ermüdung gar kein constanter Fehler entstehen, wenn, wie nicht unwahrscheinlich, jedes Gewicht *proportional* seiner Größe durch die Ermüdung scheinbar verändert wird, und dasselbe wird von jedem anderen Einflusse gelten, wodurch die Gewichte in derselben Richtung proportional ihrer Größe geändert werden. Nur freilich *beweisen* kann ich die strenge Proportionalität in unserem Falle in betreffender Hinsicht nicht, und so bleibt unbestimmten Einwänden in dieser Hinsicht immerhin Raum.

Jedenfalls giebt es *factisch* constante Fehler, und wenn sie nicht den vorigen Grund haben, müssen sie einen anderen Grund haben. In dieser Hinsicht aber leuchtet ganz im Allgemeinen ein, daß alle, von verschiedener Zeit- und Raumlage abhängigen Unterschiede in der Angriffsweise und den sonstigen Verhältnissen der Gewichte, welche den Eindruck beider Gewichte in *entgegengesetztem* Sinne ändern, wenn sie den Gewichten proportionale Änderungen erzeugen, aus demselben Grunde sich nach unserem Princip compensiren müssen, aus welchem proportionale Änderungen in *gleichem* Sinne gar keine constanten Fehler geben können; und so kann der Einfluß der entgegengesetzten Zeit- und Raumlage im Allgemeinen so gefaßt werden: Unstreitig ist er bei keiner Lage ganz constant, weil die Lage selbst und die mitwirkenden Umstände nicht ganz constant sind, hält aber doch bei entgegengesetzten Lagen *vorwaltend* eine entgegengesetzte Richtung ein, und läßt sich in zwei Theile zerlegen, einen mittleren, welcher den gegensätzlichen Ausdruck der constanten Fehler enthält, und einen nach beiden Seiten zufällig darum

schwankenden, welcher den Ausdruck der zufälligen Fehlervorgänge enthält. Wobei wieder wahr bleibt, es läßt sich nicht streng beweisen, daß die Mittelwerthe von entgegengesetztem Vorzeichen, mit welchen die constanten Fehler zu identificiren sind, sich bei entgegengesetzten Lagen genau compensiren, aber ich wüßte allgemein gesprochen nicht, warum nicht, wenn nur der Gegensatz der Lagen durchschnittlich genau getroffen wird, was natürlich zur Vollständigkeit der Elimination gehört.

Inzwischen ließe sich an Ursachen constanter Fehler denken, wo der Gesichtspunct der Compensation sich nicht so einfach darstellt, als nach voriger Betrachtung. Von der Ermüdung, die durch die Hebung der Gewichte unmittelbar eintritt, ließ sich nach obigen Bemerkungen überhaupt nicht mit irgendwelcher Bestimmtheit ein constanter Fehler abhängig machen; aber möglicherweise von der Nachdauer der Ermüdung einerseits und von der Nachdauer des Eindrucks im gleich näher zu bezeichnenden Sinne andererseits. Die erstere anlangend, so trägt sich die Ermüdung, welche durch Hebung des ersten Gewichtes entstanden ist, auf die Hebung des zweiten Gewichtes über und läßt dasselbe schwerer erscheinen, als es sonst der Fall wäre; es ist aber ein Unterschied, ob die starke Ermüdung durch das erst gehobene starke Gewicht sich auf die Hebung des zweiten schwächeren Gewichts überträgt, oder ob die schwache Ermüdung durch das erstgehobene schwache Gewicht sich auf die Hebung des zweiten stärkeren Gewichtes überträgt. Die sog. Nachdauer des Eindrucks anlangend, so verschwindet eine einmal vorhandene Erregung nicht sofort mit der äußeren Ursache der Erregung, und wird sich also auch eine gewisse Nachdauer der, zur Hebung des ersten Gewichts in Thätigkeit gesetzten, lebendigen Kraft auf die Hebung des zweiten übertragen, ohne erst so zu sagen aus dem Gesammtquell der lebendigen Kraft des Organismus dazu herbeigeholt werden zu müssen, und kann dies möglicherweise die Hebung und das Gefühl der Hebung erleichtern.

Es mag zur Erläuterung hievon beitragen, wenn wir auf einen bis zu gewissen Grenzen analogen Fall im Felde rein receptiver Empfindung hinweisen. Wenn ein Lichteindruck im Auge stattgefunden hat, so bleibt unmittelbar nach Wegfall desselben einerseits ein Nachklang des Lichteindrucks, andererseits ein Nachklingen der Abstumpfung oder Ermüdung zurück. Beide Nachklänge nehmen allmälig ab, ohne daß die Gesetze hievon hinreichend bekannt sind. Tritt ein neuer Lichtreiz ein, so wird er in sofern stärker empfunden, als sich noch etwas vom nachklingenden Lichte hinzufügt, in sofern schwächer, als das Auge gegen ihn mehr abgestumpft ist, wovon nach Umständen das eine oder andere Moment

überwiegen kann. Genug hier, die Wirkung des zweiten Lichtreizes zeigt sich durch die Nachwirkung des ersten, sei es im Sinne überwiegender Verstärkung oder Schwächung, modificirt. Unstreitig aber findet bei allen anderen Reizen etwas Entsprechendes statt.

Bei Gewichten findet nun allerdings, in scheinbarem Widerspruch mit anderen Reizen, als wie Lichtreiz, Schallreiz, das Eigenthümliche statt, daß durch Ermüdung ein Gewicht vielmehr erschwert als erleichtert, also die vom Reize erweckte Empfindung, unsern Falles die Schwere des Gewichts, verstärkt erscheint, was ich so deuten möchte. Um ein Gewicht gleich schnell zu einer gegebenen Höhe zu heben, wird gleich viel lebendige Kraft in Anspruch genommen, mag der Arm ermüdet sein oder nicht, aber die disponible lebendige Kraft des Arms oder der Muskeln, welche bei der Hebung thätig sind, ist durch die Ermüdung vermindert, und das Gefühl der Schwere des Gewichts oder Anstrengung, welche die Hebung fordert, hängt wahrscheinlich an dem Verhältniß jener constanten lebendigen Kraft, die zur Hebung erfordert wird, zur disponiblen Kraft, welche durch die Ermüdung vermindert ist.

Mögen wir nun aber die Nachdauer der Ermüdung oder die Nachdauer des Eindrucks in Betracht ziehen, so muß jedenfalls von dem kleineren Gewichte eine in Verhältniß zu seiner Kleinheit kleinere Nachwirkung auf das nachfolgende größere Gewicht übergehen, als umgekehrt von dem größeren Gewichte auf das nachfolgende kleinere Gewicht übergeht, und können sich also beide Nachwirkungen bei Entgegensetzung der Zeitlage nicht compensiren. So scheint es wenigstens.

Nun aber läßt sich die Sache auch so fassen. Eine stark ermüdete Hand kann ein kleines Gewicht doch mit dem Gefühl gleicher Leichtigkeit heben, als eine wenig ermüdete Hand ein großes Gewicht. Wenn sich nun bei Ersthebung des großen Gewichtes eine starke Ermüdung zur Zweithebung des kleinen Gewichtes fortpflanzt, und dadurch dasselbe scheinbar gegen das große verstärkt, so kann die umgekehrte Zeitlage, nach welcher die Schwere des großen Gewichtes durch eine vom kleinen Gewichte herstammende kleine Ermüdung scheinbar wächst, sich nach voriger Bemerkung im relativen Empfindungseffect recht wohl mit der ersten Zeitlage compensiren. Und wenn von der Ersthebung des großen Gewichts viel lebendige Kraft nachdauert, welche der Erhebung des kleinen Gewichts zu statten kommt, hingegen von der Ersthebung des kleinen Gewichts nur wenig lebendige Kraft, welche der Hebung des großen zu statten kommt, so wird sich die lebendige Kraft doch beidesfalls aus dem Quell disponibler Kraft zu derjenigen, den Gewichten proportio-

nalen, Größe zu ergänzen haben, welche zur Hebung auf gleiche Höhe in gleicher Zeit gehört, und hienach zu bezweifeln sein, daß davon überhaupt ein constanter Fehler abhängen kann. Denn freilich bei den Versuchen mit dem Lichte tritt die Nachdauer des Lichteindruckes als Verstärkung zum Eindruck eines neuen Lichtreizes hinzu; aber es würde nicht mehr der Fall sein, wenn die vom früheren Lichtreize nachdauernde Erregung in jedem Falle durch die neue Erregung immer nur zu einem bestimmten Grade der Erregung ergänzt werden sollte, wie es unseren Falles zu geschehen hat, um immer dieselbe Hebungsleistung bei demselben Gewichte hervorzubringen.

Ich bin weit entfernt, die vorigen mehr als erwünscht complicirten Betrachtungen zu Gunsten der Vollständigkeit der Elimination für evident auszugeben; kann aber eben so wenig durch Betrachtungen, welche, wie die Müllerschen, so nahe liegende Möglichkeiten, ja Wahrscheinlichkeiten nicht erforderlich berücksichtigen, etwas gegen diese Vollständigkeit erwiesen finden.

Übrigens ist bei der Nachdauer zu berücksichtigen, daß eine solche sich nicht bloß von der ersten zur zweiten Hebung innerhalb der Doppelhebung P′, P, sondern auch zwischen den aufeinanderfolgenden Doppelhebungen erstrecken kann, und daß je nach den Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Hebungen und Doppelhebungen dabei sehr verschiedene Verhältnisse zwischen dem steigernden und vermindernden Momente der Nachdauer eintreten können, die weder theoretisch noch empirisch ins Reine gebracht sind, und eine fast unendliche Casuistik zulassen.

X. Logarithmische Behandlung der Maßmethoden.

Bei allen Maßmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit hat man mit zwei in Größe unterschiedenen Reizen A, B zu thun. Während nun diese den U. $B - A = D$ haben, haben sie zugleich ein Verhältniß $\frac{B}{A}$, welches $\mathfrak{P}$ heiße. Nun hängen die Unterschiedsempfindungen nach einfacher Regel innerhalb der Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes, über die hinaus überhaupt keine einfache Regel mehr besteht, vielmehr von den Logarithmen der Reizverhältnisse als den Reizunterschieden ab; sind nämlich nicht allgemein gleich, wenn die Unterschiede der Reize D, sondern wenn die Reizverhältnisse $\mathfrak{P}$, mithin deren Logarithmen

gleich sind, und ändern sich proportional den Logarithmen der Reizverhältnisse. Also ist es an sich richtiger, die Unterschiedsempfindungen, mit denen wir in den Maßmethoden zu thun haben, in Beziehung zu den Logarithmen der wirklichen und scheinbaren Reizverhältnisse, also zu den $\mathfrak{P}$, als zu den Reizunterschieden D zu betrachten. Da indeß nach einer bekannten Eigenschaft der Logarithmen für den Fall, daß ein Reizverhältniß $\frac{B}{A} = \frac{A + D}{A} = 1 + \frac{D}{A}$ wenig von der Einheit abweicht, hiemit D ein kleines Verhältniß zu seinem Ausgangswerthe A hat, der Unterschied dem Logarithmus des Verhältnisses nahehin proportional geht, so kann man für diesen Fall dem Logarithmus des Verhältnisses den Unterschied, also D für $\log \mathfrak{P}$, substituiren, womit man den Vortheil größerer Einfachheit in der Herleitung der Maßwerthe, wenn schon auf Kosten der vollen Strenge, gewinnt.

Insofern wir nun nach der strengen Fassung den arithmetischen Differenzen der Reize die Logarithmen der Reizverhältnisse zu substituiren haben, unterscheide ich die eine und andere Fassung und Behandlung der Methoden kurz als arithmetische und logarithmische, und bemerke zuvörderst im Allgemeinen, daß in Betreff des experimentalen Verfahrens der Übergang von jener zu dieser Behandlung überhaupt keine Änderungen mitführt, sie betreffen bloß das Rechenverfahren und dessen Resultate. In dieser Beziehung aber ist Folgendes zu bemerken.

Was die Methode der r. u. f. F. anlangt, so kann ich nach wie vor zu dem Verhältniß $\frac{r'}{n}$ einen Werth t_0 aus der Fundamentaltabelle finden, der nur jetzt nicht gleich hD, sondern gleich $h \log \mathfrak{P} = h \log \frac{B}{A}$ zu setzen ist; und indem ich diesen Werth durch das gegebene $\log \mathfrak{P}$ dividire, erhalte ich h ebenso einfach als auf arithmetischem Wege, d. i.

$$h = \frac{t_0}{\log \mathfrak{P}}.$$

Was die Schwelle T anlangt, so wird diese nach logarithmischer Behandlung sich in den Logarithmus des Verhältnisses übersetzen, welches überstiegen sein muß, um die E. eines U. merklich werden zu lassen. In dieser Bedeutung hat man

$$T = \frac{t_{II} - t_I}{t_0} \log \mathfrak{P},$$

woraus das betreffende Verhältniß selbst zu finden.

Wenn man bei gegebenem A den Werth D und mithin $B = A + D$ continuirlich steigert, so hat man nach arithmetischer Behandlung der

Methode der r. u. f. F. zu erwarten, daß t_0 proportional mit D wachse, was so lange merklich zutrifft, als D sehr klein gegen A bleibt. Aber genau hat man vielmehr zu erwarten, daß t_0, in der früher angegebenen Weise genommen, proportional mit $\log \mathfrak{P} = \log \frac{B}{A}$ wächst, hiemit in etwas kleinerem Verhältnisse als D zunimmt.

Während nach Vorigem die Methode der r. u. f. F. durch den Übergang von der arithmetischen zur logarithmischen Behandlung sich nicht sowohl in der Ausführung der Rechnung als der Deutung der Schlußresultate ändert, führt dagegen dieser Übergang bei der Methode der m. F. zu einer sehr umständlichen Ausführung der Rechnung, indem es hiebei gilt, die gewonnenen Fehlgrößen f einzeln in Logarithmen zu übersetzen; wozu die Methode d. r. u. f. F. keinen Anlaß bietet, da hier nur Zahlen, nicht Größen der Fehler gegeben sind, worüber der IV. Abschnitt zu vergleichen.

Bei der Methode der e. m. U. reicht es im Übergange von der arithmetischen zur logarithmischen Behandlung hin, jeden eben merklich gefundenen Unterschied D zwischen A und B durch $\log \frac{B}{A}$ zu ersetzen.

Während nach der arithmetischen Behandlung der Methode d. m. F. und e. m. U. die positive U. Schw. von der negativen als etwas verschieden gelten muß, ist dagegen die durch die logarithmische Behandlung zu gewinnende Verhältnißschwelle nach oben und unten als gleich anzunehmen (Vergl. S. 47. Anmerk.).

Man kann bemerken, daß, indem sich nach der logarithmischen Behandlung der Methoden d. r. u. f. F. und der m. F. das Gaußsche Wahrscheinlichkeitsgesetz von den äußeren Unterschieden D auf die Logarithmen der Reizverhältnisse überträgt, es hiemit sich auf die dadurch gemessenen Unterschiedsempfindungen überträgt, welche denselben proportional sind. Ein mathematisches Hinderniß, das Gaußsche Gesetz auf Logarithmen von Verhältnissen anzuwenden aber besteht nicht nur an sich nicht, sofern diese Logarithmen den Charakter arithmetischer Differenzen haben, welche von einem Nullpunct (bei $\frac{A}{B} = 1$) aus nach entgegengesetzten Seiten auslaufen, sondern ich habe mich auch bei meinen Untersuchungen an den Maßen von Collectivgegenständen überzeugt, daß ihre Abweichungen von dem wahrscheinlichsten (sog. dichtesten) Werthe triftiger, d. h. mit der Erfahrung zutreffender nach logarithmischem als arithmethischem Princip zu behandeln sind, in Fällen, welche überhaupt ge-

eignet sind, zur Entscheidung zu führen, worauf ich jedoch hier nicht näher eingehen kann.

Wie schon im vorigen Abschnitte bemerkt, wird auch die Elimination der constanten Fehler bei der Methode d. r. u. f. F. streng genommen auf das Princip der logarithmischen Behandlung zurückzuführen sein, d. h. die zur Elimination erforderliche Compensation bei entgegengesetzter Zeit- und Raumlage wird nur erfolgen können, wenn $\mathfrak{P}$ durch die eine Zeitlage im Verhältniß p vermehrt, durch die andre in demselben Verhältniß vermindert ist. Man wird also p nicht als arithmetische Zuwüchse $\pm$ p zu D, sondern als verhältnißmäßige Änderungen p, $\frac{1}{p}$ bezüglich $\mathfrak{P}$ in der Art in Betracht zu ziehen haben, daß durch die eine Zeitlage $\mathfrak{P}$ sich in $p\mathfrak{P}$, durch die entgegengesetzte in $\frac{\mathfrak{P}}{p}$ verwandelt, wonach $\log p\mathfrak{P} = \log \mathfrak{P} + \log p$ sich mit $\log \frac{\mathfrak{P}}{p} = \log \mathfrak{P} - \log p$ durch Zusammennehmen und Mittelziehung zu $\log \mathfrak{P}$ compensirt. Entsprechend mit dem Raumfehler q.

Hienach werden sich vermöge der Zusammensetzung des Zeit- und Raumfehlers bei den 4 entgegengesetzten Lagen zu pq, $\frac{q}{p}$, $\frac{p}{q}$, $\frac{1}{pq}$, die Eliminationsgleichungen für den Fall wirklich vollständiger Compensation so stellen:

$$t_1 = h\,(\log \mathfrak{P} + \log p + \log q)$$
$$t_2 = h\,(\log \mathfrak{P} - \log p + \log q)$$
$$t_3 = h\,(\log \mathfrak{P} + \log p - \log q)$$
$$t_4 = h\,(\log \mathfrak{P} - \log p - \log q)$$

Durch Addition der 4 t's und Mittelziehung gelangen wir dann ebenso wie nach arithmetischer Behandlung zur vollständigen Elimination, nur daß wir, wie es principiell das Richtigere ist, als mittleres t_0 nicht hD sondern $h \log \mathfrak{P}$ erhalten.

In meinen „Elementen“ findet sich die logarithmische Behandlung der Maßmethoden noch nicht, weil ich da noch nicht darauf gekommen war. Im Ganzen hat sie vielmehr ein theoretisches als praktisches Interesse.

XI. Über die Frage der reciproken Proportionalität des Präcisionsmaßes und der Unterschiedsschwelle.

Es ist als ein Verdienst Müllers anzusehen, daß er nicht nur die obige Frage aufgeworfen, sondern auch, soweit ihm Data dazu zu Gebote standen, selbst erfolgreich untersucht hat (p. 96 ff., 197 ff.), so namentlich an zwei meiner größeren Gewichtsversuchsreihen nach der Methode d. r. u. f. F., einer zweihändigen (Nr. 6) und einer einhändigen (Nr. 1), die ich ihm dazu auf sein Ersuchen zur Disposition gestellt. In beiden variiren die Gewichte P von 300 bis 3000 Gramm, mit zugehörigen D's = 0,04 und 0,08 P. Versteht man nun Präcisionsmaß h und Unterschiedsschwelle S so, wie sie von ihm gefaßt und berechnet werden, worüber Abschn. IV zu vergleichen, so fand sich die umgekehrte Proportionalität zwischen h und S, oder, was auf dasselbe herauskommt, die Constanz von hS, beim Fortschritt durch die 6 P's in der zweihändigen Reihe sehr gut bestätigt, indeß bei der einhändigen Reihe sich ein etwas anderes Verhältniß zwischen h und S für den Versuch mit der Rechten (R) als mit der Linken (L) herausstellte, also auch hS einen etwas andern Werth für R als L annahm. Abgesehen davon aber fand er auch (p. 335) „gewisse Resultate, die sich bei den Untersuchungen Delboeufs, den Augenmaßversuchen Volkmanns und den elektrischen Lichtversuchen Massons herausgestellt haben, auf ein umgekehrt proportionales oder wenigstens analoges Verhältniß jener beiden Größen weisend", wonach er eine sehr weit gehende, obschon nicht unbedingte Gültigkeit desselben anerkennt.

Nun ist allerdings Müllers Präcisionsmaß h, als bloß auf die zufälligen scheinbaren Änderungen des kleineren Gewichts bezüglich, an sich nicht mit unserem Präcisionsmaße h zu verwechseln, welches auf die scheinbaren Änderungen des Unterschiedes beider Gewichte zu beziehen, und ebenso ist Müllers U. Schw. S nicht mit meiner U. Schw. $S = \frac{T}{2}$ identisch; allein Müllers h und mein h, Müllers S und mein S gehen sich in betreffender Hinsicht parallel, und ich habe mich nicht nur an jenen beiden Versuchsreihen durch eigene Rechnung überzeugt, daß dasselbe Resultat, was Müller bezüglich seines h und S gefunden hat, sich bezüglich meines h und S wiederfindet, sondern habe auch, angeregt durch Müllers Untersuchung, hienach meine übrigen Gewichtsversuchsreihen in Betreff der Frage untersucht, wiefern darin h und S

oder statt dessen h und T, nach meiner Weise berechnet, einen reciproken Gang bei Abänderung dieser und jener Umstände befolgen, mithin h T, wofür ich kurz E setze, constant bleibt oder nicht, und habe dabei folgende Resultate gefunden.

Heiße wie immer P das kleinere oder Hauptgewicht, $P' = P + D$ das größere Gewicht, D der Unterschied zwischen beiden, und seien außer der folgends zu bezeichnenden Verschiedenheit zwischen den verglichenen Versuchsreihen alle Umstände der Versuche und die Versuchsweisen selbst gleich gehalten, so bleibt, abgesehen von unausgeglichen gebliebenen Zufälligkeiten wegen endlicher Zahl der Beobachtungen, $hT = t_{II} - t_{I} = E$ constant:

1) Wenn bei constantem P′ der Unterschied D sich ändert.

2) Wenn P und D sich in proportionalem Verhältnisse ändern.

3) Wenn die Zeit-Raumlagen, mithin die constanten Fehler sich ändern.

4) Wenn der Ermüdungszustand der Hand sich ändert.

5) Wenn die Hebungsdauer oder wenn die Zwischenzeit zwischen den zwei Componenten jeder Doppelhebung sich innerhalb gewisser Grenzen ändern, doch fraglich, ob auch außerhalb dieser Grenzen.

Hingegen ändert sich allgemein gesprochen E, je nachdem bei einhändigem Verfahren die Hebung mit linker oder rechter Hand vollzogen wird; aber auch, ja oft in noch viel stärkerem Verhältnisse, wenn man Versuche mit derselben Hand oder denselben Händen zu so verschiedenen Zeiten anstellt, daß man desselben Zustandes des empfindenden Organes nicht mehr sicher sein kann, also das empfindende Organ, welches bei verschiedenen Händen an sich verschieden ist, so zu sagen zu einem verschiedenen wird. Nur daß merkwürdigerweise, wie unter 4) bemerkt, der Ermüdungszustand der Hand den Werth E unverändert läßt [1], was inzwischen darauf zurückzuführen ist, daß nach dem Parallelgesetze die innere Ermüdung des Organes durch einen Reiz im Erfolge einer Verringerung des äußeren Reizes äquivalent ist, von welchem (nach Combination von 1) und 2)) keine Änderung von E abhängt.

Die Specialbelege für vorige Sätze mitzutheilen würde hier zu weit führen, ich muß dies auf eine wenn möglich noch zu bewirkende künftige speciellere Veröffentlichung meiner Gewichtsversuche versparen.

---

1) Man constatirt dies, indem man dieselben Versuche vergleichsweise unmittelbar vor und nach der Zwischenhebung sehr schwerer, mithin stark ermüdender Gewichte anstellt, oder mit leichten und schweren Gewichten bei den Versuchen selbst periodisch wechselt und die dabei erhaltenen E vergleicht.

Zu den vorigen Resultaten aus Gewichtsversuchen, welche ich selbst angestellt habe, kann ich noch ein sehr interessantes fügen, welches sich aus den Augenmaßversuchen von Boas ziehen läßt, deren S. 44 gedacht ist, wonach auch für Versuche, welche mit verschiedenen Aufmerksamkeitsgraden angestellt sind, E constant bleibt. Das Wesentlichste der Versuche ist dies:

Zwischen je zwei Strichen von 61,8 und 64 Mill. Länge, deren D also 2,2 Mill. war, wurde ohne langes Überlegen nach dem Augenmaß geurtheilt, welcher von beiden Strichen der längere war, ohne daß die Richtung des Unterschiedes dem Beobachter zuvor bekannt war. In einer Reihe Nr. 1 wurde mit concentrirter Aufmerksamkeit beobachtet, in einer zweiten Nr. 2, übrigens ganz vergleichbar angestellten, so, daß die Aufmerksamkeit durch gleichzeitiges theils unwillkürliches theils absichtliches Mitachten auf ein in Gedanken genommenes Musikwerk zerstreut war. Das n betrug bei Nr. 1 wie Nr. 2 346, und dabei wurden erhalten:

	$\frac{r}{n}$	$\frac{f}{n}$	$\frac{z}{n}$	E
Nr. 1	0,564	0,112	0,324	0,7459
Nr. 2	0,410	0,205	0,385	0,7436

Dies giebt, mag man nach Theilungsprincip I oder II rechnen, die beistehenden merklich gleichen Werthe von E für Nr. 1 und Nr. 2; indeß sich h nach Theilungsprincip I findet 0,4248 für Nr. 1, 0,1837 für Nr. 2.

Müllern ist die umgekehrte Proportionalität des h mit S nach seiner Berechnungsweise dieser Werthe, so weit er sie selbst nach seinen Untersuchungen zuzugestehen gehabt, von vorn herein auffällig und unerwartet gewesen; doch hat er sie nachgehends (p. 334 ff.) mit seinen Voraussetzungen über die Natur und Verhältnisse der zufälligen Fehlervorgänge und der physiologischen Ansicht vom Weberschen Gesetze in Beziehung zu setzen gesucht, worauf einzugehen mir unnöthig scheint, nachdem jene Voraussetzungen selbst sich unhaltbar erwiesen haben, worüber Abschn. III zu vergleichen.

Meinerseits scheint mir Folgendes über den betreffenden Gegenstand zu sagen.

Seien α die durch Zufälligkeiten bewirkten scheinbaren Abweichungen von dem in den Versuch gegebenen D, so ist T ein U. $\alpha' - \alpha,$ zwischen zwei Werthen α', $\alpha_,$, welcher die $\frac{z}{n}$ enthält, und, sofern $h = \frac{1}{\alpha_n \sqrt{\pi}}$, ist

$$E = hT = \frac{\alpha' - \alpha_,}{\alpha_n \sqrt{\pi}}$$

Ändert sich nun h in gewissem Verhältnisse, so ändert sich α_n in umgekehrtem Verhältnisse, und, sofern das Gaußsche Gesetz besteht, ändert sich jeder Werth von α, der eine bestimmte Wahrscheinlichkeit hat, in entsprechendem Verhältnisse als α_n.

Also kann hT recht wohl constant bleiben, sofern α', $\alpha_,$ sich in entsprechendem Verhältniß als α_n ändern, und erscheint es sogar zunächst selbstverständlich, daß es allgemein der Fall sei. Doch ist es nicht nothwendig, denn es kann ja sein, daß die α', $\alpha_,$, welche sich in gleichem Verhältnisse als α_n geändert haben, nicht mehr dasselbe $\frac{z}{n}$ zwischen sich fassen, also nicht mehr als Schwellengrenzen gelten können, und die angegebenen Erfahrungen lehren, daß es wirklich nicht der Fall ist, wenn die subjectiven Verhältnisse des ps.-ph. Systems sich in gewisser Hinsicht ändern, indeß auf die Änderungen der objectiven, äußeren, sowie innerlich auf die Änderungen der Ermüdung und Aufmerksamkeit nichts dabei ankommt.

Der Werth E ist hienach von Wichtigkeit, sofern er, aus einer hinreichenden Zahl von Beobachtungen abgeleitet, uns je nach seiner Constanz oder Veränderung zwischen zwei Versuchsreihen Aufschluß giebt, ob der innere Zustand des psychophysischen Systems dabei vergleichbar geblieben ist oder nicht. An welchen Änderungen des ps.-ph. Systems aber die Änderungen von E hängen, ist bisher noch unbekannt.

Man merke wohl, daß die nach inneren Umständen stattfindende Veränderlichkeit von E keinen Einfluß auf die Bewährbarkeit des Weberschen Gesetzes hat, sei es, daß man es auf die Schwelle oder die Abweichungen α beziehe, nur daß die Bewährung während eines constanten Zustandes von E stattfinde.

Dritte Abtheilung.

Psychophysische Gesetze.

XII. Über die Gültigkeitsfrage des Weberschen Gesetzes.

Der Ausdruck des Weberschen Gesetzes ist kurz dadurch gegeben, daß die Unterschiedsempfindung für zwei Reize sich nicht ändert, wenn die Reize bei Änderung ihrer absoluten Größe dasselbe Verhältniß zu einander behalten, mithin wenn der relative Unterschied derselben sich gleich bleibt. Dies Gesetz kann je nach der sog. psychophysischen oder physiologischen Ansicht noch eine verschiedene Deutung mit Rücksicht auf die Frage erfahren, ob es aus dem Äußeren ins Innere, d. i. vom Reiz auf die psychophysische Thätigkeit, übertragbar sei, worauf aber nicht hier, sondern erst im XV. Abschn. einzugehen, um hier nur ein neues Augenmerk auf die Frage seiner empirischen Gültigkeit in der äußeren Psychophysik zu richten, sofern mir dieses durch die, von Müller seinerseits darüber geführte, Verhandlung noch nichts weniger als erspart erscheint.

Die Versuche zur Prüfung des Weberschen Gesetzes sind, so weit sie mir bei Abfassung meiner „Elemente" vorlagen, daselbst I. 134 ff. (1860) angeführt und „In Sachen" S. 148 ff. (1877) theils resumirt, theils durch die mir nach jener Abfassung bekannt gewordenen ergänzt worden. Müller hat in s. Schr. (1878) von p. 102 an unabhängig von mir ebenfalls eine Zusammenstellung und Kritik der betreffenden Versuche gegeben, welche sich mit der meinigen in Betreff des Thatsächlichen theils begegnet, theils ergänzt, indeß wir in Betreff der Auffassung und Kritik beide vielfach auseinandergehen.

In Betreff des Ergänzungsverhältnisses habe ich anzuerkennen, daß Müller (p. 114. 164. 173. 188. 208. 215) gar manche empirische Untersuchungen berücksichtigt hat, welche von mir übersehen worden sind; indeß nur ein paar von mir berücksichtigte Untersuchungen („In Sachen" p. 160 und 200) von Müller übersehen wurden.

Müller (p. 813) tadelt es, daß ich den Zeitsinn in die Frage nach der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes hineingezogen habe, da es sich bei diesem Sinne „nicht im Entferntesten um eine Vergleichung verschie-

dener Empfindungsintensitäten handele." Wogegen ich frage, was hindern kann, die Frage nach der Gültigkeit des betreffenden Gesetzes über die Vergleichung verschiedener Empfindungs*intensitäten* hinaus zu verallgemeinern. In je verschiedeneren Gebieten sich die Gültigkeit desselben bewährt oder eine Annäherung daran zeigt, um so mehr gewinnt nach inductivem Schlusse die Wahrscheinlichkeit einer fundamentalen Gültigkeit desselben überhaupt. Daß Zeitunterschiede etwas Andres als Intensitätsunterschiede sind, glaube ich so gut als irgend jemand zu wissen, wie ich auch weiß, daß *Tonhöhen*unterschiede nicht dasselbe als Unterschiede der *Stärke* von Tönen sind, doch aber aus obigem Grunde die Frage für wichtig halte, ob das Webersche Gesetz sich nicht eben so gut auf jene als diese erstreckt. Um mich zu tadeln, hätte Müller erst zeigen müssen, daß ich wirklich nach bloßer Analogie das Gesetz von einem Gebiete auf das andere übertrage; im Gegentheil habe ich für jedes besondere Versuche in Anspruch genommen. Nun finde ich durch die von Preyer so ziemlich nachgewiesene Ungültigkeit des Gesetzes im Gebiete der Tonhöhen zwar nichts weniger als gegen die Gültigkeit desselben für Helligkeits- und Schallstärkenunterschiede bewiesen, doch thut es mir leid, eine Stütze für die Allgemeingültigkeit des Gesetzes überhaupt damit verloren gehen zu sehen; wogegen ich anderseits in der Gültigkeit desselben für die Verhältnisse der »fortune physique et morale« („Elem." I. 236 ff.) fortgehends eine nicht unwichtige Stütze dafür erblicke. Auch mag, ohne Gewicht darauf zu legen, einer sehr eigenthümlichen Anwendung gedacht werden, die sich nach dem Schlusse dieses Abschnittes vom Weberschen Gesetze auf den Umstand machen läßt, daß die Zeit uns um so rascher zu laufen scheint, je älter wir werden. Aber wenden wir uns zuerst zur Hauptfrage, welche uns zu beschäftigen hat, die sich allerdings auf die Gültigkeit des Gesetzes im Gebiete der Reizintensitäten zu beziehen hat, um erst zuletzt auf die Frage in Betreff andrer Gebiete zurückzukommen.

1) Die Frage im Gebiete der Reizintensitäten.

Das Verhältniß zwischen Müllers und meiner Betrachtungsweise der hierauf bezüglichen Versuche ist im Allgemeinen dieses:

Beide haben wir anzuerkennen, daß das Gesetz in der äußeren Psychophysik, d. i. nach Versuchen mit äußeren Reizen, sich nur von beschränkter Gültigkeit zeigt, aber doch in einer Mehrheit von Fällen *sehr* annähernd zutrifft, wonach sich fragt, ob mehr Gewicht auf die Abweichungen oder auf das Zutreffen, so weit es stattfindet, zu legen

ist. Ersteres geschieht seiten Müllers, letzteres meinerseits. Indeß ich selbst es als ein fundamentales Gesetz von großer Allgemeinheit ansehe, welches nur durch Nebenbedingungen, denen man sich bei den Versuchen nicht entziehen kann, mehr oder weniger gestört wird, ist Müller geneigt, die dadurch hervorgebrachten Abweichungen gegen eine fundamentale Bedeutung des Gesetzes selbst zu kehren, indem er die von mir geltend gemachten Gründe der Abweichungen sei es nicht gelten läßt, oder nicht für zulänglich hält, ja die Abweichungen vom Gesetze zum Gesetze selbst schlägt, und hienach gar keine eigentlichen Abweichungen darin sehen will (p. 225).

Nun glaube ich allerdings, daß, so weit man auch eine Specialdiscussion der hieher gehörigen Versuche treiben mag, eine absolut sichere experimentale Entscheidung zwischen beiden Auffassungen nicht dadurch wird zu gewinnen sein, sondern jedem noch die Möglichkeit bleiben wird, sich nach seinen allgemeinen Ansichten vielmehr auf die eine oder andere Seite zu schlagen, wobei insbesondere der Unterschied der physiologischen und psychophysischen Ansicht vom Verhältnisse zwischen physischen und psychischen Veränderungen in Betracht kommt. Aber allerdings kann die Specialdiscussion wesentlich beitragen, die eine oder andere Auffassung des Gesetzes als eines nur durch Nebenursachen vielfach gestörten fundamentalen oder als eines mit seinen Abweichungen solidarischen, von mir nur seiner Gültigkeit, Wichtigkeit und Bedeutung nach untriftig heraufgeschraubten, zu erleichtern oder zu erschweren; und hierauf werden sich die folgenden Betrachtungen richten.

In dieser Hinsicht nun besteht von vorn herein ein gewisser Gegensatz zwischen Licht- und Schallversuchen. Die Lichtversuche bieten allgemeingesprochen schwer zu beseitigende und schwer zu schätzende Fehlerquellen dar, und wenn sie trotzdem das Gesetz überall innerhalb gewisser Grenzen in gewisser Annäherung erkennen lassen, ist es doch je nach Methode und Beobachter zwischen sehr verschiedenen Grenzen und in sehr verschiedener Annäherung; wogegen die Schallversuche an sich selbst freier von nachweislichen oder zu vermuthenden Fehlerquellen sind und nach zwei sehr verschiedenen Methoden und Ausführung derselben durch zwei verschiedene von einander unabhängige Beobachter (Volkmann und Nörr) zu einer gleichen weit reichenden Bestätigung des Weberschen Gesetzes geführt haben. Man kann es also wahrscheinlich finden, daß, wenn die Lichtversuche sich unter ähnlichen günstigen Umständen befänden, als die Schallversuche, auch das Gesetz sich allgemeiner und in weiteren Grenzen, als es sich schon bestätigt hat, bestätigen würde. Un-

versteckt genug, und mit erwünschtester Annäherung tritt es doch schon bei den Lichtversuchen Delboeufs („In Sachen" p. 178 ff.), Dobrowolskys („In Sachen" p. 159), meinen eigenen Versuchen („Elem." I. 140 ff.), und in den Sterngrößenschätzungen hervor; und selbst in Auberts und Helmholtz' Versuchen, welche man am meisten geneigt ist, dagegen geltend zu machen, fehlt die starke Approximation daran in den Grenzen des gewöhnlichen Sehens nicht, und wird von Helmholtz selbst anerkannt. (Vergl. „In Sachen" p. 150 ff.) Nun sind die Versuchsweisen von jenen Beobachtern andere als von diesen; und wenn jene im Ganzen ein günstigeres Resultat gegeben haben, als diese, so kann man nach dem Princip, daß ein Gesetz durch Fehlerquellen irgendwelcher Art leichter gestört und versteckt werden als eine scheinbare Bewährung dadurch gewinnen kann, von vorn herein vermuthen, daß Fehlerquellen bei jenen Beobachtungsweisen einen geringeren Einfluß gewonnen haben als bei diesen. Freilich muß man sich in Betreff der Delboeufschen und meiner Lichtversuche nicht bloß an Müllers Referat darüber halten, sondern auch berücksichtigen, was ich gegen dies Referat zu sagen finden werde.

Nun nehme man die schöne Bestätigung dazu, welche das Webersche Gesetz durch Volkmanns und meine Augenmaßversuche erhalten hat, die deßhalb hieher gezogen werden können, weil sie unstreitig vielmehr auf intensive Muskelempfindungen als eigentlich extensive Empfindungen Bezug haben. Selbst die Chodinschen Augenmaßversuche lassen trotz ihrer unzweckmäßigen Anstellungsweise das Gesetz im Ganzen vor den Abweichungen vorwiegen; und hiezu kommen noch die Wundtschen Versuche über Convergenzänderungen der Augenaxen dem Gesetz zu statten. Freilich auch in Betreff der Volkmannschen Versuche muß man sich wieder nicht auf Müllers Referat allein verlassen. (Vergl. den späteren Abschnitt über die Augenmaßversuche).

Weiter bestätigt sich unter der wohlmotivirten Zuziehung einer Constante durch meine wie Herings Gewichtsversuche das Webersche Gesetz aufs beste, und stimmen die best in sich stimmenden Versuche Kepplers über den Geschmackssinn am besten zum Weberschen Gesetze („In Sachen" p. 161 ff.).

Und was hat Müller diesem Überblicke entgegenzusetzen? Mit gewohntem Scharfsinn mäkelt er so viel nur immer möglich an allen einzelnen Untersuchungen und kann doch damit das Gewicht der Zeugnisse für das Gesetz im Ganzen nicht brechen.

Dem vorigen Überblicke aber kommt folgende eingehendere Betrachtung zu Hülfe.

So viel empirische Abweichungen vom Gesetze auch für die unmittelbare Beobachtung bestehen, können doch als wahre, gegen die fundamentale Bedeutung des Gesetzes zu kehrende, Abweichungen solche nicht gelten, wo die Nebenumstände, von denen sie abhängen, nachweisbar oder mit großer Wahrscheinlichkeit zu vermuthen sind, oder sich durch die Rechnung selbst nur als complicirend herausstellen; und wie viel bleibt überhaupt von Abweichungen übrig, was sich nicht diesen Kategorien unterordnete; wo es aber nicht mit Bestimmtheit der Fall ist oder nicht zureicht, bleibt die Möglichkeit unerkannter Nebenumstände nach der Sachlage immer noch bestehen.

Als allgemeinste Ursache von Abweichungen in voriger Beziehung sind constante Fehler zu nennen. In manchen Fällen lassen sich solche durch Entgegensetzung der Versuchsumstände, als der Zeit- und Raumlage, eliminiren, wie bei den Gewichtsversuchen; und in so weit es der Fall ist, wird niemand eine Abweichung vom Weberschen Gesetze dadurch begründet halten, die doch ohne die Elimination bei jeder Zeit- und Raumlage für sich in hohem Grade stattfinden würde. Aber in anderen Fällen lassen sie sich nicht auf solchem Wege eliminiren, weil keine Entgegensetzung der Versuchsumstände in Betreff derselben möglich ist; aber die Elimination kann dann doch so geschehen, daß die durch die Versuche gewonnenen Maßwerthe sich rechnungsweise in einen constanten und einen, dem Weberschen Gesetze gehorchenden, Theil zerlegen lassen, und wo dies der Fall ist, kann auch eine wahre Abweichung vom Weberschen Gesetze nicht angenommen werden. Dies trifft die untere Abweichung bei den Gewichtsversuchen, so wie die, nur bei mikrometrischen Versuchen merkliche kleine untere Abweichungen bei den Augenmaßversuchen. Bei ersteren Versuchen kann die constante Ursache, die sich nicht sich selbst entgegensetzen läßt, mindestens zum Theil in dem Armgewicht gefunden werden, welches sich allen gehobenen Gewichten zufügt, bei den Augenmaßversuchen ist sie ihrer Natur nach problematisch; aber das hindert nicht, die davon abhängige Abweichung nur als eine Complication des Weberschen Gesetzes ansehen zu lassen, sofern sich dies Gesetz durch die Rechnung selbst rein aus der Complication herausstellt. Nun fehlt es aber auch, namentlich im Gebiete der Lichtempfindung, nicht an Versuchen, welche nicht einmal die vermeidlichen Ursachen constanter Fehler vermieden haben und dennoch gegen das Webersche Gesetz geltend gemacht werden.

Zu den vorigen Gründen empirischer Abweichungen vom Weberschen Gesetz treten noch zwei, schon „In Sachen" p. 51 besprochene,

hinzu, wovon sich jedenfalls Anzeichen bei den Lichtversuchen finden: Ladung des psychophysisch thätigen Organs mit psychophysischer Thätigkeit schon ohne äußere Reizeinwirkung als Grund einer unteren Abweichung und Erschöpfung der disponiblen ps.-ph. Thätigkeit oder physisches Leiden des empfindenden Organs durch sehr starke Reizeinwirkung als Grund einer oberen Abweichung. Auch was auf diese Ursachen zu schreiben ist, wird nicht als wahre Abweichung vom Weberschen Gesetze geltend zu machen sein.

Wenn nun Müller (p. 229) alle möglichen Abweichungen vom Weberschen Gesetze, gleichviel wovon sie abhängen, in Bausch und Bogen in seine, später (Abschn. XV.) zu besprechenden sog. corrigirten Maßformeln dadurch aufnimmt, daß er diesen eine demgemäße Unbestimmtheit giebt, ohne den nebensächlichen Charakter dieser Abweichungen zu berücksichtigen, mit dem Anspruche, in jenen Formeln die eigentlich fundamentalen aufgestellt zu haben, auf die man in theoretischer Behandlung der Psychophysik zurückzugehen habe, so gestehe ich, abgesehen von Allem, was sich im Besonderen gegen diese Formeln einwenden lassen wird, nicht zu verstehen, was damit für eine wirkliche Einsicht in die ps.-ph. Grundverhältnisse und für eine rationelle Behandlung der Psychophysik überhaupt gewonnen sein soll.

Es hängt so zu sagen viel äußerer Schutt an dem Gesetze, wovon es gilt, das Gesetz zu reinigen, den aber Müllers corrigirte Formeln in das Gesetz selbst aufnehmen; und damit und daraus soll man bauen. Hat aber schon die äußere Psychophysik keine Frucht davon, wie soll sich vollends danach eine innere auf die äußere Psychophysik stützen, wozu es daher auch bei Müller gar nicht kommt.

Das Vorige war nur ein allgemeines Aperçu. Im Einzelnen will ich nicht auf Alles zurückkommen, was schon in den „Elem.“ Th. I. im IX. Abschn. und weiter „In Sachen“ (Abschn. V. VI. VII. XVI. XVII. XVIII.) über die Gültigkeitsfrage und die Bewährungsversuche des Gesetzes gesagt ist. Von den Schallversuchen und Augenmaßversuchen in dieser Hinsicht wird noch folgends in besonderen Abschnitten die Rede sein. Hier will ich nur erstens die, schon „In Sachen“ p. 148 ff. geführten Verhandlungen über die Lichtversuche nochmals aufnehmen, um sie mit einigen Bemerkungen, die mir beachtenswerth scheinen, etwas weiter zu führen, und die einschlagenden Verhältnisse etwas eingehender zu discutiren, zweitens auf verschiedene Bemerkungen über meine und Herings Gewichtsversuche den Bemerkungen Müllers gegenüber eingehen.

a) Licht.

Vor Allem habe ich hier auf die zwar schon früher behandelte aber noch nicht erledigte Frage zurückzukommen, welche Rolle das natürliche Augenlicht oder die sog. Helligkeit des Augenschwarz beim Zustandekommen der unteren Abweichung vom Weberschen Gesetze im Gebiete der Lichtempfindung spielt. Daß eine solche Abweichung hier stattfinde, ist zweifellos und von mir selbst zuerst ausdrücklich bemerkt. Wenn man aber doch nicht umhin kann, anzuerkennen[1], daß die Empfindung eines reinen Schwarz im geschlossenen Auge, wie des Schwarz, was wir bei objectiver Betrachtung einer schwarzen Sammet- oder Rußfläche wahrnehmen, nur die, vom Nichtssehen mit Ohr und Finger wohl zu unterscheidende, unterste Stufe der Helligkeitsempfindung ist, die uns nach der Einrichtung unseres Sehorgans überhaupt zugänglich ist, und die sich durch Übergänge bis zur höchsten Helligkeit steigern kann, so ist auch zweifellos, daß das Dasein dieser subjectiven Helligkeit, wenn nicht alleiniger oder Hauptgrund, jedenfalls Mitgrund der unteren Abweichung ist; und es kann sich eben bloß fragen, ob es auch zur Erklärung der unteren Abweichung ausreicht. Ich gebe schlechthin zu, daß dies nach den bisher vorliegenden Untersuchungen nicht zu versichern ist, behaupte aber, daß eben so wenig das Gegentheil zu versichern ist, wie es von Aubert, Müller u. A. geschieht; und nach Recapitulation dessen, was nöthig ist, auf den Standpunct der Frage zu stellen, gehe ich folgends näher darauf ein.

Werde die schwache ps.-ph. Erregung des Gesichtsorganes, von welcher die subjective Helligkeit des Augenschwarz ohne äußeren Lichtreiz abhängt, kurz mit c bezeichnet, so können wir dies c einem solchen Werthe des äußeren Lichtreizes äquivalent denken, der im Stande wäre, durch Hervorrufung einer gleichen ps.-ph. Erregung eine gleiche Helligkeit hervorzurufen. Heiße nun die Intensität des äußeren Lichts allgemein i, und bei verschiedener Stärke respectiv i' und $i_{,}$, so ist jedes i, was auf eine Stelle der Netzhaut fällt, durch c vergrößert anzusehen, und zur Gültigkeit des Weberschen Gesetzes nach gründlicher Fassung nicht zu fordern, daß der empfundene Unterschied zweier äußeren Helligkeiten bei Änderung ihrer absoluten Stärke gleich bleibe, wenn ihr Verhältniß $\frac{i'}{i_{,}}$ gleich bleibt, sondern das ganze Verhältniß

[1] Delboeuf sträubt sich freilich hiegegen, ohne daß ich meine Auffassung in dieser Hinsicht („Elem." I. p. 165 ff. und „In Sachen" p. 23) bloß dadurch, daß sie zu seiner Theorie nicht paßt, widerlegt oder entkräftet fände; durch was aber sonst?

$$\frac{i' + c}{i_{,} + c}$$

müßte dazu gleich bleiben. So lange nun $i' i_{,}$ stark genug sind, daß c merklich dagegen verschwindet, ist dies auch merklich der Fall, und kann sich das Webersche Gesetz approximativ bestätigen, nicht mehr aber bei schwachen äußeren Intensitäten, wo c nicht mehr gegen i' und $i_{,}$ vernachlässigt werden kann. Hier erleidet die Gültigkeit des Gesetzes nothwendig einen Abbruch, und hienach kann das Gesetz sich nicht bis zur untersten Grenze erstrecken. Ja, wie c merklich gegen i' und $i_{,}$ verschwinden kann, kann umgekehrt i' und $i_{,}$ merklich gegen c verschwinden, wo dann von obigem Ausdruck nur $\frac{c}{c}$ übrig bleibt, hiemit der Unterschied für das Auge ganz verschwindet, was übrigens schon bei Annäherung an jene Grenze von dem Puncte an der Fall sein muß, wo das Verhältniß

$$\frac{i' + c}{i_{,} + c}$$

unter die Verhältnißschwelle fällt. Man kann diesen Fall experimental herstellen, und es ist instructiv es zu thun, indem man mehr und mehr verdunkelnde Gläser vor die Augen nimmt, welche nach Bouguers Princip die Intensitäten abschwächen ohne ihr Verhältniß zu ändern. Die geringe Helligkeit des Augenschwarz hat hiebei für Unterschiede zwischen noch viel schwächeren Helligkeiten, die sich von außen darauf projiciren, dieselbe auslöschende Wirkung, als die von der Sonne abhängige starke Tagesbeleuchtung des Himmels für die starken Unterschiede der hellen Sterne von dem Himmelsgrunde, auf den sie sich projicirt. Durch Herabgehen zu immer stärker verdunkelnden Gläsern aber können objective Helligkeiten bis zu jedem beliebigen Grade der Schwäche herabgedrückt werden, bis bei ganz undurchsichtigen Gläsern gar nichts mehr durchgeht.

Nun ist gewiß, daß das durch c repräsentirte Augenlicht je nach Individuen und individuellen Zuständen veränderlich ist. Hiefür sprechen nicht nur besonders darauf gerichtete Versuche von Delboeuf, die, ohne von ihm selbst auf das natürliche Augenlicht, das c in unserer Bedeutung, bezogen zu sein, doch, wenn man einmal das Vorhandensein natürlichen Augenlichts anerkennt, auf nichts Anderes beziehbar sind; sondern auch Thatsachen, wie folgt. In Nachbildern von hellen Flecken auf weißem Grunde erscheint bei geschlossenem Auge das Nachbild des weißen Fleckes tief schwarz, umgeben von einem oft sehr lichten Randschein. Diese Verschiedenheit zwischen dunkel und hell im geschlossenen Auge kann nur auf Verschiedenheiten der inneren Augenhelligkeit beruhen, und jeder Con-

traft mag auch bei offenen Augen eine solche Verschiedenheit mitführen. In krankhaften Zuständen kann oft das ganze Auge von subjectivem Lichte erhellt seien. Vergl. überhaupt das, was in „Elem." I. 163 und „In Sachen" 112. 186 darüber gesagt ist. Nur scheint nach einer natürlichen Einrichtung die Intensität des inneren Augenlichtes nicht unter einen gewissen Grenzwerth herabgehen, hiemit die Empfindung des Augenschwarz nicht unter eine gewisse Tiefe sinken zu können. Wonach man das natürliche Augenlicht aus einem constanten Grenzwerth und einem nach Umständen bis zu unbestimmter Höhe variablen Theile zusammengesetzt denken kann.

Nun pflegen hauptsächlich die Aubertschen Versuche gegen die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes bei niedern Lichtgraden geltend gemacht zu werden, und so geschieht es auch von Müller. Aubert hat dabei auf die vom c abhängige nothwendige Abweichung keine Rücksicht genommen; doch ist dies zunächst nur ein Fehler seiner Betrachtung und ich habe selbst schon in meiner Abhandlung gegen Aubert in den Schr. d. sächs. Soc. wie „In Sachen" anerkannt, daß auch wenn man diese Rücksicht nimmt, die untere Abweichung nicht wohl dadurch genügend gedeckt werden kann, indem c dazu viel zu groß und mit der äußeren Beleuchtungsstärke selbst gar zu variabel angenommen werden müßte, um diese Annahme statthaft zu finden. Dasselbe hat Müller (p. 182) durch eine besondere Rechnung gezeigt. Eine andere Frage aber ist, ob es nicht ein Fehler von Auberts Versuchen ist, und ich habe in dieser Hinsicht schon „In Sachen" p. 152—154 Gründe des Mißtrauens gegen seine Schattenversuche geltend gemacht, nämlich auf 4 constante Fehler hingewiesen, gegen die ich nach der Weise, wie Auberts Schattenversuche von ihm selbst beschrieben sind, keine Vorsorge getroffen finde; wonach noch ganz ungewiß bleibt, wiefern sie dabei in Betracht kamen; daß solche überhaupt nicht bei diesen Versuchen in Betracht kommen sollten, ist nach den Erfahrungen über die Quellen constanter Fehler in anderen Sinnesgebieten, und nach Erfahrungen von Delboeuf („In Sachen" p. 153) im Lichtgebiete selbst, höchst unwahrscheinlich.

Nun sind allerdings nicht dieselben Bedenken wie gegen die Schattenversuche gegen die, zu höheren Intensitäten aufsteigenden Drehscheibenversuche Auberts und Helmholtz' [1]) zu erheben, bei denen man überhaupt

---

1) Die Helmholtzschen Versuche erscheinen etwas weniger maßgebend als die Aubertschen, nicht nur weil sie weniger ausgedehnt sind, sondern auch weil sie bei verschiedener Beleuchtung nicht auf denselben Grad der Ebenmerklichkeit gebracht sind. Die Ergebnisse lauten wörtlich: „Ich konnte an hellen Sommertagen am Fen-

keinen merkbaren Einfluß des c mehr voraussetzen kann, indeß sich doch die untere Abweichung bis in diese Versuche hinein erstreckt. Auch leugne ich nicht das Gewicht, was man diesen Versuchen beizulegen hat; aber abgesehen davon, daß denselben durch weiterhin geltend zu machende Versuche, die nach andern Verfahrungsweisen zu einem anderen Resultat führen, ein Gegengewicht gehalten wird, erinnere ich an eine, bei Auberts wie Helmholtz' Versuchen und freilich überhaupt bei fast allen Versuchen in diesem Gebiete unbeachtet gelassene Regel, der man doch durch vielseitige Erfahrungen veranlaßt ist, Rechnung zu tragen. Bei psychophysischen Maßversuchen über Unterschiedsempfindlichkeit vermeidet man überhaupt constante Fehler sicher nur, wenn man beide Componenten des zu beobachtenden Unterschiedes unter gleichen äußeren Verhältnissen der Beobachtung darbietet, oder nicht zu vermeidende Verschiedenheiten durch Umkehrung compensirt und nach bekannter Weise eliminirt. Dieser Regel spottet man aber so zu sagen, wenn man die eine Lichtcomponente als kleinen Kreis, als schmalen Streifen oder Ring in einem sie unmittelbar umgebenden ausgedehnten Grunde als der andern Componente beobachtet. Und fehlt es etwa an jeder Andeutung, daß hierauf etwas zu geben? Im Gegentheil lehrt der Vergleich früherer mit späteren Versuchen Volkmanns, worauf ich unten komme, daß jedenfalls bei den Schattenversuchen die Resultate sich mit Ausdehnung der Schatten im Verhältniß zum Grunde ändern, und daß größere Schatten ein besser zum Weberschen Gesetze stimmendes Resultat geben, als kleine Kreisschatten. Ist es aber so bei den Schattenversuchen, so kann etwas Entsprechendes auch bei den Drehscheibenversuchen der Fall sein, und könnte sich wohl finden, daß die Resultate mit veränderter Breite der bei der Drehung erscheinenden Ringe gegen den Grund sich ändern und breitere Ringe ein günstigeres Resultat geben als schmälere.

Wie weit überhaupt die bisherigen Versuche durch die hier der Be-

---

ster bei Bewegung des Blickes noch einen Rand scharf sehen, wo der Unterschied der Helligkeit $\frac{1}{133}$ war, und verwaschen erschien mir noch ein Rand von $\frac{1}{150}$, auf Augenblicke sogar einer von $\frac{1}{167}$ Unterschied. Etwas mühsamer und anstrengender erschienen die Wahrnehmungen bis zu $\frac{1}{150}$ bei directer Sonnenbeleuchtung der Scheibe. In der Mitte des Zimmers konnte ich zu derselben Zeit nur Ränder von $\frac{1}{117}$ Unterschied wahrnehmen, den von $\frac{1}{133}$ nur selten und unbestimmt." (Physiol. Opt. p. 315).

achtung empfohlene Fehlerursache betheiligt sind, ist noch gar nicht zu sagen; und es wäre jedenfalls äußerst erwünscht, wenn man, statt die Versuche in unserem Felde ferner nach alten Methoden mit ungleicher Ausdehnung der Componenten zu häufen, ohne noch irgendwie im Klaren zu sein, wie viel auf die hier angeregte Rücksicht zu geben, selbst erst eigens darauf gerichtete Versuche anstellte. Jedenfalls aber wird man, bevor dies geschehen ist, den Aubertschen und Helmholtzschen Drehscheibenversuchen kein entscheidendes Gewicht mehr gegenüber den anders angestellten Delboeufschen wie meinen eigenen Versuchen beilegen können, welche in Widerspruch mit jenen noch sehr wohl gestatten, die untere Abweichung bloß vom Dasein des c abhängig zu machen.

Nach der Weise freilich, wie Müller (q. 187) Delboeufs Versuche bespricht, würde man anstatt eines Widerspruches gegen die Aubertschen und Helmholtzschen Resultate nur eine Bestätigung derselben darin zu sehen haben. In der That aber unterscheiden sich beiderlei Versuche darin, daß die Aubertschen und Helmholtzschen Versuche gegen die Zulänglichkeit des c zur Erklärung der untern Abweichung, die Delboeufschen für dieselbe sprechen, wie weiterhin zu zeigen. Aber besprechen wir zuerst die Volkmannschen Versuche.

Von vorn herein ließen sich den Schattenversuchen Auberts gegenüber, welche eine sehr starke untere Abweichung bei den Lichtversuchen finden lassen, die früheren Schattenversuche Volkmanns, deren in den „Elem." I. 149 gedacht ist, geltend machen, sofern darin eine untere Abweichung überhaupt nur schwach hervortritt. Aber wenn schon nach Obigem die Schattenversuche Auberts keineswegs dem Verdacht constanter Fehler überhaupt enthoben sind, ist doch zuzugestehen, daß sie im Ganzen vollkommener waren, als die Volkmannschen, indem zu den möglichen Fehlerquellen der Aubertschen Versuche bei den Volkmannschen noch andere hinzutraten (wie namentlich die nicht ausgeschlossene Reflexion des Lichtes von den Wänden), worauf Müller (p. 113) sachgemäß eingeht. Außerdem macht Müller (p. 114) geltend, daß die, von ihm p. 114 f. resumirten, neueren Versuche Volkmanns mit sehr kleinen Schatten auf hellem Grunde in dessen „Physiolog. Unt." I. 57 mit Volkmanns früheren, in m. „Elem." mitgetheilten, Versuchen gar nicht stimmen, und ebenso entschieden gegen die Gültigkeit des Gesetzes, als die früheren für dieselbe sprechen, sofern sich dabei eine sehr bedeutende Abhängigkeit des relativen e. m. U. von der absoluten Helligkeit zeigte, wie sie die früheren Versuche mit den größerern Schatten nicht zeigten. In der That aber ist dies in einem Grade der Fall, daß so zu sagen zu viel gegen

das Gesetz dadurch bewiesen wird; denn nach diesen Versuchen könnte auch nicht einmal mehr von einer approximativen Geltung des Gesetzes die Rede sein, und der Erfolg der Delboeufschen Versuche, meiner Versuche mit verdunkelnden Gläsern und der Sterngrößenschätzungen erschiene danach unbegreiflich. Es gilt also eine Aufklärung des scheinbaren Widerspruches der spätern Versuche Volkmanns nicht nur mit seinen früheren sondern auch solchen, die von Andern nach andern Methoden angestellt sind, zu suchen.

Nun verlegt Müller den Fehler auf die früheren Versuche Volkmanns und versucht (p. 117) die bloße Scheinbarkeit einer Bewährung des Weberschen Gesetzes durch dieselben mittelst Geltendmachung eines Umstandes herauszubringen, welcher die späteren Versuche nicht ebenso treffe. Da jedoch dieser Versuch schon in Bezug auf die Lösung des Widerspruches zwischen den eignen früheren und späteren Versuchen Volkmanns sehr problematisch scheint, den Widerspruch der letzteren mit anderweiten anders angestellten Versuchen aber gar nicht löst, verweise ich hinsichtlich der Kenntnißnahme davon auf folgende Einschaltung, und versuche die Lösung des Widerspruches aus einem andern schon oben vorläufig zur Sprache gebrachten Gesichtspuncte.

Müller sagt: „Wir haben schon hervorgehoben, daß bei den früheren Versuchen Volkmanns wegen der theilweise nur sehr geringen Entfernung der beiden Lichter von der weißen Tafel wahrscheinlich der Schatten des Stabes merklich diffuse Begrenzungen gehabt habe und vielleicht aus diesem Grunde eine mit der Steigerung der absoluten Lichtintensität verknüpfte Zunahme der relativen Unterschiedsempfindlichkeit nicht bemerklich geworden sei, weil eben der Einfluß der absoluten Helligkeit auf die U. E. durch den mit der Annäherung der beiden Lichtquellen an die Tafel wachsenden ungünstigen Einfluß des Halbschattens verdeckt worden sei. Diese Vermuthung scheint darin eine gewisse Bestätigung zu finden, daß bei den neuen Versuchen Volkmanns ein ähnlicher Einfluß des Halbschattens nur in äußerst geringem Maß stattgefunden haben kann.“ Hierüber geht Müller in weitere Ausführungen ein.

Nun ist es aber von vorn herein höchst unwahrscheinlich, daß bei der Durchführung der Versuchsreihe durch sehr verschiedene Lichterdistanzen von der Tafel die Verhältnisse des Halbschattens immer gerade zur scheinbaren Bestätigung des Weberschen Gesetzes geführt haben sollten; und nichts als die unbestimmte Vermuthung Müllers ohne alle directe Versuche über die Wirkung des Halbschattens in dieser Hinsicht liegt dafür vor. Aber sei es, daß der Widerspruch der späteren mit den früheren Versuchen Volkmanns sich dadurch heben ließe, so doch bemerktermaßen nicht mit den Versuchen anderer Beobachter nach anderen Methoden, bei denen von Halbschatten nicht die Rede ist.

Zuvörderst ist im Allgemeinen zu erinnern, daß, sofern die späteren Versuche Volkmanns abgesehen von der verschiedenen Größe des Schattens und den andern Verhältnissen des Halbschattens unter denselben

Umständen angestellt sind, als die frühern, sie auch wesentlich von denselben Fehlerquellen leiden mußten und in sofern nicht mehr Zutrauen in Anspruch nehmen können als jene. Und um so weniger kann man die früheren gegen die späteren ohne Weiteres verwerfen, als die „In Sachen" p. 156 angeführten, von Müller nur p. 117 kurz in einer Anmerkung berücksichtigten Schattenversuche Camerers mit den zwei Beobachtern O, P eine ganz ähnliche gute Zusammenstimmung mit dem Weberschen Gesetze ergeben, als die früheren Versuche Volkmanns [1]), wobei allerdings in Ermangelung näherer Angaben dahingestellt bleiben muß, ob nicht den Versuchen Camerers ähnliche Fehlerquellen anhingen als den Versuchen Volkmanns. Im Mittel der beiden Beobachter O, P (dies Mittel beiläufig aus den Nennern der Brüche gezogen) entsprechen sich nämlich:

Beleuchtungsstärken:	1225	441	225
E. m. relat. U.:	$\frac{1}{104,5}$	$\frac{1}{103,5}$	$\frac{1}{104,5}$

Das heißt: während die Beleuchtung vom 1fachen bis ungefähr zum 5,5fachen stieg, änderte sich der relative e. m. U, nicht merklich. Und im Allgemeinen muß ich dabei stehen bleiben, daß, welche Fehlerquellen man immer bei Volkmann und Camerer finden oder voraussetzen mag, ein Gesetz leichter durch solche versteckt, als dessen Schein dadurch erzeugt werden kann, und daß Fehlerquellen, die nicht mit den Beobachtungsgrößen wachsen — was unsern Falls wenigstens nicht nachzuweisen noch a priori vorauszusetzen — verhältnißmäßig störender für kleine als große Beobachtungsgrößen sind. Beides aber stimmt dahin zusammen, bis auf Weiteres der Bewährung des Gesetzes durch die Versuche mit den größeren Schatten mehr Zutrauen zu schenken, als den fehlschlagenden Versuchen mit den kleinen Schatten; und folgende Erörterungen dürften dieser Ansicht zu Hülfe kommen.

Volkmann selbst glaubt den Unterschied des Erfolges seiner früheren und seiner späteren Versuche in Betracht ihrer sonst gleichen Anstellungsweise auf nichts Anderes als den Unterschied in der angewendeten Schattengröße schieben zu können, ohne sich jedoch auf Erörterungen einzulassen, wie von dem einen Unterschiede der andere abhängen könne. Die eigene Bemerkung Volkmanns in jener Hinsicht aber verdient in sofern Beachtung, als sich über die absolute Schattengröße in Volkmanns

---

1) Die nicht so dazu stimmenden Beobachtungen des dritten Beobachters C, d. i. Camerers selbst, können unstreitig wegen der Farbenblindheit seiner Augen weniger zählen.

früheren Versuchen („Elem.“ I. 149) keine Angaben finden. Nun ist aber schon sonst bekannt, daß einen, bis jetzt nur noch nicht hinreichend aufgeklärten, Einfluß auf den Erfolg von Versuchen über eben merkliche Unterschiede die Größe des hellen oder dunklen Feldes hat, dessen Unterschied von einem umgebenden Grunde man beobachtet, indem mit Abnahme der Größe des betreffenden Feldes die Unterscheidbarkeit vom Grunde abnimmt, worüber Beobachtungen von Förster („Über Hemeralopie.“ Breslau 1857), von Aubert (Physiol. d. N. p. 83) und von Volkmann (Physiol. Unt. I. 57 ff.) vorliegen; wodurch man sich vielleicht veranlaßt finden kann, anzunehmen, daß mit der Zahl der, ihrer Helligkeit nach zu unterscheidenden, Puncte die Leichtigkeit der Unterscheidung wächst, was an sich nichts Unwahrscheinliches hat, hier aber dahingestellt bleiben kann. Zugleich aber lehren Volkmanns Versuche (p. 61 seiner Abh.), daß dieser Einfluß der Größe mit wachsender Größe des Feldes rasch abnimmt, also über eine gewisse Grenze hinaus nicht mehr merklich sein dürfte. Und so liegt die Vermuthung nahe, daß, so wie die Kleinheit des Schattens Einfluß auf die Größe des eben merklichen Unterschiedes hat, sie zugleich Einfluß auf die Bewährbarkeit des Weberschen Gesetzes hat, in der Art, daß der Schatten erst eine gewisse Größe übersteigen muß, soll diese Bewährung überhaupt gelingen, weil unter einer gewissen Größe sich störende Einflüsse bemerklich machen, die über derselben merklich verschwinden. Ist es doch auch so mit den Gesetzen der Irradiation, und fraglich sogar, obwohl bis auf Weiteres nicht als gewiß zu behaupten, ob nicht die eine Störung der Gesetzlichkeit mit der anderen irgendwie zusammenhängt, da die Irradiation an der Grenze der zu unterscheidenden Lichtintensitäten auftritt. In der That das Gesetz, daß bei aneinandergrenzendem Weiß und Schwarz das Weiß durch Irradiation in das Schwarz übergreift, hiedurch die Ausdehnung von jenem wächst, von diesem abnimmt, hält nicht mehr Stich, wenn das Schwarz in kleiner Ausdehnung gegen das benachbarte Weiß auftritt; denn wie ein weißer Punct oder eine weiße Linie auf schwarzem Grunde in das Schwarz hinein irradiirt und dadurch vergrößert oder verbreitert erscheint, so umgekehrt ein schwarzer Punct, eine schwarze Linie auf weißem Grunde, nur daß die erste Irradiation stärker als die zweite ist. Auch hat die Beleuchtungsstärke einer Einfluß auf die Irradiationsverhältnisse [1]).

1) Vergleiche Volkmanns sehr interessante Beobachtungen über die Irradiation in demselben Hefte seiner „Physiolog. Unt.“, in welchem die oberwähnten Versuche über das Webersche Gesetz enthalten sind.

Dem Vorigen könnte man entgegenhalten, daß bei den Sterngrößenschätzungen sogar beide Componenten unmerklich klein gegen den Grund sind, und doch eine schöne Bestätigung des Weberschen Gesetzes dabei erzielt worden ist. Aber die Schätzung geschieht hier nicht durch Vergleichung der Sternhelligkeit mit der Helligkeit des Grundes, wie bei den Schattenversuchen mit den Schatten der Fall ist, sondern durch Vergleichung der Sternhelligkeiten unter einander auf einem gemeinsamen Grunde. Hier sind also die beiden Componenten überhaupt nicht ungleich; auch tritt die günstige und wahrscheinlich wesentliche Bedingung hinzu, daß sie distant genug sind um nicht durch Irradiation in einander überzugreifen. Ist nämlich überhaupt auf Irradiation etwas hiebei zu geben, so läßt sich der Vortheil der Größe des Feldes in einem ausgedehnten Grunde sehr wohl so deuten: der irradiirte Rand des vom Grunde umgebenen Feldes ist überall nur schmal, nimmt aber von einem kleinen Felde verhältnißmäßig mehr ein, als von einem großen, stört also auch verhältnißmäßig mehr; zählt hingegen bei Vergrößerung des Feldes über eine gewisse Grenze hinaus in Verhältniß zu dessen ganzer Fläche nicht mehr merklich mit, da wir doch die Helligkeit der beiden Componenten nicht bloß nach einem Blick auf ihre gemeinsame Grenze, sondern einem Blick auf sie im Ganzen vergleichen. Doch gebe ich das Hypothetische dieser Auffassung zu.

Unter denselben Gesichtspunct als die Irradiationssäume in eben betrachteter Hinsicht lassen sich aber auch bei den Schattenversuchen die Halbschatten an der Grenze von Feld und Grund fassen, und würden sich bei diesen wie bei den Drehscheibenversuchen die oft sehr augenfälligen, vom Contrast abhängigen, Randscheine fassen lassen, wovon „In Sachen" p. 108 die Rede war, wenn letztere nicht proportional den äußeren Helligkeiten sich ändern sollten, was jedoch nach Machs Formeln („In Sachen" p. 108 f.) so lange der Fall ist, als die Helligkeit des Augenschwarz vernachlässigt werden kann.

Volkmann (p. 63) erwähnt noch Scheibenversuche, wonach ein weißer Sector auf schwarzer Drehscheibe viel leichter unterschieden wird als ein schwarzer Sector von gleicher Winkelbreite auf weißer Drehscheibe; doch scheinen mir diese Versuche nichts anderes als eine bekannte Folgerung des Weberschen Gesetzes zu beweisen, daß derselbe absolute Lichtunterschied bei größerer absoluter Helligkeit schwerer erkannt wird. Eine weiße Drehscheibe mit schwarzem Sector giebt nämlich für den ganzen Versuch eine größere absolute Helligkeit als eine schwarze Drehscheibe mit weißem Sector.

Was die Sterngrößenschätzungen an sich selbst anlangt, so habe ich dieselben in „Elem." I. 158 ff. und „Elem." II. 107 ff. unter Mitbe-

ziehung auf eine frühere Abh. in den „Abh. der sächs. Societät" (math.-phys. Cl. Band IV. p. 457 ff.) behandelt, und noch einen Nachtrag dazu in den „Berichten" derselben Soc. 1859. p. 58 ff. gegeben. Auch Müller widmet diesem Gegenstande ein besonderes Capitel (von p. 139 an). In Betreff der factischen Beziehung der Sterngrößenschätzungen zum Weberschen Gesetze findet zwischen uns keine Verschiedenheit statt, und Müller wendet noch besonderen Fleiß darauf, zu zeigen, daß die Abweichung, welche der Dawessche Exponent der Schätzung von den so nahe übereinstimmenden Exponenten, zu denen andere Beobachter gelangt sind, auf einer Unrichtigkeit seitens Dawes beruhen möge; und schließt seine Betrachtungen darüber (p. 154) mit den Worten: „Die Differenz zwischen dem Resultate, das Dawes aus seinen Beobachtungen ableitet, und den entsprechenden Angaben der übrigen Forscher darf uns also nicht von der Behauptung abhalten, daß die Intensitäten der auf einander folgenden Größenklassen im Groben und Ganzen mit grober Approximation eine geometrische Reihe bilden, deren Exponent in aufsteigender Richtung etwa den Werth 2,5 oder 2,6 bildet", d. h. also, daß sie „im Groben und Ganzen" approximativ das Webersche Gesetz befolgen. Indeß bei seiner Abneigung, dem Weberschen Gesetze überhaupt besondere Wichtigkeit und ausgedehnte Gültigkeit zuzugestehen, legt er schließlich (p. 157) der ganzen Untersuchung über die Beziehung der betreffenden Schätzungen zu dem Gesetze „nur äußerst geringen Werth bei, weil die sogenannten Größen der Sterne trotz der sorgfältigen Revisionen und Sichtungen, die sie in der neuesten Zeit erfahren haben, nicht als hinlänglich zuverlässige Beobachtungsdaten, aus denen sich mit voller Sicherheit gewisse Schlüsse ziehen lassen, angesehen werden können, und überhaupt wegen der Unfertigkeit des vorliegenden empirischen Materials eine präcise Behandlung dieses Gegenstandes nicht möglich ist."

Meinerseits hege ich bei meiner entgegengesetzten Neigung eine andere Ansicht von der Bedeutung der Sterngrößenschätzungen, und meine, daß, wenn das, was Müller selbst zugestanden hat, zugestanden werden muß, die Sterngrößenschätzungen von großer Wichtigkeit und Bedeutung für die Gültigkeitsfrage des Gesetzes im Gebiete des Lichtes sind, einmal, weil die Unsicherheit der empirischen Bestimmungen wohl das Fehlschlagen und die Abweichungen vom Gesetz aber nicht das Zustandekommen des Gesetzes, so weit es in den Schätzungen hervortritt, erklären könnte; zweitens weil die Sterngrößenschätzungen nach einem ganz anderen Beobachtungsprincip als die meisten anderen Versuche, und frei von dem Nachtheil einer ungleichen Ausdehnung der Componenten, zur Verstär-

kung der aus anderen Versuchen gefolgerten Gültigkeit des Gesetzes beitragen.

Ich selbst habe in „Elem." II. p. 107 ff. gezeigt, wie die Helligkeit des Augenschwarz und die Helligkeit des Himmelsgrundes als mitbestimmend für die Schätzung in Rechnung kommen. Nun macht Müller p. 156 eine an sich richtige Gegenbemerkung gegen die sich p. 110 bei mir vorfindende Angabe, „daß der (hauptsächlich vom zerstreuten Sternenlicht abhängige) Theil z der Himmelhelligkeit nach Maßgabe der Flächenvergrößerung G, die das Fernrohr gewährt, an Intensität abnimmt," da er von anderer Seite in Verhältniß der Größe der Objectivfläche zunimmt. Sofern aber erster Gesichtspunct überwiegt, ändert dies in meiner Darstellung eben nur, daß man z zwar mit G abnehmend, nur nicht proportional abnehmend, zu setzen hat, ohne daß in den Formeln selbst und deren Folgerungen sich etwas damit zu ändern hat.

Hienach komme ich auf meine obige Angabe (S. 156) zurück, daß die, „In Sachen" p. 178 ff. besprochenen Lichtversuche Delboeufs in Widerspruch mit Müllers Angaben vielmehr für als gegen die Zulänglichkeit des c zur Erklärung der unteren Abweichung sprechen. Den ganz directen Beweis dafür gewährt die Gesammttabelle der Delboeufschen Versuche, die ich „In Sachen" p. 182 mitgetheilt habe. Sie ist (unter Berichtigung einiger Rechenversehen Delboeufs) aus den 4 Haupttabellen der Delboeufschen Versuche (Ét. p. 54. 60. 62. 65) zusammengestellt, welche Müller p. 161 ff. in so weit berücksichtigt, als sich daraus eine untere Abweichung vom Weberschen Gesetze folgern läßt, welche Delboeuf schon selbst aus seinen Versuchen gefolgert hat, und nun eben durch sein c repräsentirt. Natürlich hätten hienach von Müller dieselben Tabellen darauf angesehen werden sollen, ob diese Repräsentation genügt, was nach der directen Aussage der Tabellen nicht in Abrede zu stellen sein wird; statt dessen sieht Müller bei dieser Frage ganz von diesen Tabellen ab, um sich dafür (p. 184) an Berechnungen aus andersher genommenen Versuchsdatis zu halten, welche die Unzulänglichkeit des c in betreffender Hinsicht beweisen sollen, aber bei ihrer von Delboeuf selbst zugestandenen Rohheit und Nebensächlichkeit gegen die Tabellen, auf welchen Delboeuf in betreffender Hinsicht fußt, nichts beweisen, wozu man die speciellen Belege mit einigen Nebenbemerkungen in folgender Einschaltung findet.

Müller (p. 184) bezieht sich in betreffender Hinsicht auf Versuche, welche in Delboeufs Études p. 70 enthalten, jedoch von diesem nur zum Beweise angestellt sind, daß unter Mitrücksicht auf seinen Werth c [1]) die Winkelbreiten ∂, ∂′, ∂″ seines Apparates bei abgeänderten Beleuchtungen überhaupt ihr Verhältniß ändern müssen,

1) Dieser ist nach schon früher (S. 153) gemachter Bemerkung in factischer Verwerthbarkeit unserem c äquivalent, wenn schon Delboeuf selbst seine theoretische Bedeutung anders faßt, worauf aber hier nichts ankommt.

soll die Gleichheit der Unterschiede für das Auge erhalten bleiben (was in der That eine Folgerung des Daseins des c in unserem Sinne ist), ohne daß aber diese Versuche irgendwie zu einer vergleichenden Bestimmung der Größe des c bei verschiedener Beleuchtung, wie Müller solche daran vornimmt, dienen können oder von Delboeuf selbst dazu gebraucht worden sind. Delboeuf selbst nennt diese Versuche »grossières«, sagt ausdrücklich von den bei diesen Versuchen erhaltenen Zahlen: „ich möchte keineswegs behaupten, daß diese Zahlen genau sind, da wir nicht die Vorsicht beobachtet haben, die Zahlen erst mit Verkleinerung, dann mit Vergrößerung der hellen Zone zu bestimmen," d. h. da wir keine Vorsicht gegen constante Fehler getroffen haben. Daß aber die Vernachlässigung dieser Vorsicht wirklich erhebliche constante Fehler einführen mußte, geht aus den Versuchstabellen Delboeufs Étud. p. 73 u. 88 hervor, deren ich „In Sachen" p. 153 Anmerk. gedacht habe. Endlich erklärt Delboeuf anmerkungsweise (p. 71) zu eben jenen Versuchen, auf die sich Müller bezieht, daß er genauere Versuche über die Abhängigkeit des c von der Stärke der Beleuchtung erst habe anstellen wollen, aber nicht dazu gekommen sei. Nichts desto weniger und ohne Rücksicht auf alles hier Bemerkte rechnet Müller (p. 185) aus jenen groben Versuchen heraus, daß bei einer 256fachen Beleuchtung des Delboeufschen Apparates c mit einem mehr als dreimal so großen Werth herauskomme, als bei einer einfachen, und findet darin hinreichenden Grund, die Rücksicht, die Delboeuf selbst auf diesen Werth bei den von ihm als maßgebend angesehenen Versuchen, Formeln und Tabellen nimmt, nicht gelten zu lassen.

Zur Beurtheilung der Rolle des c in den Delboeufschen Tabellen kann man noch Folgendes bemerken. Eine absolute Constante ist überhaupt c nicht, und wenn nach zuverlässigern Versuchen der Werth des c bei Steigerung der Beleuchtung auf das 256fache wirklich nur auf das Dreifache stiege, so könnte die Abhängigkeit des c von der Beleuchtungsstärke immerhin nur als eine verhältnißmäßig schwache gelten. Jedenfalls aber bleibt c überall eine kleine, gegen stärkere äußere Beleuchtung merklich verschwindende Größe, und es ist doch wohl zuzugestehen, daß, je kleiner eine Größe gegen die zum Erfolg mitwirkenden Größen ist, desto genauer und freier von constanten Fehlern müssen die Beobachtungen über die Erfolge sein, aus denen man eine Größe berechnen will. Anderseits kann ein kleiner Werth in um so stärkerem Verhältnisse variiren, ohne daß dies in den Resultaten viel ändert, je kleiner sein absoluter Werth gegen die mitwirkenden Größen bleibt. Und so kann c gegen stärkere äußere Lichtreize, welche im Versuche eingeführt werden, überhaupt nicht nur vernachlässigt, sondern auch nicht dabei bestimmt werden, indeß man sich an das Mittel der Werthe halten kann, welches aus den Versuchen bei schwächeren Intensitäten hervorgeht, und dies auch bei stärkeren Intensitäten verwenden kann, sollte es auch nicht streng denselben Werth dabei behalten. Dies ist der Sinn, in welchem Delboeuf das c in seinen Haupttabellen als constant eingeführt hat, ohne damit zu behaupten, daß es wirklich bei verschiedenen Beleuchtungen ganz constant sei. Ich habe „In Sachen" p. 183 (unten) gezeigt, daß der Werth $c = 0,50$, den Delboeuf zur Berechnung der Werthe seiner Haupttabellen angewandt hat, als auf solche Weise entstanden angesehen werden kann. Seine Originaltabellen enthalten übrigens außerdem noch eine Berechnung für $c = 0,12$, ohne daß dies in Betracht der Kleinheit dieses Werthes überhaupt in den Resultaten, auf die es ankommt, viel ändert. Müllers Einwurf müßte hienach gegenüber den seitens Delboeuf vorliegenden Datis jedenfalls ganz anders begründet sein, sollte er etwas bedeuten.

Wenn übrigens Müller (p. 185) bemerkt, Delboeuf selbst habe seine Ansichten in Betreff der Bedeutung des c später etwas geändert, so ist das ganz richtig (vgl. „In Sachen" p. 34), geht aber eben bloß seine theoretische Ansicht darüber an; in seinen Versuchen und den daraus fließenden factischen Folgerungen ändert sich dadurch nichts, und wird von Delboeuf selbst nichts zurückgenommen.

Verstehe ich freilich eine Äußerung von Müller (p. 185) recht, so findet er die Berechtigung einer Rücksicht auf die natürliche innere Reizung des Auges bei den Versuchen zur Prüfung des Weberschen Gesetzes selbst „äußerst zweifelhaft". Gründe dieses Zweifels finde ich aber nicht geltend gemacht; und wenn Müller (p. 185) Delboeufs Versuch, die untere Abweichung durch Rücksicht auf c zu eliminiren, „wenig gelungen" nennt, so kann ich Müllers Versuch, ihn zu widerlegen, noch weniger gelungen finden.

Daß übrigens dem Delboeufschen Verfahren noch einige Unvollkommenheiten anhaften, welche eine Wiederholung seiner Versuche wünschenswerth erscheinen lassen, ist „In Sachen" p. 179 zugestanden; und ohne daß ein bestimmter Verdacht vorliegt, es sei hiedurch nur der falsche Schein einer Bestätigung des Weberschen Gesetzes entstanden, ist doch damit ein Abzug von dem Gewicht, was diese Versuche sonst haben würden, zugestanden. Gegen die Aubertschen Versuche bieten sie jedenfalls ein hinreichendes Gegengewicht, nachdem sich gegen diese nach Obigem mindestens eben so viel erinnern läßt.

Nun erwähnt Müller noch (p. 164) Versuche Bretons, welche zwar nicht nach dem Delboeufschen Verfahren, aber nach dem gleichen Princip der Vergleichung übermerklicher Unterschiede angestellt waren, als solche, die für eine untere Abweichung vom Weberschen Gesetze beweisen. Und warum das nicht; nur scheint es mir überhaupt überflüssig, das ganz unbestreitbare, von mir selbst schon in den „Elementen" nachgewiesene, von Delboeuf und jedem nach mir bestätigte Factum solcher Abweichung erst durch neue Versuche zu constatiren. Worauf es ankäme, wäre, durch neue, möglichst einwurfsfreie, Versuche das Resultat der Delboeufschen Versuche zu prüfen, welchem zufolge sich diese Abweichung durch einen kleinen, das Gesetz störenden Werth c deckt und insofern aus dem Gesetz selbst eliminirt. Dabei aber wäre nicht das alleinige, ja nicht das Hauptgewicht auf die Frage zu legen, ob und wie weit es das innere Augenlicht ist, wovon dies c abhängt; am natürlichsten nur, da dasselbe sich von selbst dazu darbietet, es auch in dieser Hinsicht gelten zu lassen. Wäre aber c die unbekannte Ursache einer im angegebenen Sinne eliminirbaren Störung, so würde das Webersche Gesetz an sich denselben Vortheil, nur unsre Einsicht in die Natur der Störung einen Nachtheil davon haben.

Hienach noch einige Worte über meine Versuche mit verdunkelnden Gläsern an Wolkennüancen und schwachen Tuschschattirungen (Elem. I. 140. 144). Das Verfahren mit verdunkelnden Gläsern ist nicht nur von den vielen Umständlichkeiten, sondern auch so manchen Quellen constanter Fehler, welche bei anderen Verfahrungsarten eine mögliche Rolle spielen, frei, und hat nur den Nachtheil, daß man den eben merklichen U. danach nicht messen kann. Aber das hindert nicht, sich an einer bei Tagesbeleuchtung nur ganz schwach (in den Grenzen des sog. nur eben merklich) von dem Grunde unterscheidenden Schattirung zu überzeugen, daß ihre Unterscheidbarkeit davon bei Vornahme mehr und mehr verdunkelnder Gläser merklich gleich bleibt, bis man zu solchen Verdunkelungen herabgeht, wo die Helligkeit des Augenschwarz nicht mehr vernachlässigt werden kann. Eine untere Abweichung, die nach dem freilich nur subjectiven Ermessen, was hiebei zu Gebote steht, nicht hieraus erklärlich schiene, habe ich nicht beobachten können, indeß bei heller Himmelsbeleuchtung der Versuch an Wolkennüancen eine schwache obere Abweichung dadurch spürbar werden lassen kann, daß der U. bei Vornahme dunkler Gläser sogar etwas verdeutlicht erscheint.

Bleibt nun der Mangel bestimmter Maße des eben merklichen Unterschiedes bei diesem Verfahren ein zugestandener Mangel desselben, so trifft er doch nicht das Princip der Bewährung des Gesetzes. Von dem aber, was Müller (p. 102 ff.) dagegen einzuwenden findet, kann ich überhaupt nichts als begründet zugestehen, worüber meine Bemerkungen in folgender Einschaltung.

Nach Müller ist auf das Ergebniß dieser Versuche überhaupt „sehr wenig zu geben", und was sind die Gründe dieses Urtheils? 1) Meine Versuchsweise besteht nicht vor seiner Kritik der Methode der e. m. U. überhaupt, und stimmt namentlich gar nicht mit seiner Methode der kleinsten Unterschiede, wogegen ich nur erwiedern kann, daß ich seine Kritik und Methode meinerseits vor der Kritik nicht bestehend finden kann, worüber Abschn. VIII zu vergleichen. — 2) Bei meinen Versuchen mit farbigen verdunkelnden Gläsern hat sich nicht herausgestellt, daß die relative Empfindlichkeit für Helligkeitsunterschiede bei verschiedenen Farben verschieden ist. — Das ist aber sehr natürlich, weil sie gar nicht vergleichend für verschiedene Farben, sondern nur für verschiedene H e l l i g k e i t e n bei jeder Farbe insbesondere angestellt worden sind. — 3) Nach p. 105 soll ich gar übersehen haben, „daß die Größe des e. m. U. nicht unwesentlich mit von den ihrer Intensität und Richtung nach fortwährend veränderlichen zufälligen Fehlervorgängen beeinflußt wird, und daher nothwendig selbst eine fortwährend schwankende ist". Anstatt aber etwas hiebei zu übersehen, habe ich eben nur das nicht gesehen, was Müller nach seiner Ansicht von der Natur der zuf. Fehlervorgänge glaubt, daß ich hätte sehen müssen, und was Andere bei ihren Versuchen mit eben merklichen Unterschieden eben so wenig sehen (Vgl. S. 28). —

4) Bei den Versuchen mit Wolkennüancen stand (nach p. 105) „die gleichförmige Erhaltung des Verhältnisses der zu vergleichenden Helligkeiten während der Dauer eines Versuches ganz außerhalb der Macht des Beobachters.“ Aber wenn Müller sich nicht überhaupt darauf beschränkte, die Versuche Anderer, selbst die sich mit einfachsten Mitteln wiederholen ließen, vom Studirtische aus zu kritisiren, so würde er leicht finden können, daß es genug Zustände der Atmosphäre giebt, welche einen Schattirungsunterschied von Wolkennüancen mit bloßen Augen für mehr als die kurze Dauer eines Versuches von ein paar Secunden als ganz gleichbleibend erscheinen und nach dem Verdunkelungsversuche wie vorher wiederfinden lassen; und da Müller ohnehin zugesteht, daß die Versuche mit bleibenden Tuschschattirungen sich diesem Einwande entziehen, war es unstreitig einfacher, sich und mir denselben überhaupt zu ersparen.

Auch gegen die Bemerkung Auberts (p. 81) muß ich mich erklären, daß meine Beobachtungen mit verdunkelnden Gläsern an Wolkennüancen im Grunde ganz „mit seinen (Auberts) Beobachtungen harmoniren.“ Darin, daß sie auf eine obere Abweichung deuten, kann man sie mit seinen Versuchen harmonirend finden, hingegen nicht betreffs des Daseins einer anderen unteren Abweichung, als die auf Rechnung des c zu schreiben.

Daß die Versuche von Lamansky mit einem eigens eingerichteten Spectralapparate und ähnliche von Dobrowolsky nach gleichem Princip[1]) für jede reine Spectralfarbe ein Maximum der relativen Unterschiedsempfindlichkeit bei einer gewissen absoluten Helligkeit ergeben, um diesen Grad aber (wie die Aubertschen) eine angenäherte Constanz, mithin Annäherung an das Webersche Gesetz, ist „In Sachen“ p. 157. 158 nach den eigenen Äußerungen der Beobachter angeführt. Freilich ist diese Annäherung nur eine schwache und in beschränkten Grenzen, und neuere Versuche von Dobrowolsky nach demselben Princip[2]) würden überhaupt nicht einmal mehr von einer Annäherung um den günstigsten Punct herum sprechen lassen, indem sich (p. 195 seiner Abh.) folgende Tabelle seiner Versuchsresultate findet, worin die Helligkeit 1 dem Maximum der relativen U. E. entspricht, indeß die Bruchzahlen der zweiten und dritten Columne die den einzelnen Helligkeitsintensitäten zugehörigen relativen e. m. Unterschiede bedeuten, welche nach den Forderungen des Weberschen Gesetzes gleich sein müßten, statt dessen in außerordentlich starkem Verhältnisse variiren.

---

1) Letztere nicht mit den S. 149 und 168 geltend gemachten von Dobrowolsky zu verwechseln.

2) Pflügers Arch. 1881. XXIV. p. 195 ff.

Helligkeitsgrad	Roth unweit der Linie B	Indigo-Blau unweit der Linie G
1	$\frac{1}{19,7}$	$\frac{1}{268}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{137}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9,8}$	$\frac{1}{80,5}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7,8}$	$\frac{1}{40,8}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{5,9}$	$\frac{1}{23,9}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{17}$
$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{3,12}$	$\frac{1}{12,5}$
$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{2,02}$	$\frac{1}{8,5}$
$\frac{1}{260}$	$\frac{1}{1,67}$	$\frac{1}{6,97}$
$\frac{1}{3283}$	. . .	$\frac{1}{4,18}$
$\frac{1}{13132}$	. . .	$\frac{1}{2,49}$

Inzwischen sind die Umstände dieser, von Müller p. 171 resumirten, Versuchsweise gewiß überhaupt nicht zur Prüfung des Weberschen Gesetzes geeignet, wie sie denn von den Beobachtern selbst nicht dazu bestimmt waren; indem Irradiation und Kleinheit der Componenten dabei unstreitig störend einwirken müssen. Auch hat schon Müller (p. 171. 172) aus diesen und noch anderen Gesichtspuncten sachgemäße Bedenken dagegen erhoben, indem er sagt: „Was die Genauigkeit dieses Versuchsverfahrens betrifft, so ist unseres Erachtens doch nicht ganz außer Acht zu lassen, daß bei demselben die beiden zur Vergleichung kommenden Lichtintensitäten nicht ganz dieselbe Wellenlänge besitzen, vielmehr der Unterschied derselben eine geringe Differenz der Wellenlänge zur Voraussetzung hat. Ferner sind bei diesem Verfahren die beiden mit einander zu vergleichenden Lichtflächen, deren eben nicht mehr merklicher Unterschied zu bestimmen ist, genau genommen nur von minimaler

Ausdehnung, und der Übergang von der einen Lichtintensität zur anderen ist ein ganz allmäliger, wodurch die Unterscheidbarkeit derselben erschwert wird. In Folge der geringen Ausdehnung der beiden zu vergleichenden Helligkeiten muß auch die Irradiation im Auge auf die Vergleichung derselben einen nicht meßbaren störenden Einfluß ausüben."

Bedenken dieser Art werden dadurch unterstützt, daß die in anderer Weise, mit nicht bloß minimalen Lichtbreiten ausgeführte, von mir „In Sachen" p. 160 angeführte anderweite Versuchsreihe Dobrowolskys eine der schönsten Bestätigungen des Weberschen Gesetzes geliefert hat, wie am a. O. nachzulesen. Allerdings bezieht sich diese Versuchsreihe nicht auf Unterscheidung zweier Intensitätsgrade einer und derselben reinen Spectralfarbe, wie die vorigen, sondern auf Unterscheidung eines mit Weiß gemischten Farbenlichtes von reinem Farbenlichte bei abgeänderten Intensitäten; aber man wird zugeben, daß von der Bewährbarkeit des Gesetzes im einen Falle ein Wahrscheinlichkeitsschluß auf die Bewährbarkeit desselben im anderen Falle bei Herstellung gleicher Versuchsumstände zu machen sei.

b) Gewichte.

Über meine, mit Bezug zum Weberschen Gesetze angestellten, Gewichtsversuche habe ich in „Elem." I. 182 ff. und „In Sachen" p. 197 ff., so wie über die Heringschen (worunter ich hier kurz die von Hering veranstalteten verstehe), in letzterer Schrift p. 186 referirt. Ich habe diese wie jene Versuche zu Gunsten des Gesetzes geltend gemacht und thue dies nicht minder jetzt noch, habe aber dabei einigen Gegenbemerkungen Müllers Rechnung zu tragen, und schicke dazu einige Vorbemerkungen voraus.

Sofern in die Hebung der Gewichte bei den Versuchen Druck mit eingeht, wird die Bestätigung des Weberschen Gesetzes, insoweit sie durch meine und Herings Hebungsversuche zu erzielen war, gemeinsam auf Drucksinn und Kraft- oder Muskelsinn zu beziehen sein, ohne daß deßhalb die Rolle beider Sinne bezüglich der unteren Abweichung, welche bei diesen Versuchen vorkommt, dieselbe zu sein braucht. Gewiß ist, daß, abgesehen von einer Anomalie bei dem kleinsten von mir angewandten Gewichte, man nach meinen wie Herings Versuchen dem Weberschen Gesetze durch rechnende Zuziehung eines constanten Werthes genügen kann, und daß in sofern diese Versuche zu den willkommenen Bestätigungen des Weberschen Gesetzes gehören. Sollte der Drucksinn an der unteren Abweichung Antheil haben, so könnte freilich nicht eben so wie

bei dem Kraft- oder Muskelsinn, das Gewicht des gehobenen Armes als Grund oder Mitgrund davon angesehen werden; aber man sieht leicht ein, daß in dieser Beziehung andere Gründe wirksam sein können. Mit wachsendem Gewichte drückt sich die Hand mehr und mehr zusammen, so weit bis die Elasticität der Hand dem Drucke das Gleichgewicht hält, der Zuwachs der Zusammendrückung aber geht dem Zuwachse des Gewichtes nicht proportional und bei einem gegebenen Zuwachse zu einem größeren Gewichte wächst die Zusammendrückung nur noch sehr wenig; bis auf Nichts kann sich die Hand doch nicht zusammendrücken. Dabei werden unstreitig die Empfindungsnerven mit betheiligt; aber wir wissen nicht wie, und vielleicht hängt hiemit die durch die Constantenberechnung nicht zu deckende Anomalie zusammen, die ich bei Anwendung des kleinsten der von mir gebrauchten Hauptgewichte (300 Gramm) bemerkt habe („Elem." I. 197; „In Sachen" p. 196 f.); doch bleibt dies eine Vermuthung.

Müller nun wendet vor Allem gegen die Berechnungsweise und Beweiskraft meiner eigenen Gewichtsversuche ein, theils, daß sie wegen der von mir eingehaltenen Gleichtheilung der zweifelhaften Fälle zwischen richtigen und falschen Fällen falsch berechnet seien, theils, daß für die Größe der Unterschiedsschwelle, worin er das principielle Maß der U. E. sucht, nichts daraus folge, sofern nicht die Proportionalität des von mir benutzten Präcisionsmaßes mit der Unterschiedsschwelle dargethan sei. Ich denke aber, hierauf genug in den Abschn. II und V gesagt zu haben.

Meiner Elimination der unteren Abweichung der Gewichtsversuche durch Herausrechnen einer das Webersche Gesetz complicirenden Constante aus den Versuchen („In Sachen" p. 198) spricht Müller (Rec. p. 810) das Gewicht durch die Bemerkung ab: „daß sich eine geringe Anzahl von Versuchsresultaten leicht als Bestätigung einer sachlich nicht zutreffenden Voraussetzung darstellen lasse, sobald es einem nur frei steht, eine Constante in möglichster Übereinstimmung mit diesen Versuchsresultaten zu bestimmen;" und diese Bemerkung hat freilich eine gewisse Berechtigung, nur keine durchschlagende Kraft. Ich selbst muß zugestehen, daß meine Berechnung der Constante x „In Sachen" p. 198 aus verschiedenen Gründen zu wünschen übrig läßt; einmal, weil nicht sämmtliche, zur Berechnung zu Gebote stehende, Reihen dazu zugezogen sind, zweitens weil nicht die Methode der kleinsten Quadrate zur Berechnung angewandt ist; und nach vorläufigen, doch noch nicht vollständig durchgeführten und revidirten, Rechnungen habe ich Grund zu glauben, daß der

Unterschied zwischen dem für einhändiges und zweihändiges Verfahren herausgerechneten Werthe x größer als dort angegeben und überhaupt größer ist, als daß man ihn überall rein auf das Armgewicht schreiben könnte. Auch kann als erschwerend gelten, daß nicht bloß die Constante x, sondern auch der Werth $hD \frac{P + x}{P}$ als Constante durch Rechnung zu bestimmen war, was den Einwand Müllers verstärkt. Aber alles das trifft doch wesentlich nur den Sicherheitsgrad der geführten Rechnung. Gewiß bleibt, daß die vom Weberschen Gesetze geforderte Constanz des relativen eben merklichen Unterschiedes, ohne alle Berechnung von $x = \text{Const.}$ und $hD \frac{P + x}{P} = \text{Const.}$, um so angenäherter hervortritt, je größer die Gewichte werden, worauf ich mich auch in den „Elem." begnügt habe, zu fußen; die nachträglich „In Sachen" geführte Rechnung zur genauen Bestimmung eines constanten Werthes, welcher das Webersche Gesetz complicirt, kann in Betreff der Genauigkeit dieser Bestimmung angefochten werden, und ich denke künftig darauf zurückzukommen; jenes allgemeine Resultat aber bleibt unanfechtbar. Übrigens gehen nach Ausschluß der untersten, von der Anomalie betroffenen, Gewichtsgröße von 300 Grammen die Versuche, auf die ich die Berechnung von x gegründet habe, in 5 Werthen von 500 bis 3000 Grammen, also vom Einfachen aufs Sechsfache, und die constante Größe x, anstatt den Hauptantheil an den in Rechnung kommenden Werthen zu haben, geht nur mit Werthen von 418, 487 und 619 in Werthe von ungefähr 4000 und 8000 ein, so daß auf ihre genaue Bestimmung nicht viel ankommt, wenn es überhaupt nur gilt, nachzuweisen, daß Werthe, die an sich das Webersche Gesetz befolgen, dadurch complicirt werden.

Nun ist wahr, bei Berechnung aus Herings Hauptversuchen („In Sachen" p. 193) zeigt sich umgekehrt als bei mir die constante Componente x so groß gegen die nach dem Weberschen Gesetze variable, daß man in der That Bedenken gegen die Bewährung des Gesetzes durch diese Versuche erheben könnte, wenn sie nicht unter Anwendung einer großen Skala von Gewichten im Ganzen so gut in sich und mit meinen Versuchen bezüglich des Gesetzes stimmten, indeß der so große Werth der constanten Größe seine einfache Erklärung darin finden kann, daß unstreitig in Herings Zahlen die Erfolge constanter Fehler mit eingehen, die in die meinigen nicht mit eingehen, da man in Herings Versuchen nicht eben so wie in den meinigen Rücksicht auf Erkenntniß und Elimination constanter Fehler genommen findet. Wonach ich aber auch die Heringschen Versuche in diesem Felde nach Puncten, in denen sie von

den meinigen differiren, allgemeingesprochen nur für weniger maßgebend halten kann, als die meinigen; indeß ich keinen Grund sehe, welcher wehren sollte, sie nach Puncten, worin sie mit diesen zusammentreffen, als Verstärkung derselben geltend zu machen, sofern es dazu eben bloß gilt, die durch nebensächliche constante Fehler vergrößerte Constante, mit welcher sich das Webersche Gesetz complicirt, bei Hering, eben so wie bei mir die nicht dadurch vergrößerte, zu eliminiren, oder was dasselbe ist, als constantes Ingrediens der übrigens nach dem Weberschen Gesetze variirenden Werthe aufzuzeigen.

Dagegen tritt nun freilich folgendes Bedenken Müllers (Rec. p. 809) auf. Aus den „In Sachen" p. 193 angeführten, wesentlich nach der Methode der e. m. U. angestellten, Versuchen Herings berechnet sich der relative eben merkliche Unterschied mit großer Übereinstimmung zu $\frac{1}{210}$ bis $\frac{1}{220}$ [1]. Wäre dieser Werth nachweislich falsch, so könnte auch das aus den Versuchen herausgerechnete Webersche Gesetz nicht durch die Rechnung als bewiesen gelten, sofern sie solidarisch damit zu jenem falschen Werthe führt. Nun hat zwar Müller den Nachweis, daß jener Werth wesentlich falsch sei, nicht direct durch Berufung auf anderweite Versuche führen können, findet es aber doch höchst unwahrscheinlich, „daß die Empfindlichkeit für relative Unterschiede gehobener Gewichte größer sei als die relative Unterschiedsempfindlichkeit des gleichfalls auf dem Muskelsinn fußenden, sich fortwährend übenden Augenmaßes, dessen Feinheit für uns so wichtig ist;" der relative eben merkliche Unterschied „im Gebiete des Augenmaßes sei nämlich niemals unter $\frac{1}{100}$ gefunden worden, und dürfte sich bei der Mehrzahl der Individuen auch unter den günstigsten Versuchsumständen nicht unbeträchtlich über diesem Werthe halten."

Inzwischen ist dies schon factisch unrichtig. Aubert (Phys. d. N. p. 55) giebt für den relativen eben merklichen Licht-Unterschied unter den günstigsten Bedingungen die Werthe $\frac{1}{164}$ und $\frac{1}{146}$, und Helmholtz (nach der Anmerkung S. 155) $\frac{1}{167}$ und $\frac{1}{150}$, Werthe, die von den Heringschen für Gewichte gar nicht zu weit abweichen; eine aprioristische Voraussicht aber, ob der Vortheil der größeren relativen Empfind-

1) Fälschlich habe ich dafür „In Sachen" p. 193 $\frac{1}{21{,}0}$, $\frac{1}{22{,}0}$ u. s. w., ein Versehen, was Müller triftig bemerkt hat.

lichkeit vielmehr bei dem Augenmaße als Gewichtsmaße zu suchen sei, scheint mir aus doppeltem Grunde precär. Einmal hat unsere Hand mit Handhabung von mehr oder weniger schweren Gegenständen so gut während des ganzen Lebens zu thun, als das Auge mit Betrachtung verschieden großer Gegenstände; zweitens läßt sich von einer absichtlichen Übung weder im einen noch anderen Gebiete sprechen; ob sich aber so zu sagen von selbst der Unterschied der Größe für das Auge oder der Schwere für die Hand verhältnißmäßig stärker geltend macht, wenn wir mit den Dingen verkehren, ist a priori gar nicht zu sagen.

Daß die Anomalie bei meinem kleinsten Hauptgewicht = 300 Grammen sich der Constantenberechnung zu Gunsten des Weberschen Gesetzes nicht fügt, indem sie zu große Werthe h giebt, bleibt immer zuzugestehen, und unstreitig erstreckt sie sich auch tiefer herab, daher es mich nicht befremdet, wenn Herings Versuche mit kleinen Hauptgewichten von 10 bis 500 Grammen („In Sachen" p. 195), ohne das Gesetz ganz zu verläugnen, dasselbe doch nur unvollkommen durchblicken lassen und von den Ergebnissen der Reihe mit großen Gewichten (von 250 bis 3000 Grammen) überhaupt sehr abweichen, was freilich auch auf das andere Versuchsverfahren geschrieben werden kann. Und Müller wird Recht haben, wenn er die von mir „In Sachen" p. 196 angenommene Beziehung der Anomalie bei meinem kleinsten Hauptgewichte zu einer Anomalie, die sich im Gange der Heringschen Versuche mit den kleinen Gewichten zeigt, nicht zulässig findet, da in der That das verschiedene Versuchsverfahren eine Vergleichbarkeit in dieser Hinsicht ausschloß.

Nicht minder habe ich Müllern in folgendem Puncte nachzugeben.

Gegen den „In Sachen" p. 187 unter 2) angeführten Versuch Herings mit dem Druck galvanischer Platten auf der Hand zum Erweise, daß das Webersche Gesetz für den Drucksinn nicht gelte, hatte ich (p. 187) eine Bemerkung erhoben, deren Unzulänglichkeit ich nach einer von Müller (Rec. p. 812) gemachten Gegenbemerkung anerkenne; indeß mein Haupteinwand (p. 188) nach wie vor besteht. Indeß schlägt er bloß die Beweiskraft des Heringschen Versuches gegen das Gesetz, ohne die Gültigkeit des Gesetzes für den Drucksinn positiv zu beweisen; und wenn dies durch Webers Versuche („Elem." I. 138) geschehen scheint, so muß ich wieder Müller darin Recht geben, daß sie doch weder fein noch im Resultat übereinstimmend genug sind, um darauf zu bauen. In der That, da die untere Abweichung vom Gesetze bei Hebung der Gewichte von Weber nicht bemerkt worden ist, an der doch nicht zu zweifeln, kann auch bei den specialen Druckversuchen eine untere

Abweichung demselben entgangen sein; und ich lasse es ganz dahingestellt, wie es sich damit verhält. Daß das Gesetz doch bei größeren Gewichten für den Drucksinn und Muskelsinn zugleich in Anspruch zu nehmen ist, wurde oben S. 168 bemerkt.

2) Die Frage in Bezug auf andere als Intensitätsunterschiede.

a) Tonhöhen.

Ich selbst habe „In Sachen" p. 168 der Versuche Preyers als gegen die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes für Tonhöhen sprechend gedacht, wogegen Müller (p. 290 ff.), ohne deßhalb das Gesetz in diesem Felde für bewährt anzusehen, doch die Beweiskraft der Preyerschen Versuche dagegen aus verschiedenen Gesichtspuncten angefochten hat. Indeß kann ich nicht umhin, Preyers Berufung auf die durchschlagenden Puncte seiner Untersuchung [1] so lange gelten zu lassen, als sie nicht noch wirksamer als durch Müller widerlegt sind, und zunächst bei jenem mir an sich unliebsamen Zugeständniß stehen zu bleiben. Nur möchte ich noch einmal auf die schon „In Sachen" p. 169 f. gemachte Bemerkung zurückkommen, daß, nachdem die Bestätigungen des Weberschen Gesetzes für die Abhängigkeit der Licht- und Schallempfindung von der Schwingungsamplitude a im Allgemeinen nur bei Constanz der Schwingungszahl n gefunden sind, sich wohl denken ließe, daß auch die Bestätigung des Gesetzes für die Abhängigkeit der Tonhöhen- und Farbenempfindung von der Schwingungszahl umgekehrt nur bei entsprechender Constanz der Schwingungsamplitude a zu finden wäre, für welche Constanz die von Preyer geltend gemachten Versuche keine Gewähr bieten. Denn wenn schon ich „In Sachen" hinzugefügt habe, „daß auf diese Vermuthung kaum Gewicht zu legen sei, weil die vergleichungsweise Stärke, mit der wir Töne anschlagen, keinen deutlichen Einfluß auf die Empfindung ihres Höhenunterschiedes zu haben scheine," so kann ich nach näherer Erwägung auf diese Bemerkung kein Gewicht mehr legen. Nämlich, daß sich für das musikalische Gehör das Webersche Gesetz zu bestätigen scheint, kann nach der „In Sachen" p. 168 gemachten Bemerkung darauf geschoben werden, daß das musikalische Gehör über die Tonintervalle vielmehr nach Verhältnissen der Wiederkehr oder Nichtwiederkehr von Obertönen (die selbst bei objectiv einfachen Tönen subjectiv nicht ganz fehlen), als nach Steigen und Fallen der Schwingungszahl urtheilt; hienach kann aber auch der Umstand, daß die Tonintervalle sich für das

1) Akustische Untersuchungen von Preyer. Jena 1879. p. 64 ff.

musikalische Gehör durch verschiedene Stärke des Anschlages der Componenten nicht zu ändern scheinen, hierauf beruhen; und die Frage, ob nicht abgesehen von der Mitbestimmung durch das musikalische Gehör das Webersche Gesetz bei gleicherhaltenem a sich für das n bestätigen würde, bleibt hienach bis auf Weiteres ganz unentschieden. Da bei objectiv einfachen Tönen die Obertöne aus subjectiven Gründen doch nur schwach mitklingen können, also die Complication mit dem Einflusse des musikalischen Gehöres bei objectiv einfachen Tönen in der Hauptsache zurücktreten möchte, so dürften jedenfalls noch Versuche mit einfachen Tönen darüber erwünscht sein, ob zwei wenig ihrer Höhe nach unterschiedene Töne gleich leicht in Betreff der Höhe unterschieden werden können, wenn sie in der Stärke mehr oder weniger auseinanderweichen.

b) Zeit.

„In Sachen" p. 174 habe ich Versuche über den Zeitsinn theils nach der Methode der e. m. U., theils der m. F. respectiv von Mach und Vierordt angeführt, wozu neuerdings solche von Kollert nach einem gut eingerichteten Verfahren der e. m. U. (Wundts Stud. p. 86), dessen S. 111 gedacht ist, getreten sind; und habe hiezu nur zu bemerken, daß sich bei letzteren Versuchen ein entsprechender Gang der Werthe, welche zur Beurtheilung der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes dienen, als bei jenen früheren herausgestellt hat [1]), d. h. bei kleinen Hauptwerthen t starke Abweichung vom Weberschen Gesetze nach einem entsprechenden Gange als dort, bei größeren Hauptwerthen starke Approximation daran. Es wurden nämlich (p. 86 der Stud.) für folgende Hauptzeiten t in Sec. folgende Werthe $E_m = \frac{D}{t}$ erhalten, wo D (abweichend von der Bedeutung, die ich diesem Buchstaben gewöhnlich beilege) die Unterschiedsschwelle bedeutet

t =	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,2	1,836
E_m =	7,4	7,1	14,3	13,6	11,8	8,6	8,4

Man sieht, daß von $t = 0,5$ der Werth E_m erst aufsteigt, dann bei wachsendem t ein Maximum erreicht [2]), von $t = 1,2$ aber bis

1) Man muß dabei nur in Rücksicht ziehen, daß das E_m Kollerts reciprok dem $\frac{\Delta t}{t}$ Machs und ε Vierordts nach den „In Sachen" angenommenen Bezeichnungen ist.

2) Ein Maximum von $\frac{t}{D}$ nach Kollert entspricht natürlicherweise einem Minimum von $\frac{\Delta t}{t}$ oder E nach Mach und Vierordt („In Sachen" p. 174).

$t = 1{,}836$, über welchen Werth die Versuche nicht hinausreichen, d. i. vom einfachen bis $1\frac{1}{2}$fachen t, im Sinne des Weberschen Gesetzes sehr approximativ constant bleiben. Die Versuche Machs und Vierordts aber lassen, wie aus „In Sachen" zu ersehen, diese angenäherte Constanz noch viel höher hinauf verfolgen. Daß man in den absoluten Zahlangaben bei den verschiedenen Beobachtern keine Übereinstimmung erwarten darf, liegt in der Verschiedenheit ihrer Methoden; und sollte auch die Kollert-sche die sicherste sein, so könnte eine größere Unsicherheit der anderen wohl eine Verschiedenheit aber nicht die so nahe Übereinstimmung der Maßwerthe bei größeren t's erklären, wie sie sich dabei gezeigt hat.

Hienach noch von einer curiosen Anwendung des Weberschen Gesetzes im Gebiete des Zeitsinns, welche von Delboeuf (p. 136 f.) in dem Sinne besprochen wird, daß sie zu unhaltbaren Folgerungen führe, jedoch ihn selbst bloß deßhalb darauf führt, weil er die Anwendung in einer unstatthaften Weise versucht. An sich lasse ich ganz dahingestellt, ob das Phänomen, um welches es sich handelt, wirklich durch eine, auf das Weber-sche Gesetz gestützte, Formel von der Form der Maßformel repräsentirbar ist, und eine genaue erfahrungsmäßige Prüfung in dieser Hinsicht wird es gar nicht geben; aber jedenfalls entspricht die Formel, richtig angewandt, in allgemeiner Weise der Repräsentation folgender Thatsache.

Allbekannt ist, daß, je älter man wird, um so rascher scheint die Zeit zu laufen. Wie lang erscheint, um an eine bekannte Thatsache in dieser Hinsicht zu erinnern, dem Kinde, wie kurz den Ältern, die Zeit von einem Weihnachten zum andern. Nun hat Paul Janet im Maiheft 1877 der Revue philosophique einen Aufsatz unter dem Titel »Une illusion optique interne« veröffentlicht, worin er den Satz aufstellt: die scheinbare Dauer einer gewissen Zeitlänge im Leben jedes Menschen ist umgekehrt proportional der Zeitlänge des bis dahin von ihm geführten Lebens. Delboeuf bringt diesen Satz, wie folgt, unter eine Formel. „Sei a die scheinbare Dauer des Lebens, r seine wirkliche Dauer, und setzen wir, daß der Zuwachs des scheinbaren Lebens da einerseits proportional ist dem Zuwachs des wirklichen Lebens dr, andererseits umgekehrt proportional dem verflossenen Leben r, so haben wir $da = k\frac{dr}{r}$, und hieraus durch Integration

$$a = k \log r + c.$$

Um die Constante c zu bestimmen, muß man eine Annahme machen. Unstreitig giebt es einen Moment im Leben, wo die Zeit zu ihrem wirklichen Werthe geschätzt wird [!]. Nehmen wir also an, daß der Mensch von

einem gewissen, als Einheit angenommenen, Alter an im Stande ist, die Zeit zu schätzen, die für ihn verflossen ist, und setzen bis zu diesem Moment $a = 1$ für $r = 1$." Dies vorausgeschickt, muthet mir Delboeuf zu, ich soll die Schwelle bei eben diesem Alter, oder jedenfalls überhaupt einem bestimmten Alter nach der Geburt annehmen, von wo an der Mensch im Stande sei, die Dauer seines Lebens oder einer Periode seines Lebens zu schätzen. Unterhalb dieses Alters würde dann die scheinbare Dauer negative Werthe annehmen. Aber ohne daß das Kind darauf reflectirt, schätzt sich doch unstreitig von seiner Geburt ab die Dauer jeder Epoche für dasselbe in einem scheinbaren Werthe von selbst ab; und es scheint mir selbstverständlich, daß man, soll die Formel überhaupt Anwendung finden, als Schwellenwerth das Alter des Kindes, normalerweise von 10 Monaten, anzunehmen hat, welches es seit der Zeugung bis zu seiner Geburt erlangt hat. Und hiemit fallen alle Inconvenienzen in Anwendung der Formel mit Rücksicht auf die Deutung, die man negativen Empfindungswerthen als unbewußten zu geben hat (s. Abschn. XVI), von selbst weg, und kann man hienach manche Speculationen und Berechnungen anstellen, die weiter nichts gegen sich haben, als daß man sie durch die Aufstellung der Formel nicht bewiesen halten kann, so lange die Anwendbarkeit der Formel auf das Problem nicht noch specieller erwiesen ist, als daß sie der allgemeinen Thatsache genügt.

Der Äußerung Delboeufs, daß es unstreitig einen Moment im Leben gebe, wo die Zeit nach ihrem wirklichen Werthe geschätzt werde, weiß ich übrigens keinen klaren Sinn unterzulegen. Hingegen hätte es einen Sinn, zu sagen, es giebt nach der Formel eine Zeit im Leben, wo die scheinbare Dauer proportional der wirklichen, d. i. äußerlich meßbaren, geht, indeß sie bis zu dieser Zeit in rascherem Verhältnisse als die wirkliche Zeit, darüber hinaus in langsamerem Verhältnisse steigt; in welcher Beziehung überhaupt zwischen scheinbarer und wirklicher Zeit sich alle Verhältnisse wieder finden müssen, als nach Abschnitt XIX meiner „Elemente" zwischen Empfindung und Reiz.

XIII. Das Gesetz oder die Thatsache der Schwelle.

Hierüber ist theils in den „Elementen", theils „In Sachen" schon so viel gesagt, daß ich mich folgends mit Zurückrufung der verschiedenen Modificationen, unter welchen das Gesetz auftritt, und einigen Zusatzbemerkungen zu den frühern Betrachtungen begnügen werde.

Das Wesentliche des Gesetzes, so weit es für die äußere Psychophysik in Anspruch genommen wird, besteht allgemein gesprochen darin, daß ein Reiz oder Reizunterschied, überhaupt ein physischer Werth, an den sich ein Empfindungswerth knüpft, erst eine gewisse Stärke oder Größe erreichen muß, ehe die Empfindung bemerklich wird; so lange dieser Größenwerth nicht erreicht ist, bleibt die Empfindung, wie wir uns ausdrücken, unbewußt.

Dies Gesetz steht in gewissem Zusammenhange mit dem Weberschen Gesetze, und wie bei diesem erhebt sich bei ihm die Frage, ob es aus der äußeren Psychophysik in die innere, d. i. vom äußeren Reiz, respectiv Reizunterschiede, welcher eine einfache Empfindung oder Unterschiedsempfindung zu erwecken geeignet ist, auf die psychophysische Erregung oder den Unterschied der Erregungen, welche diesen psychischen Phänomenen unterliegen, übertragbar ist. Aber da diese Frage wie die vorige erst bei der Streitfrage zwischen sog. psychophysischer und physiologischer Auffassung der ganzen Psychophysik und des Weberschen Gesetzes insbesondere ein Interesse gewinnt, so versparen wir auch die Betrachtung in dieser Hinsicht auf den Abschnitt über diese Streitfrage (XVII. Abschn.).

Des Näheren können wir die einfache Reizschwelle, die Unterschiedsschwelle, die Verhältnißschwelle und die Mischungsschwelle unterscheiden.

Bei der *einfachen Reizschwelle* handelt es sich um die Größe des Reizes, welche erst überschritten sein muß, damit das Dasein des Reizes durch eine merkbare Empfindung erkannt werde, bei der *Unterschiedsschwelle* um die Größe des Unterschiedes der Reize, welche erforderlich ist, daß der Unterschied als vorhanden erkannt werde. Da nun jeder *Unterschied* zweier Reize natürlicherweise auch ein *Verhältniß* zweier Reize voraussetzt, kann die Unterschiedsschwelle immer auch in eine *Verhältnißschwelle* übersetzt werden, d. i. dasjenige Verhältniß der Reize, welches erst überschritten sein muß, damit der Reizunterschied als solcher erkannt werde.

Das Gesetz der *Mischungsschwelle* besteht darin, daß wenn

ein Gemisch verschiedenartiger Reize auf uns einwirkt, das Dasein dieses oder jenes einzelnen darunter nur erkannt werden kann, wenn er ein gewisses Verhältniß der Stärke zu den übrigen überschreitet.

Verschiedene Autoren, die Müller (p. 238) citirt, als wie Aubert, Delboeuf, Preyer erklären sich gegen die Existenz der einfachen Reizschwelle; und Müller selbst, ohne sich bestimmt zu entscheiden, nennt doch „die Frage nach einer Reizschwelle eine heikle.“ Gegen die Thatsache der Unterschiedsschwelle läßt sich nicht streiten; aber man kann versuchen, die Reizschwelle durch Rückführung auf die Unterschiedsschwelle zu eliminiren. Inzwischen sind die dafür geltend gemachten Erfahrungen durchaus unbeweisend. Am Gesichtsorgan freilich läßt sich der Nachweis einer einfachen Reizschwelle überhaupt nicht machen, weil sie durch die subjective Erregung, wovon die Empfindung des Augenschwarz abhängt, immer überschritten ist. Nun sollen die übrigen Sinne in dieser Hinsicht mit dem Lichtsinne analog sein; aber wie so? Vielmehr verhalten sich, wenn nicht alle, jedenfalls die meisten in dieser Beziehung anders. Aubert sagt freilich (p. 42): „wir athmen immer hörbar, das Herz schlägt hörbar, die Kleider machen Lärm u. s. w.“ Aber wenn ich leise athme oder den Athem anhalte, höre ich nichts, von meinem eignen Herzschlage höre ich überhaupt nichts, vom Herzschlage eines Anderen nur bei Anhalten des Ohres an seine Brust; die Kleider rauschen nur bei Bewegung u. s. w. Nun mag es sein, daß von all' dem doch ein schwaches physisches Geräusch ausgeht, aber daß es eben nur bei einer gewissen Stärke gehört wird, spricht vielmehr für als gegen das Dasein einer äußeren Reizschwelle. Die Empfindung des Augenschwarz habe ich sofort, sowie ich die Aufmerksamkeit darauf richte, hingegen giebt es eine Stille, wo ich mir gar keiner Gehörsempfindung bewußt werde, trotz dem, daß ich die Aufmerksamkeit darauf spanne, etwas zu hören, und trotz dem, daß es an einem allgemeinen Geräusche in der Luft nie fehlt; in diesem allgemeinen Geräusch können allerdings schwache besondere Gehörsreize nach dem Princip der Mischungsschwelle recht wohl erlöschen; aber auch das allgemeine Geräusch selbst erlischt für die Empfindung, wenn es zu schwach ist. Nun kann man von einer unbewußten Empfindung der Reize sprechen. Aber das thue ich ja selbst, indem ich sage, eine Empfindung bleibt so lange unbewußt, als ihr psychophysischer Träger eine gewisse Stärke nicht übersteigt.

Ich gebe bei all' dem eine bisher noch niemals berücksichtigte Möglichkeit zu, die aber durch neuere, mir privatim bekannt gewordene, Versuche Vierordts nahe gelegt wird, daß nämlich sehr schwache Schalle in

ihrer Fortleitung durch die Luft erschöpft werden können, ohne bis zum Ohre zu gelangen. Zwar wird hiedurch die äußere Schwelle für den Schall nicht widerlegt, aber die Beweiskraft der bisherigen Versuche dafür allerdings in Frage gestellt; und sofern wir hienach bisher weder bei Licht noch Schall eine Entscheidung der Frage finden können, haben wir uns betreffs derselben bei den anderen Sinnen umzusehen. Nun habe ich von vorn herein in dieser Hinsicht geltend gemacht, daß man einen Geruch, einen Geschmack in homöopathischer Verdünnung nicht spürt, — man denke z. B. an Moschusgeruch, Chiningeschmack — wogegen Aubert leichthin sagt: „Geruch und Geschmack seien zu wenig ausgebildete Sinne, als daß sie bei einer Entscheidung über derartige Fragen in Betracht kommen könnten.“ Aber ich frage wieder, wie so? Sie sind nicht ausgebildet genug, um dadurch Vorstellungen zu schöpfen, auf deren Bezugsetzung zu andern sich ein höheres Geistesleben stützen kann, wie es vom Gesichtssinn und Gehörssinn gilt, aber um über einfache Empfindungsfragen zu entscheiden, sind sie vollkommen competent, oder ich wüßte nicht, warum nicht. Nun wird mir niemand einreden, daß ich nicht das Gefühl haben könne, eine Luft sei ganz rein von Geruch, trotz dem, daß es an Spuren von riechenden Substanzen nie ganz fehlt. Ob man je einen ganz geschmacksfreien Mund habe, mag sich bestreiten lassen; ich meine, daß es der Fall sei, obwohl der Speichel etwas Salz enthält, das man aber eben nicht schmeckt, weil es zu wenig ist; daß man aber Chinin nicht schmeckt, wenn es zu verdünnt ist, wird niemand bestreiten. Wenn nun Müller wiederholt (u. a. Rec. p. 825) darauf zurückkommt, „das Bestehen der äußeren Reizschwelle sei nicht einmal sicher zu constatiren,“ so hat er wenigstens nichts gethan, die Beweiskraft der vorigen Thatsachen dafür zu heben.

Eine besondere Mischungsschwelle ist in den „Elementen“ noch nicht aufgestellt und erst „In Sachen“ p. 105 f. darauf gekommen, woraus ich zunächst folgendes Erläuterungsbeispiel zurückrufe.

In einem starken Geräusch, wie es etwa von einer aufgeregten Volksmasse hervorgebracht wird, kann ein Violinenton als solcher ganz unhörbar untergehen, indeß er doch zur Hörbarkeit des Geräusches beiträgt. Soll er aber seiner Qualität und Quantität nach besonders erkannt werden, so muß entweder das mitgehende Geräusch wegfallen, oder er muß sich mit einem gewissen Grade der Stärke, d. i. um die Mischungsschwelle, über das mitgehende erheben. Entsprechend mit Geschmacks- und Geruchsreizen.

Seien nun überhaupt a, b, c, d . . . psychophysische Bedingungen,

welchen für sich selbst verschiedenartige psychische Phänomene α, β, γ, δ . . . zugehören. Wirken sie in Verbindung, so kann daraus ein resultirendes Phänomen R hervorgehen, in welchem keins der betreffenden psychischen Einzelphänomene nach Qualität und Quantität besonders unterscheidbar hervortritt, soll aber das eine oder andere, z. B. γ nach Qualität und Quantität unterscheidbar hervortreten, so muß sein c ein gewisses Verhältniß zur Verbindung der gesammten übrigen Werthe a, b, d . . . übersteigen. Thut es das, so wird immer noch unter Anwendung meiner früheren Formeln γ mit positivem Werthe als bewußt auftreten, hingegen mit negativem Werthe als unbewußt, wenn c hinter dem Mischungsschwellenwerthe, welcher durch jenes Verhältniß bestimmt ist, zurückbleibt; und es wird sich in Verwendung unserer Formeln eben nichts zu ändern brauchen, als daß wir den Schwellenwerth von c nicht als eine absolut gültige, sondern nach den mitgehenden Werthen a, b, d . . . veränderliche, nur bei deren Constanz constante Größe ansehen. Je höher a, b, d . . . steigen, desto höher steigt die Mischungsschwelle von c, und desto schwerer wird γ besonders unterscheidbar, umgekehrt aber, je höher c steigt, desto höher müssen a, b, d . . . steigen, um noch ein resultirendes Phänomen zu geben, welches von γ besonders unterscheidbar ist.

XIV. Das Parallelgesetz.

Das von mir sog. Parallelgesetz ist in „Elem.“ I. 300 ff. näher besprochen, und wieder begnüge ich mich hier, den früheren Bemerkungen über seine Thatsache Einiges hinzuzufügen, indeß im XVII. Abschnitt noch einmal darauf wird zurückzukommen sein.

Die Hauptthatsache, auf welche sich das Parallelgesetz bezieht, ist die. Wenn zwei Reize von verschiedener Stärke auf ein empfindendes Organ während einer gewissen Zeit einwirken, so schwächen sich durch Ermüdung die absoluten Empfindungen, welche durch die Reize hervorgebracht werden, was man als Sache einer verminderten Reizbarkeit auffaßt, der empfundene Unterschied der Reize aber bleibt ebenso ungeändert, als wenn die objectiven Reize in gleichem Verhältniß geändert wären.

Sehr einfach bewährt sich das Parallelgesetz im Gebiete des Lichtsinnes durch eine Combination folgender zwei Versuche. 1) Man fixire ein weißes oder überhaupt helles Feld auf schwarzem oder überhaupt dunklem Grunde mit dem einen offenen Auge, während man das andere

geschlossen hält. Das erste Auge ermüdet durch den Reiz des hellen Fleckes an der Stelle von dessen Einwirkung, indeß das andere in seiner ganzen Ausdehnung ruht; und daß jene Ermüdung, selbst nur 1 Minute lang fortgesetzt, einen sehr merkbaren Effect in Verminderung der Helligkeitsempfindung hat, beweist sich damit, daß, wenn man nun das andere ausgeruhte Auge hinzu öffnet, und sofort durch freie Verstellung der Augenaxen oder seitlichen Druck an ein Auge ein Doppelbild des Fleckes erzeugt, das Bild im ermüdeten Auge erheblich dunkler als im andern, ausgeruhten Auge erscheint; ein Erfolg, der sehr frappant ist. 2) Man betrachte ein helles und dunkles Feld nebeneinander mit beiden offenen Augen zugleich, so scheint sich der Helligkeitsunterschied nicht zu ändern, indem die Ermüdung durch beide Flecke in solchem Verhältniß geschieht, daß der empfundene Unterschied sich gleich bleibt.

Sehr zahlreiche und entscheidende Versuche zur Bewährung des Parallelgesetzes in einem ganz andern Gebiete finden sich auch unter meinen Gewichtsversuchen („Elem." I. p. 305 ff.); und wenn Müller (p. 267) die Resultate dieser Versuche kurzweg als „ganz unbrauchbar" verwirft, weil ich dabei die „Zahlen richtiger, falscher und zweifelhafter Fälle in unrichtiger Weise behandelt habe", so kann ich eben so kurz über dieses Urtheil mit einer Verweisung auf Abschnitt IV hinweggehen.

Übrigens nehme ich die Gültigkeit des Parallelgesetzes nicht weiter in Anspruch, als die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes reicht, und habe schon in „Elem." I. 304, 325 auf die wahrscheinliche Solidarität mit demselben hingewiesen. Daß es im Gebiete des Lichtsinnes nicht mehr zutreffen kann, wenn man mit den Helligkeitsintensitäten, von denen man ausgeht oder auf die man durch Ermüdung herabkommt, bis zur Annäherung an die Helligkeit des Augenschwarz kommt, liegt im Princip des Gesetzes selbst, insofern diese Helligkeit, obwohl nicht schlechthin constant, doch nach einer organischen Einrichtung nicht unter einen gewissen Grad fallen kann; und die Abweichungen vom Parallelgesetze, die Aubert bei niederen Helligkeiten beobachtet hat, laufen daher nicht gegen das Princip desselben. Auch die Resultate der Versuche von W. Schöne (Arch. f. Ophth. XX. 2. p. 273 ff.) und E. F. Müller (Versuche über den Verlauf der Netzhautermüdung, Inauguraldissert. Zürich 1866), deren Müller (p. 275) kurz erwähnt, scheinen auf Abweichungen vom Parallelgesetze im Gebiete der unteren Abweichungen vom Weberschen Gesetze zu beziehen, ohne daß ich sicher darüber entscheiden kann, da mir diese Versuche nicht vorgelegen haben.

Vierte Abtheilung.

XV. Psychophysische Grundformeln.

Vor Allem einige Vorbemerkungen betreffs der folgends zu gebrauchenden Bezeichnungen.

Müller hat die in folgenden Formeln vorkommenden Werthe im Allgemeinen anders bezeichnet als es von mir in den „Elem." und „In Sachen" geschehen ist. Insofern es nun mit ihm über diese Formeln zu verhandeln gelten wird, werde ich, um Übersetzungen der Buchstabenbedeutung aus einer Formel in die andere, sachlich gleichgeltende, zu ersparen, um so lieber folgends meine früheren Bezeichnungen mit den Müllerschen vertauschen, als diese jedenfalls bezüglich Empfindung und Reiz zweckmäßiger als jene sind, sofern sie als Anfangsbuchstaben unmittelbar an das erinnern, was sie bedeuten. Für Empfindung (Sensation) hatte ich γ, für Reiz β und für den Schwellenwerth des Reizes b; Müller hat dafür respectiv s, r und ρ, die ich also künftig ebenfalls gebrauchen werde. Für die von mir je nach Beziehung auf natürliche oder gemeine Logarithmen unwesentlich unterschiedenen Constanten K und k steht in Übereinstimmung mit Müller folgends $\varkappa$. Auch acceptire ich für die, früher von mir nicht besonders bezeichnete, ps.-ph. Erregung Müllers Bezeichnung E, was nicht mit dem, früher (S. 48) in anderer Bedeutung von mir gebrauchten E zu verwechseln ist. Für das Verhältniß zweier verschiedenen Reize hatte ich die Bezeichnung φ; da aber φ von Müller vielmehr als Functionszeichen gebraucht wird, so ersetze ich mein φ durch F. Die Unterschiedsempfindung, wofür eine besondere Bezeichnung bei Müller fehlt, wird von mir mit u bezeichnet.

Ich gebe nun zuerst unter 1) ein Resumé meines Systems psychophysischer Grundformeln, wie es in „Elem." II. 9 ff. und „In Sachen" p. 7 ff. aufgestellt ist, um von da unter 2) zu Müllers kritischen Bemerkungen darüber und unter 3) zu den von ihm selbst dafür aufgestellten sog. „corrigirten" Formeln überzugehen.

1) Résumé des von mir aufgestellten Systems psychophysischer Grundformeln.

Das ganze System der folgenden Formeln ist auf das Webersche Gesetz und das Schwellengesetz gebaut und unmittelbar auf die Größenabhängigkeit der Empfindung vom Reiz bezogen, also für die äußere Psychophysik in den Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes aufgestellt; es ist aber auch übertragbar auf die Größenabhängigkeit der E. von der ps.-ph. Erregung, hiemit übertragbar in die innere Psychophysik unter Voraussetzung der Übertragbarkeit jener Gesetze aus dem Äußeren in das Innere, und spielt voraussetzlich in der inneren Psychophysik eine noch allgemeinere Rolle als in Beziehung auf das Empfindungsgebiet, worauf jedoch hier nicht näher einzugehen sein wird. Übrigens bezieht es sich nicht bloß auf einfache Empfindungen sondern in Zusammenhang damit auch auf Unterschiede und Summen von Empfindungen.

In Betreff der Unterschiede ist wichtig, Empfindungsunterschiede und Unterschiedsempfindungen klar auseinander zu halten. Ein Empfindungsunterschied oder Unterschied zwischen Empfindungen kann auch zwischen Empfindungen in verschiedenen Menschen so wie zwischen einer gegenwärtigen und einer vergessenen E. in demselben Menschen bestehen; es reicht hin, daß die Empfindungen an sich selbst verschieden sind; hingegen gehört zur Unterschiedsempfindung oder zum empfundenen Unterschiede, daß der Unterschied zwischen den Empfindungen auch als Unterschied empfunden werde. Ein noch so großer Unterschied zwischen zwei Empfindungen aber wird nicht als Unterschied empfunden, wenn es zwischen den ps.-ph. Erregungen, welche den Empfindungen unterliegen, an hinreichenden Wirkungsbeziehungen fehlt, indem es sich hiemit entsprechend verhält, als mit den melodischen und harmonischen Bezugsempfindungen, wovon S. 6 die Rede war.

In sofern nun allen folgenden Formeln das Webersche Gesetz unterliegt, ist nicht außer Acht zu lassen, daß sich dasselbe nicht unmittelbar an Empfindungsunterschieden, sondern nur an empfundenen Unterschieden oder Unterschiedsempfindungen bewähren läßt; aber es läßt sich aus der Bewährung an letzteren die Gültigkeit für erstere folgern, wie unter 2) S. 198 ff. näher gezeigt wird. Zunächst mag dies als vorweggenommenes Resultat gelten.

Als Grundformeln oder Hauptformeln des psychischen Maßes nun betrachte ich die folgenden unter den, in den „Elem." und „In Sachen" dafür gebrauchten Namen.

1) Die Fundamentalformel
d. i. die Differenzialformel

$$\partial s = \varkappa \frac{\partial r}{r} \cdot \cdot \cdot \cdot (1),$$

welche die Beziehung zwischen kleinen Änderungen der Empfindung und des Reizes im Sinne des Weberschen Gesetzes nach der Ausdrucksweise desselben darstellt, daß gleichen relativen Reizzuwüchsen gleiche Empfindungszuwüchse zugehören.

2) Die Maßformel

$$s = \varkappa \log \frac{r}{\rho} = \varkappa (\log r - \log \rho) \cdot \cdot (2)$$

welche die Größe der E. als Function die Größe des Reizes und seines Schwellenwerthes giebt.

Sie leitet sich durch Integration der Fundamentalformel mit Zuziehung des Gesetzes der Reizschwelle ab, indem man unmittelbar durch Integration findet[1])

$$s = \varkappa \log r + \text{Const.} \cdot \cdot \cdot \cdot (2.\ a)$$

die Constante aber dadurch bestimmt, daß man $s = 0$ beim Schwellenwerth des Reizes ρ setzt. Auch giebt es noch eine andere, hier wegen ihrer Umständlichkeit zu übergehende Ableitungsweise derselben Formel aus dem Weberschen Gesetze (s. „Elem." II. 34 ff.) ohne Rückgang auf (1) nach der Ausdrucksweise des Gesetzes, daß die Unterschiedsempfindung dieselbe bleibt, wenn das Reizverhältniß dasselbe bleibt.

Hat man solchergestalt die Maßformel auf diese zweite Weise ohne Voraussetzung von (1) gewonnen, so läßt sich dann umgekehrt (1) durch Differenzirung von (2) oder (2. a) finden.

3) Die einfache Unterschiedsformel oder Unterschiedsformel schlechthin

$$s' - s_{,} = \varkappa (\log r' - \log r_{,}) = \varkappa \log \frac{r'}{r_{,}} = \varkappa \log F \cdot \cdot \cdot (3),$$

welche den Empfindungsunterschied $s' - s_{,}$ als Function des Reizverhältnisses, proportional dem Logarithmus desselben giebt.

Folgt einfach aus der Maßformel (2) nach Setzung von

$$s' = \varkappa (\log r' - \log \rho)$$
$$s_{,} = \varkappa (\log r_{,} - \log \varrho)$$

als Differenz von beiden, wobei der Schwellenwerth verschwindet, und

---

1) Die Constante $\varkappa$ brauche ich folgends ohne Unterschied der Beziehung auf natürliche oder gemeine Logarithmen.

kann auch in entsprechender Weise unmittelbar ohne Rückgang auf die Constantenbestimmung in (2) aus (2. a) abgeleitet werden.

Bei voriger Feststellung der Unterschiedsformel ist vorausgesetzt, daß die Empfindlichkeit, welche durch den reciproken Werth von ρ gemessen wird, für r' und $r_,$ dieselbe sei, was nicht allgemein anzunehmen, sofern z. B. im einen Menschen der Schwellenwerth des Reizes ein anderer sein kann, als im anderen. Im Falle stattfindender Verschiedenheit hat man allgemeiner:

$$s' - s_, = \varkappa \left(\log \frac{r'}{\rho'} - \log \frac{r_,}{\varrho_,}\right) = \varkappa \log \frac{r' \rho_,}{r_, \rho'}.$$

4) Die Unterschiedsmaßformel

$$u = \varkappa \log \frac{r'}{vr_,} = \varkappa \log \frac{F}{v}$$

worin u die Unterschiedsempfindung und v die Schwelle des Reizverhältnisses $\frac{r'}{r_,}$, kurz Verhältnißschwelle ist.

Giebt das Maß der Unterschiedsempfindung als Function des Reizverhältnisses und seines Schwellenwerthes, und läßt sich mit Beziehung zur Ableitung der Maßformel und Unterschiedsformel aus einer wie folgt zu gewinnenden Verallgemeinerung der Fundamentalformel ableiten.

Wenden wir die Formel (1) auf zwei Reize r', $r_,$ mit zugehörigen Empfindungen s', $s_,$ insbesondere an, so erhalten wir durch Abzug der dadurch gewonnenen Formeln von einander

$$\partial s' - \partial s_, = \varkappa \left(\frac{\partial r'}{r'} - \frac{\partial r_,}{r_,}\right) \cdots ♀$$

eine Formel, welche in der That allgemeiner als (1) ist, indem sie sowohl für den Fall gilt, daß zwei Reize mit zugehörigen Empfindungen da sind, als daß bloß ein Reiz mit zugehöriger Empfindung da ist, indem letzteren Falls die auf den anderen Reiz und die andere Empfindung bezüglichen Werthe einfach aus der Formel wegfallen. Wir können aber darin sei es von r' oder von $r_,$ mit zugehöriger E. abstrahiren, und erhalten dann nach obigem Gange durch Bestimmung der Integrationsconstante mittelst der Reizschwelle für jeden beider Reize r', $r_,$ insbesondere die zugehörige Maßformel und durch Abzug der einen von der anderen die für Empfindungsunterschiede geltende Unterschiedsformel (3), in welcher die beiden Reize und mithin Empfindungen als unabhängig von einander zu gelten haben, da ja die darauf bezüglichen

Gleichungen, aus welchen sich die Unterschiedsformel ableitet, unabhängig von einander bestimmt sind, wie es dem Begriffe der Empfindungsunterschiede entspricht. Lassen wir aber von vorn herein beide Reize mit zugehörigen Empfindungen in der allgemeinen Formel ♀ zusammen bestehen, so erhalten wir durch Integration derselben nicht einfach die Unterschiedsformel (2)

$$s' - s_{,} = \varkappa \log \frac{r'}{r_{,}}$$

sondern

$$s' - s_{,} = \varkappa \log \frac{r'}{r_{,}} + \text{Const.}$$

worin sich die Constante durch Bezugnahme auf die Verhältnißschwelle v bestimmen läßt, indem wir $s' - s_{,} = 0$ setzen, wenn $\frac{r'}{r_{,}}$ den bestimmten endlichen Werth n hat, was allgemein giebt,

$$s' - s_{,} = u = \varkappa \left(\log \frac{r'}{r_{,}} - \log v\right) = \varkappa \log \frac{r'}{r_{,}v} = k \log \frac{F}{v} \cdots (4).$$

Das $s' - s_{,}$ dieser Formel (4) ist aber nicht mit dem $s' - s_{,}$ der Unterschiedsformel (3) zu identificiren, indem das $s' - s_{,}$ (4) eine Beziehung einschließt, die dem $s' - s_{,}$ (3) fehlt, daher der Ersatz von $s' - s_{,}$ in (4) durch u.

Man sieht leicht ein, daß die Formel ♀ eine weitere Verallgemeinerung zuläßt, indem man sie statt auf bloß zwei ds auf beliebig viele ausdehnen kann, worin man den Ausgangspunct von Formeln findet, die sich auf Unterschiedsempfindungen zwischen Unterschiedsempfindungen kurz auf höhere Unterschiedsempfindungen beziehen, und als höhere Unterschiedsmaßformeln bezeichnet werden können. In „Elem." II. p. 115 ff. ist auf diese Formeln und ihre Consequenzen bis zu gewissen Grenzen näher eingegangen, ohne daß hier ein besonderer Anlaß vorliegt, darauf zurückzukommen; wir bleiben also hier bei den einfachen Unterschiedsempfindungen stehen.

Eine Unterschiedsempfindung kann so gut als ein Empfindungsunterschied die Richtung ändern, je nachdem in der Formel (4) r' größer als r, oder umgekehrt genommen wird; aber der Maßwerth u der Unterschiedsempfindung ist unabhängig von der Richtung derselben, indem er sich rücksichtslos darauf auf die absolute Größe der Unterschiedsempfindung bezieht; eine Unabhängigkeit, die man dadurch ausdrückt, daß man v mit $\frac{r'}{r_{,}}$ immer zugleich das Vorzeichen wechseln läßt.

Schon in „Elem." I. 104 habe ich darauf hingewiesen, daß der

Werth v nur als constant für constante Verhältnisse, unter denen sich die Reize, respectiv die dafür substituirbaren ps.-ph. Erregungen zu einander befinden, anzusehen ist. Sehr natürlich; denn bemerktermaßen hängt der U., den ein empfundener U. von einem bloßen U. zwischen Empfindungen hat, daran, daß zwischen den ps.-ph. Erregungen, die dem ersten unterliegen, ein Wirkungsbezug statt hat, der zwischen denen, die dem zweiten unterliegen, fehlt. Dieser Wirkungsbezug nun kann je nach den Umständen, unter denen sich die ps.-ph. Erregungen zu einander befinden, nach ihrem räumlichen und zeitlichen Abstande von einander, dem was sich zwischenschiebt und möglicherweise selbst dem, was umliegt, stärker oder schwächer sein, und sofern diese Verhältnisse von denen der der äußeren Reize mit abhängen, werden auch diese Einfluß auf den Werth von v gewinnen.

Hienach aber möchte es zweckmäßig sein, die Rücksicht auf diese Variabilität des n nach Maßgabe der Umstände, unter denen die Reize, respectiv ps.-ph. Erregungen mit einander in Beziehung treten, in die Unterschiedsmaßformel selbst durch einen Coefficienten mit aufzunehmen, welcher die Abhängigkeit der Schwelle von noch anderen Werthen als einem bestimmten Größenverhältnisse der Reize, respectiv ps.-ph. Erregungen, ausdrückt. Brauchen wir also v nur für das Größenverhältniß der Reize an sich, welches bei einem gewissen Verhalten der Umstände als Schwellenwerth auftritt, und p als einen solchen Coefficienten, so würden wir haben

$$u = \varkappa \log \frac{r'}{r,pv} = \varkappa \log \frac{F}{pv} = \varkappa \log \frac{F}{V}$$

wenn V für pv gesetzt wird.

5) und 6) Summirungsformeln.

Empfindungen können sich nicht nur unterscheiden, sondern auch summiren, wobei es nicht minder als bezüglich der Unterscheidung gilt, einen Unterschied zu machen, je nachdem die ps.-ph. Erregungen, welche den zu summirenden Empfindungen unterliegen, außer oder in Wirkungsbeziehung zu einander stehen. Und so kann auch, diesen zwei verschiedenen Fällen entsprechend, eine einfache Summirungsformel und eine Summirungsmaßformel unterschieden werden, ohne daß ich jedoch diese unterscheidende Bezeichnung schon früher gebraucht habe, da ich in „Elem." II. p. 60 zwar der Möglichkeit gedacht habe, daß die Empfindungssumme durch eine Verbindung der ps.-ph. thätigen Puncte (hiemit einen Wirkungsbezug derselben) einen Einfluß erleiden könne, ohne aber diese Möglichkeit zu verfolgen. Wonach die in „Elem."

II. p. 63 ff. aufgestellte und in ihren Consequenzen entwickelte Summenformel nur als einfache Summirungsformel für unabhängig von einander wirksame Reize respectiv ps.-ph. Erregungen zu gelten hat. Inzwischen dürfte eine Summirungsmaßformel ein entsprechendes Interesse als die Unterschiedsmaßformel haben.

Beide, die einfache Summirungsformel und die Summirungsmaßformel lassen sich, wie leicht zu erachten, in ganz entsprechender Weise aus der Gleichung

$$\partial s' + \partial s, \cdot \cdot \cdot = \varkappa \left(\frac{\partial r'}{r'} + \frac{\partial r,}{r,} \cdot \cdot \cdot \right) \cdot \cdot \cdot \cdot ♄$$

entwickeln, als die einfache Unterschiedsformel und die Unterschiedsmaßformel aus der, nur durch Vertauschung von + mit — davon verschiedenen, Gleichung ♀. So erhält man die einfache Summirungsformel

$$\Sigma s = \varkappa \log \frac{r' \, r'' \, r''' \cdot \cdot \cdot}{\rho' \rho'' \rho''' \cdot \cdot \cdot} \cdot \cdot \cdot (5)$$

und die Summirungsmaßformel

$$Sm = \varkappa \log \frac{r' \, r'' \, r''' \cdot \cdot \cdot}{R} \cdot \cdot \cdot (6)$$

worin Σs die Summe der Empfindungen ohne Wirkungsbezug der r oder dafür substituirbaren E, Sm die Summe derselben bei stattfindendem Wirkungsbezug der r oder E, und R das Schwellenproduct der r, d. i. dasjenige Product derselben darstellt, bei welchem Sm null wird.

Diese Formeln lassen je nach Gleichheit oder Ungleichheit der r darin Vereinfachungen und nicht uninteressante mathematische Folgerungen zu, welche bezüglich Formel (5) im XX. Abschnitt der „Elemente" entwickelt sind, worauf ich jedoch hier nicht zurückkomme.

Von wesentlichen Bemerkungen bezüglich unserer Formeln überhaupt dürften noch folgende zurückzurufen sein.

Die Empfindungseinheit der Maßformel ist wie jede Maßeinheit an sich willkürlich, indem dafür jede E. angenommen werden kann, welche bei einem Reizwerthe stattfindet, der den Schwellenwerth in einem beliebig zu Grunde gelegten Verhältnisse übersteigt; doch wird man einen Einheitswerth vorziehen, welcher zu einer Vereinfachung der Formel führt. Nimmt man nun die Empfindungseinheit bei einem Reizwerthe gleich der Grundzahl der angewendeten Logarithmen, so wird, wie in „Elem." II. 19 gezeigt ist, $\varkappa = 1$, und nimmt man die Einheit des Reizes bei

seinem Schwellenwerthe, so wird auch $\rho = 1$ und erhält man die einfache Formel

$$s = \log r,$$

welche so lange für Folgerungen brauchbar ist, als der Schwellenwerth und mithin die Empfindlichkeit sich nicht ändert; wogegen die allgemeine Form der Formel maßgebend für den Vergleich solcher Fälle bleibt, wo die Empfindlichkeit verschieden ist, mithin ϱ verschiedene Werthe annimmt.

In der That hat die Maßformel das Interesse, daß sie ebenso brauchbar ist, die Abänderungen der Empfindungsgröße s nach Maßgabe der Abänderung der Reizgröße r bei constanter Empfindlichkeit, d. i. bei constantem Schwellenwerthe ϱ, als die Abänderung von s nach Maßgabe der Abänderung von ϱ bei constantem r, als endlich dieselbe bei gleichzeitiger Abänderung beider zu bestimmen.

Während der Unterschied zweier Empfindungen bei constanter Empfindlichkeit durch

$$s' - s, = \varkappa \log \frac{r'}{r,}$$

ausgedrückt wird, wird das Maßverhältniß zweier Empfindungen durch

$$\frac{s'}{s,} = \frac{\log r'}{\log r,}$$

ausgedrückt.

Von besonderer Wichtigkeit und besonderem Interesse ist ein Werth des Reizes, den ich Cardinalwerth desselben genannt habe, d. i. der Werth des Reizes, welcher den Schwellenwerth ρ im Verhältniß der Grundzahl der natürlichen Logarithmen = 2,71828 . . . übersteigt, sofern er maßgebend für die günstigste Vertheilung der Reize nach Raum und Zeit und noch in andern Beziehungen bedeutsam ist; worüber sich eingehende Erörterungen in „Elem." II. p. 47 ff. und 68 ff. finden.

Sowohl s als s'—s, als u können sowohl mit positiven als negativen Werthen auftreten. Der Empfindungsunterschied s'—s, so wie die Unterschiedsempfindung u wechseln bemerktermaßen das Vorzeichen, hiemit die Richtung, jenachdem der Größenunterschied der beiden r das Vorzeichen wechselt. Aber die absolute Größe einer einfachen Empfindung so wie einer Unterschiedsempfindung kann nicht die Richtung wechseln; doch treten diese psychischen Werthe in den auf sie bezüglichen Formeln (2) und (4)

mit negativem Vorzeichen auf, wenn r oder $\frac{r'}{r_{,}}$ unter ihren Schwellenwerth fallen. Nach der Bedeutung nun, welche die Mathematik dem negativen Vorzeichen in Anwendung auf absolute Größen beilegt, kann dies nichts anderes bedeuten, als daß die betreffenden psychischen Werthe für Werthe von r und $\frac{r'}{r_{,}}$ unter der Schwelle unmöglich werden, wie es der Natur der Sache entspricht. Negative absolute Größen sind eben unmögliche. Man hat den negativen psychischen Werthen in unseren Formeln diese Bedeutung, ja überhaupt eine Berechtigung und hiermit unsern Formeln, in denen sie keine andere Bedeutung haben können, die Gültigkeit absprechen wollen; ich komme also im folgenden Abschnitte ausdrücklich darauf zurück. Man verwechsele nur vorweg nicht, wie es mehrfach geschieht, eine negative E., wie sie in meiner Maßformel einem Reize unter der Schwelle zugehört, mit einer besonderen Art E., die es giebt oder nach mir geben soll; vielmehr bedeutet sie eine E. die es n i c h t giebt, weil es an der hinreichenden Bedingung dazu fehlt.

Je mehr nun an dieser Bedingung fehlt, desto größer wird der Abstand der E. von dem Puncte, wo sie wirklich wird, was sich dadurch repräsentirt, daß sie um so größere negative Werthe annimmt, je mehr der Reiz hinter der Schwelle zurückbleibt. Ist der Reiz von seinem Schwellenwerthe bis auf Null gesunken, so kann er nicht weiter sinken, und so erreicht auch die E. nach ihrer logarithmischen Abhängigkeit vom Reize beim Nullwerth desselben den größten negativen Werth, unter den sie nicht weiter sinken kann, d. i. einen unendlich negativen, den in der That die Maßformel für die E. s gibt, wenn r null wird, und hiemit die Bedingung des Wirklichwerdens der E. absolut schwindet. Ginge freilich die E. s dem r proportional, so müßte die Maßformel den Werth von $s = 0$ bei $r = 0$ geben. Eine solche Formel aber ist auf Grund der Erfahrungen überhaupt nicht herstellbar, wie sich weiterhin zeigen wird.

Nicht ohne Interesse ist, zu finden, wie in der Unterschiedsmaßformel der Gegensatz der Richtungen, welche eine Unterschiedsempfindung annehmen kann, mit dem Gegensatz zwischen Wirklichkeit und Abstand von der Wirklichkeit, den es doch auch für solche Empfindungen giebt, in consequentem Zusammenhange ausgedrückt wird, indeß in der Maßformel der Gegensatz der Vorzeichen nur den letzteren, in der Unterschiedsformel nur den ersteren Gegensatz bedeuten kann und bedeutet.

Bei Analyse der Fälle, welche sich der Unterschiedsmaßformel unterordnen, kann man eine Schwierigkeit darin finden, daß r′, $r_,$ beide unter ihrer Schwelle sein können, indeß doch das Verhältniß beider $\frac{r'}{r_,}$ die Verhältnißschwelle übersteigt, wonach ein U. zwischen Reizen empfunden werden kann, die selbst nicht empfunden werden, was zunächst absurd erscheint. Indeß habe ich schon „In Sachen“ p. 102 f. (triftiger als in „Elem.“ II. p. 101) gezeigt, daß vielmehr durch jene Folgerung einer thatsächlichen Forderung entsprochen wird. Beispielsweise: wenn das Tagesgeräusch, welches die Luft erfüllt, mit einem Werthe r′ unter der Schwelle ist, scheint uns Alles still; sinkt es alsdann plötzlich noch weiter unter die Schwelle bis zum Werthe $r_,$, so daß $\frac{r'}{r_,}$ die Verhältnißschwelle übersteigt, so haben wir die E. einer vermehrten Stille, ohne beidesfalls etwas von einem Schalle verspürt zu haben, indem wir das Dasein des Schalles nur noch mehr als vorher vermissen; dies ist der in der Formel vorausgesetzte Fall. Entsprechend können wir die E. einer vermehrten Reinheit der Luft mit dem Geruchsinne, oder einer vermehrten Reinheit des Geschmackes mit dem Geschmackssinne erhalten. Bei umgekehrtem Übergang von einem schwächeren zu einem stärkeren Geräusche unterhalb der Schwelle können wir auch die E. einer verminderten Stille oder stärkeren Anregung des Gehörssinnes erhalten, ohne daß sie zur bestimmten Wahrnehmung eines Schalles ansteigt u. s. f. Es ist aber bei der aufsteigenden Richtung in Rücksicht zu ziehen, daß ein, nach einem schwächeren Reize folgender stärkerer gar wohl eine Erregung über der Schwelle hervorrufen kann, die derselbe Reiz, in Continuität wirkend, nicht hervorgerufen hätte, sofern überhaupt, nach Contrastgesetzen, die ps.-ph. Erregung durch einen gegebenen Reiz je nach Vorausgehen einer stärkeren oder schwächeren Erregung schwächer oder stärker ausfällt; daher bei der aufsteigenden Richtung der spätere Reiz leichter die Schwelle übersteigen kann als bei der absteigenden.

Im Sinne der von mir vertretenen ps.-ph. Ansicht nehme ich an, daß in den Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes der Reiz r sich in proportionale Werthe der ps.-ph. Erregung E übersetzt, von welcher dann die E. s logarithmisch abhängt, wogegen im Sinne der physiologischen Ansicht sich der Reiz r in den Grenzen des Weberschen Gesetzes in logarithmisch davon abhängige Werthe E übersetzt, welchen dann die E. s einfach proportional geht; wonach für beide Ansichten die Beziehung von r zu s sachlich dieselbe bleibt, und folgerichtig zu derselben

Formel für diese Beziehung führen muß; nur die Vermittelungsweise zwischen r und s durch Zwischeneinschiebung von E wechselt je nach der Ansicht ihre Stelle und mithin Rolle.

Nach der ps.-ph. Ansicht können die vorigen Formeln für die Beziehung zwischen Reiz und Empfindung, welche wegen der Abweichungen vom Weberschen Gesetz nur von beschränkter Gültigkeit für die äußere Psychophysik sind, in streng gültige Formeln für die innere Psychophysik übersetzt werden, wenn man den Reiz r durch die ps.-ph. Erregung E ersetzt, indem die von Nebenumständen abhängigen Abweichungen vom Gesetze, welche die Versuche mit äußern Reizen in der äußern Psychophysik darbieten, für die unmittelbare Beziehung zwischen Empfindung und ps.-ph. Erregung in der inneren Psychophysik als wegfallend angesehen werden. Nach der physiologischen Ansicht, wenigstens so wie sie von Müller vertreten ist, hängt das Webersche Gesetz so wesentlich mit den Abweichungen davon zusammen, daß von einer reinen Übertragung desselben weder auf s noch E die Rede sein kann.

Ob der jedenfalls für Empfindungen von gleicher Qualität als constant anzunehmende Werth $\varkappa$ auch für Empfindungen von verschiedener Qualität constant bleibe, ist noch nicht entschieden; die Schwelle ρ anlangend, so kann sie, auf den äußern Reiz bezogen, selbst für dieselbe Qualität der Empfindung und bei demselben Individuum je nach der Empfindlichkeit wechseln, indem die Verhältnisse der Übertragung in das Innere wechseln; wogegen sie, auf die ps.-ph. Erregung bezogen, möglicherweise zwar auch nach der Qualität der Empfindung wechseln kann, für die innere Psychophysik aber als constant für dieselbe Art von Empfindungen anzusehen ist.

In den vorigen Formeln ist nur die Thatsache der Reizschwelle und Unterschiedsschwelle oder der damit von selbst gegebenen Verhältnißschwelle, nicht aber der Mischungsschwelle (S. 179 f.) berücksichtigt. Sofern nun doch jeder während des Wachens neu zutretende Reiz den Menschen schon durch ein Spiel verschiedenartiger äußerer und innerer Anregungen beschäftigt findet, oder nach einem kurzen Ausdrucke zu einer schon vorhandenen Erregungsmischung hinzutritt, übersetzt sich streng genommen die Unterschiedsschwelle und zugehörige Verhältnißschwelle in eine entsprechende Mischungsschwelle, ohne daß Grund ist, die Formeln dadurch abgeändert zu halten; indem wir nur die eine Schwelle für die andere zu substituiren haben. Sollte aber doch dieser Ersatz zu einer bis jetzt noch nicht theoretisch bestimmbaren Abänderung führen, so würden wir immer zu sagen haben, daß nach Maßgabe als

die neu zutretenden Reize die vorhandene Erregungsmischung in stärkerem Verhältnisse übersteigen, auch die Unterschiedsmaßformel reiner zur Geltung kommen muß, mit Rücksicht, daß die Größe der in diese Formel eingehenden Verhältnißschwelle in Proportion mit den Reizen wächst. Und da die auf die Reizschwelle und Unterschiedsschwelle bezüglichen Gesetze, welche durch unsere Formeln in eine mathematische Form gebracht werden, durch Erfahrungen gewonnen sind, bei denen sich das Bedürfniß der Mitrücksicht auf eine besondere Mischungsschwelle nicht herausgestellt hat, so konnte auch von einer solchen in den betreffenden Formeln abstrahirt werden.

Nimmt man nun aber doch auf die bei jeder neu eintretenden Reizung schon vorhandene, im Wachen irgendwie über der Schwelle befindliche, Erregungsmischung Rücksicht, so wird damit weder das Princip der Reizschwelle noch die Reizschwelle selbst beseitigt, denn es bleibt nach wie vor wahr, daß, wenn der gegebene Reiz nicht eine bestimmte Größe überschreitet, sein Dasein nicht erkannt wird, doch wird dabei streng genommen eine Complication des Princips der Reizschwelle mit dem Princip der Mischungsschwelle anzuerkennen sein, und für Fälle der Wirklichkeit der Schwellenwerth der ps.-ph. Erregung nicht mehr absolut constant, sondern als mit abhängig von der Art und Stärke der Mischung anzusehen sein, welcher die Erregung zuwächst. Nach Maßgabe aber als die Mischung zurücktritt, muß auch das einfache Schwellengesetz reiner hervortreten, das überhaupt dem Gesetz der Mischungsschwelle nicht sowohl coordinirt als im Sinne eines besonderen Falles subordinirt ist.

Bei Auffassung äußerer Reize, sowie bei rein inneren psychischen Phänomenen spielt die Aufmerksamkeit eine große Rolle; und zunächst kann man die vorigen Formeln als gültig bei Gleichhaltung der Aufmerksamkeit annehmen. Nun lassen sich aber die vorigen Formeln mittelst Übertragung in die innere Psychophysik auf die Aufmerksamkeit selbst anwenden, und indem man diese Anwendung mit der Anwendung auf die Phänomene, welche der Aufmerksamkeit unterliegen, in angemessener Weise combinirt, kann man jene Beschränkung fallen lassen, sofern man auf solchem Wege zusammengesetzte Formeln gewinnt, welche den zusammengesetzten Erfolg der Wirkung der Reize oder ps.-ph. Erregung mit der Wirkung derjenigen Erregung, welche der Aufmerksamkeit selbst unterzulegen ist, ausdrücken. Hiervon aber wird in einem besonderen Abschnitt (XIX.) die Rede sein.

2) Müllers kritische Bemerkungen.

Zur Anknüpfung von Müllers Bemerkungen habe ich mit einigen Worten auf die specielle Begründungsweise der Maßformel (2) zurückzukommen.

Wie oben bemerkt, läßt sich dieselbe in zwei Weisen aus dem Weberschen Gesetze ableiten, welche beide zunächst auf die Formel

$$s = \varkappa \log r + \text{Const.} \cdots (2.a)$$

führen[1]).

Zur Bestimmung der Constante habe ich das Zusammentreffen eines empirischen und mathematischen Gesichtspunctes benutzt. Ersteren anlangend, so beweist die Thatsache der Reizschwelle, daß die Empfindung, um auf Null herabzukommen, nicht wartet bis der Reiz auf Null herabgekommen ist, sondern daß sie schon bei einem endlichen Grade des Reizes, der sog. Reizschwelle, erlischt. Daß die gegen die Thatsache der Reizschwelle erhobenen Einwände allgemein gesprochen nicht stichhaltig sind, ist S. 178 f. gezeigt; aber gesetzt, sie bliebe aus empirischem Gesichtspuncte zweifelhaft, und mehr läßt sich doch keinesfalls sagen, so habe ich zweitens in den „Elem." (II. Abschn. p. 17) gezeigt, daß man nur mit Zuziehung derselben überhaupt aus dem Weberschen Gesetze zu einer brauchbaren Formel gelangt. In der That, wollten wir in voriger Formel $s = 0$ setzen, wenn $r = 0$, d. h. die Thatsache der Reizschwelle, nach welcher s vielmehr bei einem endlichen Werthe von $r =$ null wird, nicht gelten lassen, so würden wir zur Bestimmung der Constante haben

$$0 = \varkappa \log 0 + \text{Const.}$$

Da nun $\log 0 = -\infty$, so fände sich $\text{Const.} = \varkappa\, \infty$, mithin

$$s = \varkappa \log r + \infty$$

d. h. wir erhielten für einen endlichen Werth des Reizes r einen unendlichen Werth der Empfindung s. Setzen wir hingegen, daß s bei dem endlichen Werthe ρ des Reizes r gleich null wird, so erhalten wir

1) Dies leuchtet aus der Darstellung in „Elem." II. p. 38 betreffs der zweiten Ableitungsweise nicht unmittelbar ein. Man hat nämlich dort:

$$\gamma - \gamma' = f\left(\frac{\beta}{\beta'}\right) = k \log \frac{\beta}{\beta'} = k\,(\log \beta - \log \beta')$$

mithin

$$\gamma = k \log \beta - k \log \beta' + \gamma'$$

β' aber ist, wenn man zur Gewinnung der Maßformel in voriger Formel nur einen beider Reize variabel nimmt, eben so wie das zugehörige γ' constant, mithin auch $- k \log \beta' + \gamma' = \text{Const.}$, was sich bei unseren jetzt gebrauchten Bezeichnungen in

$$s = \varkappa \log r + \text{Const.}$$

übersetzt.

$$0 = \varkappa \log \rho + \text{Const.}$$

hienach
$$\text{Const.} = - \varkappa \log \rho$$

$$s = \varkappa (\log r - \log \rho) = \varkappa \log \frac{r}{\rho} \cdots (2)$$

welches unsere Maßformel ist.

Nun gelangt zwar Müller vom Weberschen Gesetze aus auf einem, mit meinem zweiten ganz ähnlichen oder vielmehr principiell damit übereinstimmenden, Wege zu ganz derselben Formel

$$s = \varkappa \log r + \text{Const.} \cdots\cdots (2.a)$$

als ich; findet doch aber an meiner Ableitung allerlei auszusetzen, indem er (p. 228 Anmerk.) sagt: „Bedenklich finde ich die bekannte Fechnersche Ableitung, welche von der Voraussetzung ausgeht, daß die eben merklichen Empfindungs- und Reizzuwüchse als Differenzialgrößen angesehen werden könnten. Fechner (Ps. II. p. 34 ff.) giebt noch eine andere, unserer obigen Entwickelung sehr ähnliche Ableitung; doch nimmt er dabei die Thatsache der Reizschwelle mit zu Hülfe, ohne deren Zuziehung sich, wie Fechner irrthümlich behauptet, das logarithmische Abhängigkeitsverhältniß zwischen Empfindungsintensität und Reizstärke nicht ableiten lasse, es sei denn, daß man sich dazu verstehe, die eben merklichen Reize und Empfindungszuwüchse als Differenzialgrößen zu betrachten".

Gegen diese Kritik aber muß ich mich, abgesehen davon, daß ich nicht eine der Müllerschen sehr ähnliche, sondern Müller eine der meinigen sehr ähnliche Ableitung giebt, in jeder Beziehung erklären.

Erstens, da sich meine beiden Ableitungsweisen im Resultate mit einander und mit Müllers Resultate decken, hiemit durch ihr übereinstimmendes Resultat gegenseitig controliren, so hätte Müller zu seinem Bedenken gegen die erste meiner Ableitungsweisen auch einen Grund dieses Bedenkens zu fügen Anlaß gehabt. Meinerseits kann ich einen solchen Grund nicht finden, denn, hat man sich einmal entschlossen, — und hierauf geht doch Müller selbst ein — die Empfindungen als von den Reizgrößen abhängige Größen gelten zu lassen und zu behandeln, so wüßte ich nicht, was hindern könnte, auch die Abhängigkeit ihrer Differenziale von einander im Sinne der Erfahrungen, die sich an kleinen Zuwüchsen machen lassen, einzuführen. Ja wie kann Müller Bedenken hiegegen äußern, da in seiner sog. corrigirten Fundamentalformel, welche ich unten anführe, die kleinen Zuwüchse von Empfindung und Reiz nicht minder als Differenziale auftreten, wie in meiner einfachen. Nun ist der Unterschied nur der, daß ich aus meiner

Differenzialformel eine endliche Maßformel, Müller umgekehrt ableitet; aber das ist bloß ein formaler Unterschied; die Erfahrungsthatsachen, von denen die eine und andere Ableitungsweise ausgeht, bleiben wesentlich dieselben, und das Webersche Gesetz tritt dabei nur in verschiedener Form auf.

Zweitens. Sowohl bei der ersten Ableitungsweise als bei der zweiten habe ich in den „Elem." besonders gezeigt, daß die Ableitung einer brauchbaren Maßformel nur unter Zuziehung der Thatsache der Reizschwelle gelingt. Wie kommt nun Müller dazu, mich sagen zu lassen, daß ich bei der ersten Ableitungsweise dieser Zuziehung entbehren könne. Das ist ja gerade das Gegentheil von dem, was sich bei mir findet.

Drittens. Wie kann Müller selbst aus der Formel (2.a), zu welcher er (p. 228) wie ich auf Grund des Weberschen Gesetzes gekommen, eine bestimmte Maßformel ableiten, wenn nicht unter Zuziehung der Thatsache der Reizschwelle, und wie kann er also meine Behauptung in Betreff dieser Nothwendigkeit für irrthümlich erklären, ohne seinen Widerspruch irgendwie begründet oder nur motivirt zu haben. Damit, daß er sich selbst einer Bestimmung der Constante überhebt — und in der That geht er auf gar keine Untersuchung darüber ein —, ist man doch nicht dieser Untersuchung und Bestimmung überhoben.

Möglich zwar, daß er die Beziehung auf die Schwelle zur Bestimmung der Integrationsconstante (eben so wie sein Namensverwandter Müller von Goding in den „Axiomen der Pſ." p. 27 ff.) dadurch glaubt umgehen zu können, daß er einen endlichen Empfindungswerth s_0 bei dem endlichen Reizwerth r_0 zur Constantenbestimmung einführt, was giebt

$$s - s_0 = \varkappa \log \frac{r}{r_0} = \varkappa (\log r - \log r_0)$$

Aber hiemit entgeht man der Constantenbestimmung durch die Schwelle nur scheinbar; denn soll die vorige Formel allgemein gelten, so muß sie auch für $s_0 = 0$ gelten, und wollte man hierbei r_0 null setzen, mithin das Schwellengesetz nicht gelten lassen, so würde man den Unterschied s von Null, d. i. s selbst $= \infty$ erhalten, da $\log \frac{r}{0} = -\infty$ ist; also kann s_0 nur bei einem endliche Werthe r des Reizes null sein; und so besteht die Constantenbestimmung durch Setzung von $s = s_0$ bei $r = r_0$ nur solidarisch mit der Setzung von $s = 0$ bei einem endlichen Werthe des Reizes r, d. i. mit der Constantenbestimmung durch die Schwelle.

Außerdem giebt vorige, wesentlich mit der Unterschiedsformel übereinkommende, Formel bloß den Werth des Unterschiedes zweier Reize s, s_0; es können sich aber zwei Empfindungen nicht im Maße unterscheiden, wenn nicht auch eine Maßbestimmung für sie selbst besteht, und hiezu gelangt man nur durch eine Constantenbestimmung mit Bezug auf die Schwelle, wogegen die Bestimmung durch Setzung von $s = s_0$, wenn $r = r_0$, die Aufgabe des einfachen Empfindungsmaßes ungelöst läßt.

Nun könnte man im Sinne der sog. Differenzansicht („In Sachen" p. 113 ff.) vielleicht sagen, daß einfache Empfindungen überhaupt nicht für sich, sondern nur in sofern sie von andern unterschieden werden, also als Componenten von Unterschiedsempfindungen, bestandfähig sind. Aber abgesehen von dem, was sich hiergegen überhaupt sagen läßt, bezieht sich die Unterschiedsformel, mit welcher bemerktermaßen die vorige Formel sachlich übereinkommt, gar nicht auf Unterschiedsempfindungen, sondern Unterschiede zwischen Empfindungen, welche rücksichtslos auf eine Empfindung ihres Unterschiedes bestehen, wonach darauf zurückzukommen ist, daß Unterschiede nicht gemessen werden können, ohne eine Meßbarkeit dessen, wozwischen sie bestehen.

Wenn schon also die Constantenbestimmung der vorigen Formel (2.a) durch Beziehung auf einen Werth über der Schwelle zur Begründung der Unterschiedsformel recht wohl geschehen kann, erspart sie doch nicht die Constantenbestimmung durch Beziehung auf die Schwelle zur Begründung einer Maßformel, aus der sich dann die Unterschiedsformel auch ohne Rücksicht auf erstere Constantenbestimmung ableiten läßt, wogegen die Maßformel nicht umgekehrt aus der Unterschiedsformel ohne Rücksicht auf die Schwelle ableitbar ist.

Inzwischen dürften Erwägungen voriger Art Müller selbst nahe genug gelegen haben, und so glaube ich, daß der eigentliche Grund, weßhalb Müller sich überhaupt der Constantenbestimmung in Formel (2.a) entzogen hat, vielmehr dieser ist. Natürlich hat es Müller so wenig als mir entgehen können, daß die Bestimmung der Constante in dieser Formel nicht durch Setzung von $s = 0$ bei $r = 0$ geschehen könne, und daß man, um überhaupt endliche Werthe für s bei endlichen Werthen von r zu erhalten, $s = 0$ bei einem endlichen Werthe von r setzen, d. h. einen Schwellenwerth von r zugestehen müsse. Aber damit ist solidarisch, daß s bei Werthen von r unterhalb des Schwellenwerthes negative Werthe annimmt, und da er negative Empfindungswerthe für absurd hält (p. 373), so muß ihm natürlich auch diese Bestimmungsweise der Constante absurd erscheinen. Also unterläßt er die-

selbe in der, aus dem Weberschen Gesetze abgeleiteten, Formel (2.a) lieber ganz, und hält sich daran, das Webersche Gesetz sei ja überhaupt kein triftiges Gesetz, und die darauf gegründete Maßformel durch eine andere, seine sog. corrigirte Maßformel, auf die ich später komme, zu ersetzen. Aber was erreicht er damit? Näher zugesehen führt diese Formel nicht minder nothwendig zur endlichen Reizschwelle und zu negativen Empfindungswerthen unterhalb derselben, als meine auf das reine Webersche Gesetz gegründete Maßformel, was sich in der Unbestimmtheit, die Müller seiner Formel gegeben, vor ihm selbst versteckt haben mag, aber S. 204 f. einfach und evident genug herausstellen lassen wird. Wonach jedenfalls dieser Grund, in den fundamentalen Formeln von dem reinen Weberschen Gesetze abzugehen, illusorisch ist. Und nachdem solchergestalt negativen Empfindungswerthen überhaupt nicht zu entgehen ist, wird man, statt sie von vorn herein für absurd zu erklären, sich nach einer vernünftigen Deutung derselben umzusehen haben, wie man denn eine solche auch zwanglos im obigen Zusammenhange meines Systems finden kann.

Hienach komme ich auf die Frage zurück, wiefern das, nur an empfundenen Unterschieden bewährbare, Webersche Gesetz auf Empfindungsunterschiede übertragen werden dürfe, wie das allerdings von vorn herein bei Aufstellung der Formel (1) geschehen ist, mit welcher die übrigen zusammenhängen. Nun habe ich schon „In Sachen" p. 46 einen hierauf bezüglichen Einwand Herings wesentlich so beantwortet. Die Größe, welche ein Unterschied beim Versuche zu haben scheint, d. i. der empfundene U. u, kann von zweierlei abhängig gedacht werden, erstens von der Größe des wirklichen U., d. i. des Empfindungsunterschiedes, zweitens von inneren und äußeren Nebenumständen, welche in den Verhältnissen begründet liegen, unter denen sich die Reize, respectiv ps.-ph. Erregungen zu einander befinden. Werden aber bei den Versuchen über das Webersche Gesetz die Nebenumstände möglichst gleich gehalten oder ihr Einfluß eliminirt, so kann die Constanz des scheinbaren, des empfundenen U. nur von der Constanz des wahren, des Empfindungsunterschiedes abhängen. Aufgabe einer jeden guten Versuchsreihe in diesem Felde aber ist, die Nebenbedingungen, die auf Abänderung des empfundenen U. Einfluß haben können, durch die ganze Versuchsreihe möglichst gleich zu halten oder ihren Einfluß zu eliminiren. Und wenn dies nicht überall vollkommen gelingt oder gar durch die abgeänderten Reizverhältnisse selbst auch abgeänderte Nebenumstände heraufbeschworen werden sollten, so können hierdurch wohl empirische Störungen des

Weberschen Gesetzes, woran es in der That nicht fehlt, bedingt sein, aber nicht die Übertragbarkeit des Gesetzes, *so weit es sich für möglichst gleich gehaltene oder eliminirte Nebenumstände bestätigt*, in Frage gestellt sein. Weitere Ausführungen hierzu kann man noch „In Sachen" p. 47 ff. finden.

Müller freilich findet sich mit all' dem nicht befriedigt; sondern erhebt (Rec. p. 815) folgenden Einwand: „Wenn es sich darum handelt, ob gleich merkliche Empfindungszuwüchse, die zu Empfindungen verschiedener Intensität hinzukommen, gleich groß seien, so ist doch vor Allem zu fragen, ob nicht auch die absolute Empfindungsintensität selbst als ein Nebenumstand zu betrachten sei, welcher die Merklichkeit eines Empfindungszuwuchses beeinflußt"; und weiter (p. 816): „Offenbar handelt es sich hier zunächst darum, ob man im Stande ist, mit Sicherheit die Frage zu entscheiden, in welchem Verhältniß der empfundene U. zu dem Empfindungsunterschiede stehe, und ob insbesondere bei diesem Abhängigkeitsverhältnisse nicht auch die absolute Empfindungsstärke oder die derselben zu Grunde liegende physische Intensität des Sinnesreizes und der Nervenerregung als ein wichtiger Nebenumstand von Einfluß wird."

Ich gestehe, daß mir dieser Einwand unklar geblieben ist. Das, worum es sich nach Müller zunächst handelt, ist meines Erachtens eben nur die Frage selbst, die sich durch obige Betrachtung entscheidet. Und wie kann Müller dabei etwas, um was die Frage selbst geht, als Nebenumstand geltend machen wollen. In der That, nach Aussage der Erfahrung bleibt sich die Unterschiedsempfindung gleich, wenn das *Verhältniß* der Reize sich gleich bleibt, und die Frage ist, ob dies für Unterschiedsempfindungen bewährbare Gesetz bei Wegfall von Nebenumständen auf Empfindungsunterschiede übertragbar sei.

Nun aber kann das Verhältniß der Reize sich bei der allerverschiedensten absoluten Größe der Reize gleich bleiben; und die Verschiedenheit der absoluten Größe der Reize kommt also hiebei nicht als Nebenumstand sondern als *wesentliches Ingrediens des Gesetzes* selbst in Betracht, das ja gar nicht allgemein bezüglich des Reizverhältnisses als Gesetz bestände, ohne eo ipso die Gleichgültigkeit der absoluten Größe der Reize einzuschließen.

Aber vielleicht treffe und beseitige ich zugleich Müllers Einwand in folgender Weise.

Sei ein U. einerseits zwischen zwei Reizen a, b, andererseits zwischen zwei Reizen α und β beobachtet, so findet sich, in so weit das Webersche Gesetz gilt, zunächst nur der *empfundene* U. gleich, wenn

bei abgeänderten Reizen a, b und α, β die Verhältnisse $\frac{a}{b}$ und $\frac{\alpha}{\beta}$ gleich bleiben. Aber — so glaube ich allenfalls Müller zu verstehen — der Empfindungsunterschied, den wir nicht unmittelbar beobachten können, könnte außer von den Verhältnissen $\frac{a}{b}$, $\frac{\alpha}{\beta}$ auch noch von den absoluten Größen a, b und α, β abhängen, also der Empfindungsunterschied nur gleich sein, wenn

$$f\left(a, b, \frac{a}{b}\right) = f\left(\alpha, \beta, \frac{\alpha}{\beta}\right)$$

ist. Aber, welche Function man auch unter f verstehen will, so kann nach voriger Formel derselbe Empfindungsunterschied allgemein nur unter einer von folgenden beiden Voraussetzungen bestehen: entweder daß außer der Gleichheit zwischen $\frac{a}{b}$ und $\frac{\alpha}{\beta}$ auch Gleichheit zwischen a und α, b und β bestehe, oder daß die Gleichheit des Empfindungsunterschiedes überhaupt unabhängig von den absoluten Werthen a, b und α, β sei. Erstere Voraussetzung kann aber nicht bestehen, denn wenn Gleichheit der absoluten Werthe a mit α, b mit β zur Gleichheit des Empfindungsunterschiedes gehörte, so müßte sie auch zur Gleichheit des empfundenen Unterschiedes gehören, da erstere jedenfalls in die Bestimmung der Größe des letzteren mit eingeht. Also bleibt man auf die zweite Voraussetzung gewiesen, welche nichts anderes als die von mir vertretene ist.

Gesetzt übrigens, man wollte die Übertragbarkeit des Weberschen Gesetzes von Unterschiedsempfindungen auf Empfindungsunterschiede zunächst nur als die einfachste Hypothese gelten lassen, so kommt man, wie unter voriger Nummer gezeigt, im Ausgange von der Formel

$$ds = \varkappa \frac{\partial r}{r},$$

durch eine demgemäße Constantenbestimmung sowohl zur Maßformel und damit zusammenhängenden Unterschiedsformel, welche für Empfindungen und Empfindungsunterschiede gelten, als zur Unterschiedsmaßformel, welche das Webersche Gesetz in seiner erfahrungsmäßigen Bedeutung für empfundene Unterschiede repräsentirt, und es stellt sich so ein mathematischer Zusammenhang zwischen allen diesen Formeln her. Nun könnte man fragen, warum also nicht bei der Unterschiedsmaßformel als unmittelbarem Ausdruck des Weberschen Gesetzes für Unterschiedsempfindungen stehen bleiben? Aus zwei Gründen nicht, einmal weil ohne Übersetzung des Gesetzes für Unterschiedsempfindungen in ein solches

für Empfindungsunterschiede keine Maßformel für einfache Empfindungen zu erlangen war, zweitens weil die Unterschiedsmaßformel selbst nur unter Mitzuziehung der elementaren Formeln, die aus jener Übersetzung fließen, ihre volle Begründung finden kann; denn man darf nicht aus der Acht lassen, daß sie mehr als den Ausdruck des Weberschen Gesetzes enthält, sofern sie nicht bloß ein Gleichbleiben der Unterschiedsempfindung bei Gleichheit des Reizverhältnisses (unter Gleichheit der Nebenumstände) aussagt, und insofern allerdings den Ausdruck für das Webersche Gesetz einschließt, sondern auch maßgebend für die Änderung der Unterschiedsempfindung mit Änderung des Reizverhältnisses ist.

3) Müllers sog. corrigirte Formeln.

Wenn schon Müller die Ableitbarkeit der Formel

$$s = \varkappa \log \frac{r'}{r} + \text{Const} \cdots (2.\ a)$$

aus dem Weberschen Gesetze nicht nur zugesteht, sondern selbst reproducirt, legt er doch, wie oben bemerkt, der Formel keine fundamentale Bedeutung bei, weil er dem Gesetze selbst, aus dem sie fließt, keine solche beilegt, sondern es, in Rücksicht der, in der äußeren Psychophysik so vielfach vorkommenden, Abweichungen von demselben, für ein ganz precäres hält, was für die innere Psychophysik keine maßgebende Bedeutung habe, und für die äußere nach den vorliegenden Thatsachen durch folgendes (p. 225) zu ersetzen sei.

„Bei allmälig wachsender Reizstärke nimmt die relative Unterschiedsempfindlichkeit in verschiedenen Sinnesgebieten, z. B. auch im Gebiete des Drucksinnes, zunächst zu, erreicht bei gewisser Reizintensität ein Maximum und nimmt dann, nachdem sie dieses Maximum erreicht hat, bei fortgesetzter Steigerung der absoluten Reizstärke allmälig wieder ab."

Aber wenn Müller einmal, rücksichtslos auf die Gründe der Abweichungen, das Gesetz rein empirisch festgestellt haben will, so fehlt die empirische Bestätigung seines Gesetzes bald von dieser bald von jener Seite her; für den Schall ist in den bisherigen Versuchen weder eine solche nach Unten noch nach Oben bestimmt nachzuweisen, für die Augenmaßversuche liegt nach Unten nur eine fast verschwindende vor (vergl. Abschn. XII. a), und weder für diese noch die Gewichtsversuche ist eine Abweichung nach Oben erwiesen; eine entschiedene nach beiden Seiten zugleich überhaupt nur für die Lichtversuche; und ich zweifle zwar nicht, daß es überall nach Oben wie Unten Abweichungen vom Gesetze giebt,

aber nicht nach vorliegenden Erfahrungen, welche überall zu Müllers Erfahrungsgesetze führten, sondern nur nach theils erweislichen, theils überall vorauszusetzenden Gründen der Abweichung. Will man aber aus allen, nach Beschaffenheit der störenden Umstände wechselnden, Abweichungen so zu sagen einen Kern als Ausgangspunct von allen herausschälen, so wird niemand auf ein anderes als das Webersche Gesetz kommen können; indeß Müller durch Einführung der alsbald zu besprechenden Formeln einer solchen Aufgabe von vorn herein einen principiellen Riegel vorschiebt.

Schon oben (S. 151) habe ich vorgreiflich dieser Formeln in diesem Sinne gedacht; es wird jetzt etwas näher darauf einzugehen sein.

Wie nun wäre es, wenn jemand dem Gesetze der Schwere keine fundamentale Gültigkeit für die Fallbewegung beilegte, und die bekannten darauf bezüglichen einfachen Formeln als unrichtig corrigirte, weil sie die Abweichungen vom Gesetze nicht in sich aufnehmen, weil das Gesetz, außer beim ganz exceptionellen Falle in absoluter Luftleere niemals genau zutrifft, der Luftballon, der Dampf sich gar in die Luft erheben, die untern Theile der Zimmerdecke nicht herabfallen u. s. w. Auf ganz denselben Standpunkt aber versucht uns Müller betreffs des Weberschen Gesetzes mit seinen Formeln zu stellen, d. h. anstatt die Complication mit Nebenbedingungen, der es unterliegt, zu analysiren, soweit es möglich ist, erklärt er die ganze Complication für das, woran man sich in der Empirie zu halten und wovon man in der Theorie auszugehen habe, und stellt unbestimmte Formeln auf, welche dem Bedürfniß in dieser Hinsicht entsprechen sollen. Man frage sich aber, was aus empirischer und theoretischer Betrachtung der Fallbewegungen herauskommen würde, wenn man die entsprechende Behandlung darauf anwenden wollte.

In der That stellt Müller, um mit dem Weberschen Gesetze auch dessen Abweichungen durch eine allgemeinere Formel als meine auf das Gesetz gegründete Maßformel zu repräsentiren, statt dieser folgende Formel als sog. „corrigirte Maßformel“ auf (p. 229):

$$s = \varkappa \log \varphi\,(r).$$

Aus dieser leitet er durch Differenzirung die folgende als „corrigirte Fundamentalformel“ ab:

$$\partial s = \frac{\varkappa\,\varphi'\,(r)\,\partial r}{\varphi\,(r)}$$

und erklärt hienach: „diese beiden Formeln sind diejenigen, welche an

Stelle der Maßformel und Fundamentalformel Fechners zu treten haben".

Factisch freilich werden meine, auf das wegen der Abweichungen corrigirte Gesetz bezogenen Formeln durch seine wegen derselben uncorrigirten weder ersetzt noch vertreten, und statt auf eine fundamentale Bedeutung hin corrigirte Formeln darin sehen zu können, hat man vielmehr uncorrigirte unbestimmte Abweichungsformeln darin zu sehen. Müller macht nun ausgedehnten Gebrauch von diesen Formeln, nirgends aber habe ich den Nutzen dieses Gebrauchs einsehen können, sondern nur den Nachtheil, Aufgaben, die sich bestimmter fassen und behandeln ließen, ins Unbestimmte zu ziehen, im Unbestimmten zu halten, und der Prüfung durch Erfahrung den bestimmten Anhalt zu entziehen.

Unstreitig lag der Aufstellung seiner Formeln der Gesichtspunct unter, darin einen Anhalt zur Anknüpfung allgemeinerer Betrachtungen über das Verhältniß von Reiz und E. zu geben, ohne schon in jeder Beziehung an bestimmte Voraussetzungen darüber gebunden zu sein, was man sich ja gern gefallen ließe, wenn nicht der Vortheil der Allgemeinheit in dem Nachtheil der Unbestimmtheit wieder verloren ginge. Allgemeinheit und Unbestimmtheit fallen aber doch nicht schlechthin zusammen. Die Formel $y^2 = R^2 - x^2$ ist die allgemeinstmögliche, die sich vom Kreise geben läßt; indem man dem allerdings unbestimmt gelassenen R nur alle möglichen Werthe zu geben braucht, um alle Kreise zu haben. Hingegen sind $y^2 = \varphi(x^2)$ oder $= \varphi(R^2, x^2)$ oder selbst $= \varphi(R^2 - x^2)$ Formeln, die in unbestimmter Weise über die Repräsentation des Kreises hinausführen, und das Entsprechende gilt von $\varphi(r)$ in Müllers corrigirten Formeln, bezüglich dessen, was sie zu repräsentiren haben. Das r in $\varphi(r)$ kann noch in allerverschiedenster Weise mit Constanten als ar, $\frac{r}{a}$, a^r, $\frac{a+r}{b+r}$ u. s. w. u. s. w. combinirt gedacht werden. Nun zählt zwar Müller (p. 229 ff.) einige, aus Erfahrungen in der äußeren Psychophysik entnommene gesetzliche Bestimmungen zwischen Reiz und E. auf, nach denen das φ seiner Formeln näher zu bestimmen sei, aber nur als Forderungen, ohne eine nähere Bestimmung von φ selbst danach vorzunehmen, wodurch die Formel auf die Grenzen dieser Forderungen eingeschränkt würde, und ohne die solidarische Erfüllbarkeit aller durch irgendwelche Form von φ zu beweisen oder auch nur an einem Beispiel zu erläutern. Unserseits können wir die Augenmaßversuche wie Gewichtsversuche, nach Delboeuf auch die Lichtversuche (bis zum Merklichwerden der oberen Abweichung), durch bestimmte Zuziehung

einer Constante zu dem übrigens festgehaltenen Ausdruck des bestimmten Weberschen Gesetzes auf Grund einer vernünftigen Annahme für die untere Abweichung repräsentiren; und die Schallversuche Volkmanns und Nörrs, die Lichtversuche Dobrowolskys („In Sachen" p. 160) repräsentiren sich sogar ohne solche Zuziehung. In Müllers sog. corrigirten Formeln geht diese ganze Bestimmtheit unter. Dazu schließt seine Maßformel bei aller ihrer Unbestimmtheit eine willkürliche Beschränktheit ein, denn von vorn herein sieht man nicht ein, und Müller hat gar nichts gethan, seine Wahl zu motiviren, warum statt Müllers $s = \varkappa \log \varphi (r)$ nicht vielmehr $s = \varkappa \varphi (\log r)$ zu stehen hätte.

Möchte sich nun auch noch gegen diese formalen Einwürfe eine Erwiederung in allgemeinen Ausdrücken finden lassen, so steht aber Müller noch der schwerste Einwurf bevor, ein sachlicher, dessen ich oben schon vorgreiflich gedachte.

Müller läßt nach seiner Vertretungsweise der physiologischen Ansicht keine negativen Empfindungswerthe zu. Nun kommt man aber zu solchen in der auf das reine Webersche Gesetz gegründeten Maßformel (2). Also läßt Müller das reine Webersche Gesetz, hiemit die Maßformel (2) nicht gelten, sondern führt dafür seine corrigirte Maßformel ein. Daß es aber eine Täuschung ist, damit die negativen Empfindungswerthe los zu werden, läßt sich leicht wie folgt zeigen.

Zuvörderst wird nach Müllers corrigirter Maßformel die E. s ebenso gut schon bei einem endlichen Reizwerthe r null, als nach meiner, auf das reine Webersche Gesetz gestützten Maßformel. Denn setzen wir einmal, die E. werde vielmehr bei einem Nullwerth des Reizes null, so geht Müllers Formel für diesen Fall über in

$$0 = \varkappa \log \varphi (0)$$

Nun ist $\varphi (0)$, weil die Variable r darin fehlt, eine Constante; also

$$0 = \varkappa \log \text{Const.}$$

Diese Formel ist aber in sich widerspruchsvoll, denn von endlicher Größe kann Const. und mithin log Const. nicht sein, weil damit der Null auf der ersten Seite der Gleichung nicht entsprochen würde. Gleich Null aber kann Const. eben so wenig sein, weil $\log 0 = -\infty$, und wir dann hätten

$$0 = -\infty$$

Also bleibt nichts übrig, als für $s = 0$ dem Werthe r einen endlichen Werth zu geben.

Kommt nun die, mit r absteigende, E. s schon bei einem endlichen Werthe von r, also bei einem Schwellenwerthe ρ, auf Null herab, so kann sie bei noch weiterem Sinken von r ohne Verletzung der Conti-

nuität nicht null bleiben, noch in Widerspruch mit der Erfahrung wieder wachsen; also bleibt wieder nichts übrig, als sie mit Sinken von r unter die Schwelle ρ in negative Werthe übergehen zu sehen.

Daß dieses Resultat einen Bruch in das ganze System von Müllers Vertretung der physiologischen Ansicht durch seine corrigirten Formeln bringt, und seine Bestreitung meines gegenüberstehenden Systemes bezüglich eines der wesentlichsten Puncte in einen Widerspruch gegen das eigene System verkehrt, leuchtet, denk' ich, bei einiger Überlegung ohne Schwierigkeit ein.

Aber vielleicht entschließt sich Müller, hienach selbst seine Zuflucht zu einem Auswege zu nehmen, den er vielmehr der ps.-ph. Ansicht hat octroyiren wollen. Auf p. 373, 374 und darauf zurückkommend in Rec. p. 836 macht nämlich Müller geltend, daß man nicht einmal im Sinne der ps.-ph. Ansicht vom Weberschen Gesetze genöthigt sei, auf negative Empfindungswerthe zu kommen, weil eine Formel zu Gebote stehe, die, falls man die ps.-ph. Ansicht halten wolle, meiner darauf bezüglichen Maßformel zu substituiren sei, eine Formel, „welche für alle Werthe von E, die $>$ 1 sind, ganz dieselben Werthe von s giebt, wie Fechners ps.-ph. Gesetz, hingegen für diejenigen Werthe von E, welche $<$ 1 sind, ebenso wie für den Werth s = 1 keine negativen Empfindungsgrößen, sondern nur den Nullpunkt der Empfindungen ergiebt"[1]. Die Formel ist diese:

$$s = \frac{2 \varkappa \log E}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin x \cos x \cdot \frac{dx}{x}}{E}$$

worin als Einheit von E der Schwellenwerth der ps.-ph. Erregung gilt.

Diese Formel imponirt in der That mit ihrem cometenartig ins Unendliche ∞ gestreckten Integralschweife; nur finde ich eine eigene Zumuthung darin, daß die ps.-ph. Ansicht sich daran halten soll, da gar nicht abzusehen, wie sie dazu kommen soll. Denn daß es in der abstracten Mathematik eine solche Formel giebt, reicht doch nicht hin, sie in der Psychophysik zu verwenden, ohne einen Weg zu zeigen, der in ihr selber dazu führt. Nun kommt die ps.-ph. Ansicht vom Weberschen Gesetze, nach Übersetzung des Reizes in ps.-ph. Erregung, unmittelbar zu

$$s = \varkappa \log E + \text{Const.}$$

1) Müller bezieht sich bezüglich dieser Formel auf: G. F. Meyer, Vorlesungen über die Theorie der bestimmten Integrale.

Auf welchem mathematischen Wege man aber dazu kommen soll, die additive Constante in einen Factor zu übersetzen, in welchen gar die Variable E mit eingeht, ist mir ganz unerfindlich. Dazu schließt obige Formel eine Discontinuität ein, man duldet aber sonst in Formeln, die sich auf Realitäten beziehen, keine solche; und niemand wird es einfallen zu glauben, daß die fundamentale Beziehung zwischen E. und ps.-ph. Thätigkeit durch eine so wunderlich zusammengesetzte Formel ausdrückbar sei. Endlich vermisse ich noch den Beweis, daß diese Formel für alle Werthe von $E > 1$ wirklich dieselben Werthe von s als eine rein auf das Webersche Gesetz gestützte Formel wiedergiebt, und sehe zunächst den Weg des Beweises dafür nicht ein; doch da Müller die Behauptung dafür aufstellt, wird er auch wohl den Beweis dafür haben.

Natürlich aber würden entsprechende Bemerkungen gegen die Geltendmachung einer solchen Formel für die physiologische Ansicht zu erheben sein.

Nach all' dem sollte ich jedenfalls meinen, man könne es mir nicht verdenken, wenn ich mich auf die Verwerthungen von Müllers Formeln, die er selbst damit vornimmt (p. 229 ff., 251 ff., 272, 338 ff.), überhaupt nicht einlasse, sondern, was ich immer möglich gefunden, die betreffenden Fragen, um die sich's dabei handelt, nach bestimmten Gesichtspuncten ins Auge gefaßt habe.

XVI. Von den, in die ps.-ph. Formeln eingehenden, negativen Empfindungswerthen.

1) Die negativen Empfindungswerthe als imaginäre.

Nach der, auf das Webersche Gesetz gegründeten, Maßformel nimmt die E. eines Reizes und nach der damit zusammenhängenden Unterschiedsmaßformel die E. des Unterschiedes zweier Reize negative Werthe an, wenn respectiv der Reiz oder der Unterschied zweier Reize unter einen gewissen endlichen Werth, die Schwelle sinkt. Die Bedeutung dieser negativen Empfindungswerthe ist von mir in „Elem." II. p. 39 ff. besprochen, und mit Berücksichtigung der dagegen gemachten Einwände „In Sachen" p. 88 ff. darauf zurückgekommen, auch oben S. 190 meine Auffassung dieser Werthe zurückgerufen worden. Aber die Beharrlichkeit

der Gegner in Anfechtung dieser Auffassung und unerschöpfliche Variation, wenn auch nicht wesentlich neuer Einwürfe aber neuer Wendungen der alten dagegen veranlaßt mich, nochmals auf die Frage deßhalb einzugehen.

Ich beginne mit einer etwas allgemeineren Betrachtung.

Es giebt Größenwerthe, welche nur als absolute oder positive vorkommen oder gedacht werden können, beispielsweise das Quadrat einer Zahl in mathematischem Sinne, die lebendige Kraft in physikalischem Sinne. Wird man nun doch in irgendwelchem Zusammenhange auf negative Werthe einer solchen Größe geführt, so kann man logisch consequent nur unmögliche oder imaginäre Werthe darin sehen; denn es ist ja vorausgesetzt, daß die betreffende Größe nur als absolute oder positive vorkommen oder gedacht werden könne. Fälle aber, wo man wirklich auf derartige negative Größen geführt wird, kommen jedenfalls in der Mathematik häufig genug vor, und so faßt denn auch die Mathematik solche wirklich als unmögliche, oder imaginäre; wonach es von vorn herein verwunderlich ist, wenn man das, was man in der Mathematik überall zugiebt, in den Anwendungen der Mathematik nicht gelten lassen will. Hat es doch an sich überhaupt nichts Widersprechendes, daß eine Größe von einer anderen in solcher Abhängigkeit stehe, um nur in gewissen Grenzen derselben reale Werthe zu behalten, und darüber hinaus unmöglich zu werden. Von dieser allgemeinen Bemerkung aber werden alle Einwände gegen die imaginäre Bedeutung, die ich den negativen Empfindungswerthen beilege, getroffen.

Zur Erläuterung vorigen Princips habe ich schon in „Elem." II. p. 40 und „In Sachen" p. 92 an den imaginären Werth erinnert, den die Radii vectores oder Leitstrahlen mit negativem Vorzeichen im System der Polarcoordinaten annehmen, sofern man in diesem System die Länge des Radius vector nur nach absolutem Werthe, nicht, wie im System der rechtwinkligen Coordinaten mit Rücksicht auf das Vorzeichen oder die Richtung in Betracht zieht; und ich denke, das wird trotz Müller und Nitzsche, welche dies unbequeme Beispiel durch Gegenbemerkungen, wovon unten, wegbringen möchten, richtig bleiben. Nun ist aber der Radius vector nicht etwa ein absonderliches curioses Beispiel in betreffender Hinsicht; wir können entsprechende Beispiele auch in Anwendung rechtwinkliger Coordinaten überall finden, wo die Bedingung zutrifft, daß das negative Vorzeichen einen Werth betrifft, der seinem mathematischen Begriffe nach nur positiv sein kann. Nehmen wir z. B. die einfachste Gleichung der Parabel

$$y^2 = px.$$

Die Abscisse x kann eben so gut nach negativer als positiver Richtung verfolgt werden, giebt aber nur nach positiver verfolgt, für y^2 positive Werthe, nach negativer Richtung verfolgt, negative Werthe, die für die vorausgesetzte Coordinatenebene nur als imaginäre gelten können. Nun, nachdem man sich abgemüht, die imaginäre Bedeutung eines negativen Radius vector wegzubringen, möge man sich noch einmal dieselbe Mühe an vorigem Beispiele geben.

Man ist übrigens nicht in Verlegenheit, andere Beispiele derart zu finden, als wie

$$y^2 = a^2 - x^2$$
$$\log y = \log (x - a)$$

Gleichungen, die sich beliebig in Curven übersetzen lassen. In der ersten wird y imaginär, wenn $x^2 > a^2$, in der zweiten $\log y$ imaginär, wenn $x < a$.

Also halte ich es für mathematisch feststehend, daß der Gegensatz der Vorzeichen unter Umständen ebensowohl den Gegensatz von real und imaginär wie unter andern Umständen den Gegensatz von Richtungen bedeuten kann; und zwar wird Ersteres stets der Fall sein, wenn der Gegensatz eine Größe betrifft, die ihrer Natur nach nur absolut oder als positiv gedacht werden kann.

Nun wendet man vielleicht ein: was thut man mit einem solchen abstract mathematischen Satze, wenn er keine Anwendung auf die Wirklichkeit erleidet. Aber die, aus wirklichen Erfahrungen abgeleitete, Maßformel bietet eben ein Beispiel solcher Anwendung dar. Die Empfindung s kann ihrer Natur nach nicht negativ werden, und insofern doch meine wie Müllers Maßformel auf negative Empfindungswerthe führt, muß auch denselben der Charakter des Imaginären beigelegt werden, und alles Gegenreden dagegen, daß dies mit der Begriffsbestimmung des Gegensatzes von + und — oder mit sonst was nicht stimme, ist ganz vergeblich, wenn man die Logik der vorigen Betrachtungen und dazu in Bezug stehenden Beispiele nicht zu widerlegen vermag. Man beweist damit nur, daß man mit seinen Begriffsbestimmungen den Gegensatz der Vorzeichen entweder nicht allgemein genug, oder daß man ihn falsch oder daß man ihn schief gefaßt hat.

Mit der allgemeinen Deutung des Gegensatzes positiver und negativer Empfindungen steht die Deutung größerer und kleinerer negativer Empfindungswerthe in natürlichem Zusammenhange. Nach

Maßgabe, als der Reiz, respectiv die ps.-ph. Erregung weiter unter die Schwelle sinkt, fehlt einerseits mehr an der Bedingung, welche zum Zustandekommen einer positiven E. nöthig ist, und um so weiter steht andererseits die E. selbst als Function des Reizes hinter der Erreichung eines positiven Werthes zurück. Also können wir zur Bezeichnung hievon kurz sagen: größere und kleinere Werthe der negativen E. messen ebenso das größere und kleinere Zurückbleiben der E. hinter einem positiven Werthe als die positiven Werthe das größere und kleinere Überschreiten des Beginnes einer solchen, oder: jene geben einen psychischen Maßstab ebenso für das, was am Zustandekommen einer E. noch fehlt, wie diese einen Maßstab für die zustandegekommene E. selbst. Dabei hüte ich mich wohl, das, was psychischerseits, nach mathematischem Maße des Psychischen, am Zustandekommen einer wirklichen E. noch fehlt, oder um was die E. psychischerseits hinter dem Eintritt einer positiven E. zurückbleibt, mit dem, was an den physischen Bedingungen zum Zustandekommen der E. noch fehlt, zusammenzuwerfen und zu verwechseln, obwohl ich gefunden, daß dies gelegentlich von Andern geschehen oder mir untergeschoben worden ist; da das, was am Zustandekommen der E. noch fehlt, ja gar nicht proportional mit dem ist, was an den physischen Bedingungen dazu fehlt, sondern nur ebenso in logarithmischer Abhängigkeit dazu steht, als die E. über der Schwelle zu dem Reize über der Schwelle. Überhaupt hat man nie zu vergessen, daß wir in der Psychophysik die E. nicht bloß nach ihrem psychologischen Werthe, sondern zugleich nach ihrer physischen Bedingtheit aufzufassen haben, wonach ein unmöglicher Werth derselben allerdings von einem bloßen Nullwerth derselben zu unterscheiden ist, was nun eben durch den Unterschied von — und 0 geschieht, eine Unterscheidung, die durch die Auffassung der Gegner ganz verloren geht, welche damit die Aufgabe der Psychologie und Psychophysik zusammenwerfen.

Man kann das negative s nach seinem negativen Werthe ebenso durch eine unter einen Nullpunct herabgeführte Linie graphisch repräsentiren, wie das positive s nach seinem positiven Werthe durch eine über denselben heraufgeführte Linie, was nicht in Widerspruch damit steht, daß sich Wege oder Bewegungen der Wirklichkeit, die man von demselben Puncte aus in entgegengesetzter Richtung aufwärts und abwärts verfolgt, entsprechend repräsentiren lassen, indem die doppelte Verwendung, welche der Vorzeichengegensatz in dieser Hinsicht zuläßt, sich auf die graphische Repräsentirbarkeit desselben überträgt.

Bei der großen Allgemeinheit, in welcher sich die Imaginarität

negativer Werthe in der Mathematik geltend macht, könnte es auffällig erscheinen, daß eine Anwendung hievon sich bloß in der Psychophysik finden sollte. Aber zuvörderst lassen sich genug Fälle aufzeigen, die zu entsprechender Anwendung führen würden, wenn die Formeln dafür überhaupt schon entwickelt wären. Z. B. ein Körper gleitet wegen der Reibung von einer schiefen Ebene erst herab, wenn der Erhebungswinkel eine gewisse Grenze, eine Schwelle überschreitet, um so rascher, je mehr er sie überschreitet. Hätten wir eine Gleichung, welche die Geschwindigkeit des Gleitens als Function des Elevationswinkels ausdrückte, und principiell genommen muß es doch eine dafür geben, so könnte die Geschwindigkeit bei Werthen unter der Schwelle des betreffenden Winkels nur mit negativen Werthen auftreten, deren Größe die Entfernung von der Möglichkeit des Gleitens bedeutete. — Ein Muskel fängt erst bei einer gewissen Stärke des elektrischen Reizes an, sich zusammenzuziehen, das Eisen erst bei einer gewissen Stärke der Erhitzung an, sichtbar zu glühen, u. s. w. Die Zusammenziehung des Muskels ersternfalls, das sichtbare Glühen zweitenfalls werden auch mit negativen Werthen auftreten müssen, so lange die Schwelle nicht erreicht ist.

Man braucht jedoch nicht auf bloß mögliche Anwendungen dieser Art zu verweisen.

Die Sonnenhöhe über und unter dem Horizonte eines gegebenen Ortes ist durch den Sinus des Erhebungswinkels der Sonne mit entgegengesetztem Vorzeichen gegeben, ohne daß dieser Gegensatz an sich selbst eine Imaginarität einschließt. Zugleich aber ist die Tageshelligkeit an dem betreffenden Orte durch diesen Sinus gemessen; und in dieser Beziehung kann der negative Sinus nichts anderes als eine imaginäre Helligkeit in unserem Sinne für diesen Ort bedeuten.

Nach Vierordts neueren Erfahrungen wird der Schall im Wege seiner Fortpflanzung durch jede gleiche Strecke eines cylindrischen Schallleiters nicht verhältnißmäßig zu seiner vorhandenen Stärke, sondern absolut um gleich viel geschwächt, also bei hinreichender Länge des Leiters endlich erschöpft, und man kann das Gesetz davon wie folgt repräsentiren.

Lassen wir den Leiter l um eine kleine Größe ∂l wachsen, so nimmt der Schall S um eine damit proportionale Größe ∂S ab, so daß man hat

$$\partial S = -a \partial l$$

wo a eine, von der Natur des Leiters abhängige, Constante ist. Das giebt integrirt $$S = -al + \text{Const.}$$

Sei nun am Anfange des Leiters, wo $l = 0$, der Schall $= S_0$, so ist Const. $= S_0$, mithin allgemein

$$S = - al + S_0.$$

Der Schall S wird also = 0 werden, mithin erschöpft sein, wenn $al = S_0$, d. i. $l = \frac{S_0}{a}$. Nimmt die Länge l über diesen Werth hinaus zu, so wird S negativ; d. h. die Fortpflanzung des Schalls über jene Länge hinaus ist unmöglich.

Man hat gemeint, wenn ein Gegensatz der Vorzeichen überhaupt auf Empfindungen anwendbar sei, so könne nur ein Gegensatz des Charakters oder der Qualität, wie von Wärme und Kälte-Empfindung, Lust- und Unlustempfindung damit bezeichnet werden. Aber gesetzt, dieser Gegensatz lasse sich wirklich so bezeichnen, so schließt dies doch gar nicht aus, daß der Gegensatz zwischen Wirklichkeit und Nichtwirklichkeit in unserem Sinne ebenso bezeichnet werde, da der Vorzeichengegensatz nun einmal zur Bezeichnung verschiedenartiger Gegensätze brauchbar ist. Eine Zweideutigkeit aber kann dadurch nicht entstehen, sofern der Zusammenhang, in den der Gebrauch eintritt, von selbst das Verständniß desselben mitführt. Und so läßt auch die Ableitung der Maßformel aus Erfahrungen an Lichtempfindungen, Schallempfindungen, nicht zu, den Vorzeichengegensatz in dieser Formel anders zu verstehen, als er von mir verstanden worden ist.

Übrigens halte ich es bei Kälte- und Wärmeempfindung noch für sehr fraglich, ob der Qualitätsgegensatz dieser Empfindungen wirklich durch einen Vorzeichengegensatz derselben ausdrückbar sei, indem ich es zugleich fraglich halte, ob er nicht vielmehr ein scheinbarer als wirklicher sei. Beides, Kälte- wie Wärmeempfindung, sind Empfindungen sui generis; Kälteempfindung kann so stark als Wärmeempfindung sein und je nach Dasein oder Fehlen der Bedingung zu ihr wirklich oder imaginär sein; wird also auch wie obgenannte andere Empfindungen und wie die Wärmeempfindung selbst eine Maßformel für sich in Anspruch nehmen, in der sie mit positivem Vorzeichen als wirklich, mit negativem als unwirklich auftritt. Und in der That habe ich in „Elem.“ II. 42 ff. gezeigt, daß, nachdem die Temperaturen, von welchen Wärme- und Kälteempfindung abhängen, sich respectiv als positive und negative Differenzen von einer gewissen mittleren Temperatur darstellen, für beiderlei Empfindungen wohl zusammenhängende Formeln aufstellbar sind, worin sie mit Festhaltung jener Bedeutung der Vorzeichen als Functionen dieser gegensätzlichen Differenzen auftreten. Hingegen scheint mir von vorn herein nicht klar, was in den Empfindungen der Wärme und Kälte an sich selbst läge, das zu einem gegensätzlichen Vorzeichen für sie aufforderte;

es associirt sich nur an sie unwillkürlich der Charakter eines Gegensatzes, weil sie von gegensätzlichen Bedingungen abhängen, nach Maßgabe als diese in einander übergehn, in einander selbst übergehn, nicht minder gegensätzliche Folgen haben.

In sofern es über die sinnlichen Empfindungen hinaus höhere Bewußtseinsphänomene giebt, und diese sich (nach Abschn. I.) als psychophysisch repräsentirbar ansehen lassen, wird auch der Begriff der Schwelle und hiemit negativer psychischer Werthe unter der Schwelle darauf übertragbar sein, was zu verfolgen jedoch jetzt nicht die Aufgabe ist.

Mehrfach scheint mir das Widerstreben gegen meine negativen Empfindungswerthe bloß in einem Widerstreben gegen den, einen Widerspruch zu enthalten scheinenden, Ausdruck zu liegen. Wie kann man überhaupt noch von Empfindungen sprechen, wenn nichts weniger als Empfindung da ist. Nun, wenn das Schwierigkeit macht, so übersetze man sich doch den Ausdruck in die thatsächliche Bedeutung, auf die ich in wiederholten Erläuterungen immer zurückgekommen bin, und klemme sich nicht an den Ausdruck. In jedem Falle aber hüte man sich vor einer Verwechselung der mathematischen Existenz, die ich den negativen Empfindungswerthen beilege, mit einer realen. Die erstere lege ich denselben in sofern bei, als sie zur mathematischen Bezeichnung der Unmöglichkeit von Empfindungen gegebener Art bei unzureichenden Bedingungen dazu dienen, womit denselben aber die reale Existenz nicht zugesprochen, sondern ausdrücklich abgesprochen wird. Doch ist die betreffende Verwechselung gewöhnlich, ja so zu sagen hergebracht. Nur im Sinne einer solchen hat man meine negativen Empfindungswerthe „absurd" finden können; was sie wirklich sind, wenn sie als wirkliche gedeutet werden. Delboeuf fragt am Schlusse einer, sich in dieser Verwechselung ergehenden, Auslassung (p. 55): „Was ist es also, was ich bei der absoluten Stille empfinde?" und ich erwiedere einfach: Nichts; vielmehr bin ich bei der absoluten Stille unendlich weit davon entfernt, etwas von einem Schalle zu empfinden.

Ich sollte meinen, daß mit vorigen Erklärungen und Erläuterungen alle principiellen Einwände gegen die mathematische Existenz meiner negativen Empfindungswerthe in vorigem Sinne — und eine andere habe ich nie behauptet — erledigt wären; aber hören wir doch hienach noch die neu formulirten Einwände der Gegner selbst, um zu sehen, wiefern sie gegen die vorigen Betrachtungen laufen und was sie etwa dagegen vermögen; in der Hauptsache laufen sie freilich bloß begrifflich

neben denselben her. Jedenfalls wird ihre Vergeblichkeit am besten einleuchten, wenn wir ihnen den Raum zu ihrem Anlaufe gönnen.

Müller, ohne bemerkt zu haben, daß seine Maßformel eben so wenig als die meinige negativen Empfindungswerthen entgeht, hält denselben (p. 369) folgende Erklärung von Gauß entgegen.

„Positive und negative Zahlen können nur da eine Anwendung finden, wo das Gezählte ein Entgegengesetztes hat, was mit ihm vereinigt gedacht der Vernichtung gleich zu stellen ist."

„So," — sagt Müller — „bezeichnen wir die Schulden, die jemand hat, als negatives Vermögen, weil ein gleich großes positives Vermögen mit ihm vereinigt gedacht, den Nullzustand ergiebt." Ganz recht, und eben so bezeichne ich das als negative E., was mit einer positiven E. vereinigt gedacht werden muß, um sie auf null zu reduciren, das ist eben das, was am Zustandekommen der E. im obigen Sinne nach mathematischem Zusammenhange noch fehlt. Ich superponire mathematisch genommen die negative E., die einem Reize zugehört, der die Schwelle in gegebenem Verhältnisse untersteigt, über die positive E., welche einem Reize zugehört, der die Schwelle in entsprechendem Verhältnisse übersteigt, und komme damit auf Null. Natürlich verlangt die mathematische Definition nur, daß ich das begrifflich vollziehe; sollte man aber eine Schwierigkeit darin finden, daß ich es nicht in Wirklichkeit kann, würde man dieselbe Schwierigkeit finden, die von Gauß selbst anerkannten imaginären Werthe negativen Vorzeichens mit positiv wirklich gedachten zu null zu combiniren.

Freilich könnte man auch sagen wollen: Sei 1 der Schwellenwerth des Reizes, so muß für mich ein Reiz gleich $\frac{1}{2}$ eine eben so große negative E. geben, als ein Reiz 2 eine positive; weil erstenfalls der Schwellenwerth in gleichem Verhältniß unterstiegen, als zweitenfalls überstiegen wird, und müßte man hienach, wenn beide Reizgrößen vereinigt werden, was $2\frac{1}{2}$ giebt, die Empfindung null vermöge Superposition der Empfindungen, die beide für sich geben, erhalten; woraus die Absurdität meiner Betrachtungsweise von selbst erhelle. Aber mit dem Reize $2\frac{1}{2}$ superponirt man nicht die Empfindungen, welche den Reizen $\frac{1}{2}$ und 2 für sich zugehören, sondern erhält die Empfindung, welche der Summe der Reize $2\frac{1}{2}$ in Eins zugehört, und fällt vielmehr mit dieser Schlußweise dem Fehler anheim, den ich früher („In Sachen" p. 37) an einer Betrachtungsweise von Langer rügte.

In der That gewiß ist doch, daß φ (a) + φ (b) nicht allgemein = φ (a + b); warum soll denn die Superposition einer E. φ (a), welche dem Reize a insbesondere

zugehört, mit einer E. φ (b), welche dem Reize b insbesondere zugehört, gleich einer E. φ (a + b) sein, welche dem Reize a + b zugehört. Dies entspricht aber genau dem obigen Falle.

Oder will man etwa sagen: um zum Begriffe der Negation zu kommen, muß ich mir erst einen positiven Werth denken; negativ ist dann, was ich von ihm abziehe. Aber das wäre äquivalent dem Falle, daß jemand ein positives Vermögen hätte, und es würde ihm abgezogen; damit käme man freilich auch auf Null; aber wo bliebe dann der Begriff der Schulden, auf den Müller doch selbst recurrirt; und meinerseits habe ich es schon früher gethan (Elem. II. 41), um eben damit das zu belegen, was Müller damit widerlegen will. So kommt man auch auf Null, wenn man ein Stück Weges erst nach einer Richtung, dann zurück zum Ausgangspunct in entgegengesetzter Richtung geht, und braucht dafür den Gegensatz von + und —; aber das schließt den Gebrauch dieses Gegensatzes nicht für den Fall aus, daß man von demselben Puncte aus einmal nach der einen, das anderemal nach der entgegengesetzten Richtung geht; und so gehen wir in der Maßformel von demselben Puncte der Nullempfindung einmal ins Wirkliche, das anderemal ins Unwirkliche.

Müller fragt weiter (p. 371): „Nach welchem Maße soll nun die Entfernung von der Wirklichkeit einer E. gemessen werden, welche bei Vorhandensein einer ps.-ph. Thätigkeit von der Intensität $\frac{E_0}{2}$ durch den Werth — k log 2 und bei gänzlichem Schweigen aller ps.-ph. Thätigkeit durch den Werth — k ∞ ausgedrückt wird?" — die Antwort ist: nach demselben Maße, nach dem wir die positive E. messen, d. h. nach der functionellen Abhängigkeit von der ps.-ph. Erregung. Könnten wir die E. ohne das überhaupt messen, so brauchten wir kein ps.-ph. Maß überhaupt.

Wie Müller will auch Nitzsche (in der später unter seinem Namen anzuführenden Abhandlung) meine Fassung der negativen Empfindundungen aus dem Begriffe des Positiven und Negativen heraus widerlegen, indem er (p. 22) sagt: „Wo immer Positives und Negatives unterschieden wird, da kommt es lediglich auf den Standpunkt an, ob man eine bestimmte Größe als positiv oder negativ auffasse, und man kann beliebig alle Vorzeichen mit den entgegengesetzten vertauschen". So! also auch im Ausdruck $\sqrt{-1}$ sollte man das negative Vorzeichen beliebig mit dem positiven vertauschen können? Jene Vertauschung ist eben nur so lange möglich, als der Gegensatz der Vorzeichen auf einen

Gegensatz innerhalb des Gebietes realer Werthe geht, aber nicht auf einen Gegensatz zwischen Realität und Nichtrealität; und es ist eine, durch die Eingangsbetrachtung widerlegte, petitio principii, daß er mathematisch nicht darauf gehen könne.

Auf den, in gewisser Beziehung sehr erläuternden, Begriff der Schulden für meine Fassung der negativen Werthe kommt auch Delboeuf zu sprechen, und bemerkt (p. 55) gegen die Fassung der Schulden als negatives Vermögen: Schulden seien auch dann, wenn es an Geld, sie zu bezahlen, in meiner Börse fehlt, noch als Geld von gleicher Natur, als in meiner Börse vorhanden ist, zu fassen. In der That, aber eben so ist auch die Empfindung, die ich nicht habe, weil es mir an Mitteln fehlt, sie zu haben, noch als E. von gleicher Natur, als die ich ein andermal haben kann, als fehlende Empfindung eben dieser nicht einer anderen Art von E. zu fassen.

„In Sachen" p. 93 habe ich zur Erläuterung des Umstandes, daß nach dem Gesetze der Schwelle ein Reiz erst bis zu einer gewissen Größe ansteigen muß, ehe eine E. überhaupt merklich wird, Beispiele verschiedener Art angeführt, welche beweisen, daß überhaupt Fälle genug vorkommen, wonach eine unvollständige Bedingung einer Sache noch nicht hinreicht, etwas von der Sache, um die sich's handelt, überhaupt herbeizuführen, bis die Bedingung mit einem gewissen endlichen Werthe erfüllt ist; auch können oben angeführte Beispiele mit der Reibung, dem Glühen, der Tageshelligkeit (S. 210) als Belege für jenen Satz gelten. Nun macht freilich Delboeuf (p. 62) gegen das Beispiel mit der Tageshelligkeit geltend: die Sonne führe doch überall, wo sie ist, also auch unter dem Horizonte, Helligkeit mit sich. Worauf zu antworten ist: das geht uns aber nichts an, wenn wir nicht die Helligkeit, welche überhaupt von der Sonne verbreitet wird, sondern die, welche oberhalb eines gegebenen Horizontes von der Sonne verbreitet wird, im Auge haben. So, wenn es sich um die E. handelt, die ein gewisser Reiz mir erweckt, ist es gleichgültig, welche E. er einem Anderen, der sich in anderer Stellung dazu befindet, erweckt, und es kann sein, daß er mir gar keine erweckt, während er einem Andern eine sehr starke erweckt.

Endlich will ich, da das Beispiel der negativen Radii vectores in den Verhandlungen über unsere Frage eine vorzugsweise Rolle gespielt hat, die neuerdings von den Gegnern bezüglich darauf gemachten Gegenbemerkungen nicht unterschlagen.

Müller bestreitet (Rec. p. 836) die imaginäre Bedeutung des negativen Radius vector durch folgende Bemerkung: „Verf. scheint zu

übersehen, daß die analytische Geometrie, wo sie mit negativen Werthen des Leitstrahles operirt, dieselben stets der Bedeutung des Negativen gemäß in der entgegengesetzten Richtung nimmt als die entsprechenden positiven Werthe: daß es bei den Polargleichungen algebraischer Curven verstattet ist, negative Leitstrahlen auszuschließen, weil für die Größe des allgemeinen Gliedes der Polargleichung dieselbe Wirkung bleibt, mag man den positiven Leitstrahl mit einem negativen vertauschen oder der Anomalie einen um eine halbe Umdrehung größeren oder kleineren Werth geben, daraus scheint mir doch nicht im Mindesten die Berechtigung zu folgen, das Negative unter den Begriff des Imaginären zu bringen".

Man schließt aber in Polargleichungen negative Leitstrahlen überhaupt nicht aus, wenn sie im Verfolg der Anomalieen eintreten, um nicht damit zugleich den Theil der Anomalieen auszuschließen, als dessen Function sie auftreten, sondern legt ihnen ausdrücklich die Bedeutung bei, daß ihnen als nicht realen auch keine realen Endpuncte mehr entsprechen, und beschränkt hiemit die Realität der Curve, was Müller mit einem Ausschließen der Radii vectores verwechselt. Dieser an sich klare Sachverhalt scheint mir durch diese Verwechselung und das, was sich von Bemerkungen Müllers daran knüpft, zwar etwas verdunkelt, ohne aber deßhalb aufzuhören, an sich der klare Sachverhalt zu sein.

Sehr ausgiebig sind Nitzsches Bemerkungen gegen meine Verwerthung des Radii vectores. Er sagt zuvörderst: „Aber dies Beispiel finde ich nicht zutreffend, sondern glaube, daß die Analogie der Empfindung mit den genannten Linien erst bewiesen werden müsse, um einen Schluß zu gestatten". Aber meines Erachtens ist hiebei von bloßer Analogie nicht die Rede, sondern, nachdem allgemein gezeigt ist, daß das negative Vorzeichen absoluter Größen nichts anderes als imaginäre Werthe bedeuten könne, ordnet sich der negative Radius vector diesem Satze bloß als erläuterndes Beispiel und besonderer Fall unter, ohne daß man nöthig hat, von ihm nach Analogie zu schließen. — Der Verf. fährt fort: „Nun ist ein negativer Radius vector, den man sich als Product [?] einer sich stets verkürzenden, dann verschwindenden und dann auf der entgegengesetzten Seite zum Vorschein kommenden Linie denken kann, als Linie überhaupt vollkommen vorstellbar, wenn dieser Linie auch die Beziehung zu einem Puncte der Curve, respective den Coordinaten derselben [sie ist aber doch selbst vielmehr eine Coordinate] mangeln mag. Nicht so aber kann man sich vorstellen, was etwa in entgegengesetzter Richtung zum Vorschein kommen mag, wenn

die E. verschwunden ist". Nun soll man sich ja aber auch nichts mehr von der E. als vorhanden vorstellen, wenn sie verschwunden ist, doch aber das Verschwinden selbst auf eine Empfindung beziehen, die als Empfindung überhaupt vorstellbar und als negativ im Sinne von S. 209 ihrer Größe nach verzeichenbar ist. Es ist die alte Verwechselung zwischen mathematischer und realer Bedeutung der imaginären Werthe, welcher Nitzsche hiebei unterliegt. — Er fährt weiter fort: „Mir scheint vielmehr der abnehmende und verschwindende, endlich negative Radius vector in vortrefflicher Analogie zum Reize zu stehen, in dessen Verlauf irgend ein Punct mit Rücksicht auf sein Verhältniß zur Empfindung als 0 Punct betrachtet werden kann, hinter welchen der Reiz nicht zurückgehen darf, ohne seine Beziehung zur Empfindung zu verlieren, natürlich mit Rücksicht auf die psychophysische Deutung". Ich gestehe aber, nicht zu verstehen, wie ich bei der Aufgabe, die Empfindungsgröße als Function der Reizgröße auszudrücken, einen Punct im Verlaufe der Reizgröße soll als Nullpunct der Reizgröße fassen können. Er kann eben nur da liegen, wo der Reiz wirklich null ist. Zwar kann ich jeden Punct im Verlaufe des Reizes als Nullpunct für den Ausgang von Differenzen nach einer und der anderen Seite nehmen, aber das ist eben nur ein Nullpunct der Differenzen, nicht des Reizes selbst, von dem die E. in der Maßformel abhängt.

2) Die negativen Empfindungswerthe als unbewußte.

Wichtig ist bei allem Vorigen, daß eine ps.-ph. Erregung unter der Schwelle, ohne die ihr adäquate E. merkbar hervortreten lassen zu können, doch als Zuwachs zu anderen Erregungen nach dem Princip der Mischungsschwelle sehr wohl beitragen kann, den Complex derselben über der Schwelle zu halten, oder über dieselbe zu heben, und hiemit zu einem allgemeineren Bewußtseinsphänomen, als die betreffende Empfindung selbst ist, beizutragen, ja während des Wachens trägt jede ps.-ph. Erregung unter der Schwelle bei, den Menschen wach zu halten, und während des Schlafes, ihn dem Erwachen zu nähern, ohne daß doch die ihr adäquate E. unterscheidbar hervortritt, wenn schon sie den Charakter des allgemeinen Bewußtseinsphänomens, zu dessen Erhebung über die Schwelle sie beiträgt, irgendwie mitbestimmt; sie geht nach einem von mir gebrauchten Ausdruck unbewußt darin auf. Im traumlosen Schlafe aber, wenn es anders solchen giebt, ist der Werth ps.-physischer Erregungen unter der Schwelle, sofern es solche in ihm giebt, für das

menschliche Bewußtsein nur insofern nicht verloren, als dadurch der Wiedereintritt realer Bewußtseinswerthe erleichtert ist.

Überhaupt nenne ich die negativen Empfindungswerthe auch unbewußte, weil nach meiner Fassung derselben das sog. unbewußte Seelenleben wesentlich auf ihnen ruht (s. „In Sachen" p. 91 f.), es ist aber durch diesen Ausdruck keine neue Bestimmung der negativen Empfindungswerthe und negativen psychischen Werthe überhaupt eingeführt; vielmehr sind die unbewußten psychischen Werthe sachlich für uns durch eben das definirt, was von den negativen ausgesagt ist.

Durch diese Erklärung sollte eigentlich ein Begriffsstreit mit mir über bewußt und unbewußt abgeschnitten sein; ich habe gesagt, was ich sachlich darunter verstehe, und indem ich mir in Verwendung derselben Bezeichnungen treu bleibe, kann daraus kein sachlicher Irrthum entstehen, wenn ich nicht von vorn herein in der Sache selbst geirrt habe. Inzwischen opponirt mir Gutberlet in dieser Hinsicht in einer Abhandlung, auf die ich später zurückzukommen habe („Natur und Offenbarung" 1880. p. 114 ff. 166 ff.), und ich kann seine weit auslaufenden Bemerkungen darüber nicht ganz ignoriren, wiewohl sie von gewisser Seite auch nur in einen Begriffsstreit auslaufen, eben so wenig freilich Anlaß finden, mich so weit darauf einzulassen, als sie reichen, eine Ablehnung, die ich später näher motiviren werde.

Vor Allem nun habe ich mich gegen Gutberlets Äußerung (p. 114) zu erklären: nach mir „sei die unbewußte, unter der Schwelle liegende, Empfindung kein psychischer Vorgang, sondern eine ps.-ph. Erregung (der Nerven), nicht stark genug, eine Empfindung auszulösen"; indeß ich nie die unbewußte Empfindung mit der ps.-ph. Erregung unter der Schwelle, der sie zugehört, verwechselt habe. Aber dies dahin gestellt, so kann nach Gutberlet wie nach mir ein Schmerz, sagen wir ein Zahnschmerz, „unbewußt" werden, indem man die Aufmerksamkeit davon abzieht. Meinerseits sage ich dann: ich fühle den Schmerz nicht mehr, er ist nicht mehr da, so lange der Abzug stark genug ist. Aber, sagt Gutberlet (p. 115): der Schmerz muß doch wirklich noch da sein, denn „er mischt, selbst wenn unsere Aufmerksamkeit andershin gerichtet ist, ein Gefühl des Unbehagens in unsere Gesammtstimmung, das durch die Zerstreuung gemäßigt, aber nicht ganz beseitigt wird"; und „selbst im Zustande des Unbewußtseins übt der Schmerz wirkliche Einflüsse aus, und muß also doch selbst wirklich sein . . . Wir nehmen dabei selbst spontane Bewegungen vor, um den Schmerz zu lindern" u. s. w.

Das Erste nun anlangend, so ist in der That die Spannung unbe-

haglich, in die uns ein willkürliches, stetig ausgehaltenes Abziehen der Aufmerksamkeit von einem namentlich starken Zahnschmerz versetzt, aber was hat dies Unbehagen mit der Empfindung des Zahnschmerzes selbst zu schaffen, vielmehr schwindet dieser umsomehr, je mehr sich durch gewaltsamen Abzug der Aufmerksamkeit jenes Unbehagen verstärkt, was so groß werden kann, daß man es auf die Dauer nicht mehr aushält und lieber zur Schmerzempfindung zurückkehrt, die also doch davon unterscheidbar sein muß. Daher kann freilich ein starker Zahnschmerz nicht dauernd unter die Schwelle ins Unbewußte herabgedrückt werden; hingegen kann z. B. ein Professor bei einem schwachen Zahnschmerz, d. i. einer schwachen Ursache dazu, vermöge unwillkürlichen Abziehens der Aufmerksamkeit lange über ein interessantes Thema dociren, ohne etwas von Zahnschmerz zu empfinden; läuft aber doch, wie es zu geschehen pflegt, ein Anfall davon mit unter, nun so ist der Schmerz freilich da, aber eben nicht mehr als unbewußter da.

Ich denke, das heißt, die Thatsachen, um die sich's hiebei handelt, im Sinne des allgemeinen Sprach- und Begriffsgebrauchs triftig bezeichnen. Will nun freilich Gutberlet seinerseits sagen, er empfinde selbst den schwächsten Zahnschmerz bei stärkst abgezogener Aufmerksamkeit, hiemit tiefster Versenkung desselben ins Unbewußtsein, noch als Zahnschmerz, oder sagen, er ist da, trotz dem, daß er so versunken ist, um ihn nicht mehr zu empfinden, so kann ich nichts dagegen thun, als mich über seinen Sprachgebrauch wundern, mit dem er doch nur dieselben Thatsachen allen unverständlich ausdrücken kann, die ich mit dem meinigen allen verständlich ausdrücke.

Nun kann man fragen: da nach Gutberlet der Schmerz sowohl über als unter der Schwelle, sowohl bei darauf gewandter als davon abgezogener Aufmerksamkeit wirklich ist, wonach unterscheidet er ihn dann beziehentlich als bewußt und unbewußt. Recht klar geworden ist es mir nicht. Doch finde ich factisch den Schmerz von Gutberlet bewußt oder unbewußt genannt, je nachdem die höhere Bewußtseinsthätigkeit der Aufmerksamkeit darauf bezogen ist oder nicht; und hiegegen ließe sich ja allgemeingesprochen nichts sagen, indem der allgemeine wie wissenschaftliche Sprachgebrauch Bewußtsein bald in engerem, höherem, bald in weiterem Sinne versteht, in letzterem Sinne aber ein Mensch, der ganz reflexionslos in einer sinnlichen Empfindung aufgeht, doch nicht minder bewußt heißt, als einer, der über seine Empfindungen reflectirt. Es kommt auf den Zusammenhang an, indem man das Wort braucht, oder die ausdrückliche Erklärung, wie man es brauchen will. Wonach es

Gutberlet allerdings frei stand, sich nach seinem wissenschaftlichen Bedürfniß vielmehr an den engen als weiten Gebrauch zu halten, nur daß damit nichts Sachliches bewiesen oder widerlegt ist. Schließlich aber verträgt es sich meines Erachtens mit keinem Sprach- und Begriffsgebrauch, wirklich und Bewußtsein in solcher Beziehung zu einander zu verwenden, um von einem Schmerze, der dem Bewußtsein fremd ist, als wirklichem Schmerze zu sprechen, oder von einem wirklichen Schmerze sagen zu können, daß das Bewußtsein nichts davon weiß, wie es von Gutberlets zugleich wirklichem und unbewußtem Schmerze unter der Schwelle gilt.

Sollte nun doch Gutberlet solchen Sprach- und Begriffsgebrauch zur sachlichen Darstellung seiner Ansicht über die Beziehung von Leib und Seele nöthig finden, so sähe es von vorn herein schlimm um diese Ansicht aus.

Was das Zweite anlangt, daß wir spontane Bewegungen im Unbewußtsein, d. i. also bei abgezogener Aufmerksamkeit, vornehmen, um einen Schmerz zu lindern, also müsse er doch da sein; so vergißt der Verfasser, daß ein im Rückenmark Gelähmter das gekitzelte oder gestochene Bein rein reflectorisch zurückziehen kann, ohne etwas vom Kitzel oder Schmerz zu empfinden; die Maschine ist eben darauf eingerichtet; und so beweist es auch nichts, was der Verf. weiter geltend macht, „daß sich spontane Bewegungen besonders auffällig im Schlafe zeigen, wenn z. B. der Schläfer unter der Nase gekitzelt wird." Entweder fühlt er wirklich den Kitzel dabei nicht, wenn nämlich die dadurch erweckte ps.-ph. Erregung unter der Schwelle bleibt, reagirt aber doch reflectorisch dagegen; oder der Kitzel ist stark genug, jene Erregung so weit über die Schwelle zu treiben, daß er eine Traumempfindung davon hat, wovon er noch nicht zu erwachen braucht; oder er treibt sie noch höher hinauf bis zum Erwachen.

„Daß das Wecken ein rein psychischer Vorgang sei;" ergiebt sich nach dem Verf. (p. 169) u. a. aus Thatsachen, die er meinen „Elementen" II. p. 446 entnimmt, als wie, „daß selbst das Aufhören eines Reizes wecken kann, wie wenn der Müller den Gang der Mühle nicht mehr hört" u. s. w., und unstreitig beweisen diese Thatsachen im Sinne seiner Voraussetzungen, was er damit bewiesen haben will. Daß sie hingegen im Sinne der meinigen sich sehr einfach psychophysisch statt rein psychisch erklären lassen, beweist die Erklärung selbst, die ich a. a. Orte davon gegeben habe. Der Verf. übergeht diese Erklärung, da sie freilich für sein System eben so wenig Bedeutung hat, als sein Beweis für das meinige; nur wüßte ich nicht, wiefern durch Folgerungen aus seinem System dem meinigen ein Schade geschähe.

Fünfte Abtheilung.

XVII. Streit der psychophysischen und physiologischen Grundansicht.

Es ist der Streit um die Hauptfrage der ganzen Psychophysik, dem es also gilt, eine mehr als bloß oberflächliche Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Bekanntlich läßt sich die Beziehung zwischen Empfindung und Reiz oder allgemeiner zwischen psychischer und physischer Erregung in zwei sehr verschiedenen Weisen auffassen, für welche Müller (p. 232) die bequemen Ausdrücke der psychophysischen und physiologischen Ansicht eingeführt hat, deren ich mich hienach auch meinerseits folgends bedienen werde und schon bisher bedient habe.

Was ich nun von vorn herein in den „Elementen" und später in Erwiederung auf die Einwürfe von Hering, Delboeuf, Langer u. A. „In Sachen" zur Vertretung der psychophysischen Ansicht gesagt habe, findet sich in den Abschnitten XVIII. XXXVIII und XXXIX der „Elem." II. von p. 39, 428 und 437 an, und „In Sachen" insbesondere im VIII. IX. und X. Abschnitt. Inzwischen ist die ps.-ph. Ansicht seitens Müller, dem Hauptgegner auch in diesem Streite, von Neuem angegriffen und seitens Anderer frühere Angriffe dagegen wieder aufgenommen worden, ohne daß ich darin habe Anlaß finden können, mich zur gegentheiligen Ansicht zu bekehren; vielmehr haben die dadurch hervorgerufenen neuen Erwägungen mich nur um so mehr in Festhaltung der ps.-ph. Ansicht bestärkt.

Der Discussion voran mögen einige Worte zur Charakteristik der beiden Ansichten einander gegenüber gehen, deren hauptsächlichste Gesichtspuncte zwar schon in den beiden vorigen Abschnitten zur Sprache gekommen oder doch berührt sind, die man aber nicht ungern hier zusammengestellt wiederfinden dürfte, um sie bei den folgenden Erörterungen präsent zu haben.

Insofern es dabei auf die Formeln des XV. Abschnittes zurückzukommen gilt, wird wie dort unter $\varkappa$ allgemein eine, von der Größe

der ps.-ph. Erregung und Empfindung unabhängige, Constante verstanden, ohne in dem Übergange zwischen den verschiedenen Formeln denselben absoluten Werth zu behaupten; der Schwellenwerth aber wird zur Vereinfachung der Formeln als Einheit angenommen.

1) Daß in den Grenzen der Gültigkeit des Weberschen Gesetzes eine logarithmische Abhängigkeit der Empfindung s vom äußern Reize r stattfinde, wird als mathematische Folgerung dieses Gesetzes von beiden Ansichten anerkannt, aber verschieden gedeutet. Nach der ps.-ph. Ansicht ruft der äußere Reiz in den Grenzen des Gesetzes eine ihm proportionale Erregung E in den Nerven und dem Centralorgane hervor; die Empfindung aber hängt allgemein und principiell logarithmisch von der inneren ps.-ph. Erregung ab. Nach der physiol. Ansicht hingegen hängt in den Grenzen des Weberschen Gesetzes die ps.-ph. Erregung logarithmisch vom Reize, die E. aber allgemein und principiell nach einfacher Proportion von der ps.-ph. Erregung ab.

Also hat man psychophysisch

$$E = \varkappa r, \quad s = \varkappa \log E$$

physiologisch

$$E = \varkappa \log r, \quad s = \varkappa E.$$

Mit vorigem Hauptunterschiede zwischen beiden Ansichten aber hängen folgende weitere Unterschiede zusammen.

2) Unter Voraussetzung, daß die auf einander bezüglichen, von einander abhängigen, Veränderungen von r, E, s nur klein sind, geht nach der ps.-ph. Ansicht in den Grenzen des Weberschen Gesetzes die Änderung der ps.-ph. Erregung E proportional der absoluten Änderung des Reizes r, hingegen die Änderung der Empfindung s allgemein proportional der verhältnißmäßigen Änderung der ps.-ph. Erregung, und hat man also

$$\partial E = \varkappa\, \partial r, \quad \partial s = \varkappa \frac{\partial E}{E}$$

hingegen geht nach der physiologischen Ansicht in den Grenzen des Weberschen Gesetzes die Änderung der ps.-ph. Erregung proportional der verhältnißmäßigen Änderung des Reizes, die Änderung der E. allgemein proportional der absoluten Änderung der ps.-ph. Erregung, und hat man also

$$\partial E = \varkappa \frac{\partial r}{r}, \quad \partial s = \varkappa \partial E.$$

Diese Formeln sind einfache Folgerungen der Formeln unter 1).

3) Nicht minder folgt direct aus 1), daß ein Empfindungsunterschied beliebiger Größe nach der ps.-ph. Ansicht allgemein proportional ist der Differenz der Logarithmen der ps.-ph. Erregungen, mithin dem Logarithmus ihres Verhältnisses, nach der physiologischen Ansicht aber allgemein proportional dem Unterschiede der ps.-ph. Erregungen. Ersteres steht nicht in Widerspruch damit, daß nach 2) die kleine Änderung einer E. (äquivalent dem kleinen U. zwischen zwei Empfindungen) proportional dem relativen U. der ps.-ph. Erregungen ist, weil der Logarithmus des Verhältnisses zwischen zwei Größen und der relative U. zwischen diesen Größen einander proportional gehen, so lange der U. verhältnißmäßig klein zu den Größen bleibt, zwischen welchen er besteht, oder, was damit zusammenhängt, so lange das Verhältniß beider Größen sich der Einheit nähert.

4) Nach der ps.-ph. Ansicht giebt es zur äußeren Reizschwelle eine ihr entsprechende innere Empfindungsschwelle, die wir, als auf die ps.-ph. Erregungen bezüglich, auch ps.-ph. Schwelle nennen können; d. h. nicht nur der äußere Reiz muß erst eine gewisse Größe übersteigen, um eine merkliche E. zu erwecken, sondern auch die, sei es durch einen äußeren Reiz erweckte, sei es von selbst innerlich entstandene, ps.-ph. Erregung muß eine solche übersteigen, soll eine E. merklich werden. Nach der physiologischen Ansicht muß, gemäß der Proportionalität zwischen E. und ps.-ph. Erregung, schon die kleinste ps.-ph. Erregung eine entsprechend kleinste E. erwecken, fehlt also eine innere Empfindungsschwelle; und die Thatsache der äußeren Reizschwelle, wenn überhaupt anzuerkennen, läßt keinen Schluß auf eine innere Empfindungsschwelle zu, indem der äußere Reiz voraussetzlich erst eine gewisse Stärke übersteigen muß, um seine Wirkung ins Innere bis zum Empfindungsorgan (Sensorium) zu erstrecken.

5) Nach der ps.-ph. Ansicht erhält man für psychophysische Erregungen, welche die Empfindungsschwelle nicht erreichen, sowie für Unterschiede der ps.-ph. Erregungen, welche die Unterschiedsschwelle nicht erreichen, mathematische Ausdrücke der zugehörigen einfachen E. und Unterschiedsempfindung mit negativem Vorzeichen, welche ebenso die Entfernung vom wirklichen Eintritte einer Empfindung oder Unterschieds-E. bedeuten, wie das positive Vorzeichen das Dasein einer wirklich eingetretenen einfachen oder Unterschieds-Empfindung. Nach der physiologischen Ansicht hingegen giebt es keinen Gegensatz der Vorzeichen für psychische Werthe in solchem Sinne, und nur der Gegensatz der Empfindungen von Wärme und Kälte, Lust und Unlust, also

ein Gegensatz der Qualität, könnte möglicherweise den Gegensatz der Vorzeichen tragen.

In der That fällt für die physiologische Ansicht nicht nur die reale sondern auch mathematische Existenz oder Bedeutung negativer Empfindungswerthe (nach der S. 212 gemachten Unterscheidung) weg. Denn weil nach dieser Ansicht die Empfindung und ps.-ph. Erregung zugleich null werden, mithin es keinen Schwellenwerth der ps.-ph. Erregung über Null giebt, giebt es auch keine realen ps.-ph. Werthe darunter, als deren Function imaginäre Werthe der E. auftreten könnten. Man kann aber wohl von imaginären Werthen in Abhängigkeit von realen Werthen in früher angegebenem Sinne sprechen; hingegen hätte es keinen Sinn, imaginäre Werthe als Function imaginärer Werthe aufstellen zu wollen, was doch der Fall wäre, wenn man negative Empfindungen, die nicht real sein können, von negativen ps.-ph. Erregungen unter Null, die eben so wenig real sein können, abhängig machen wollte.

6) Nach der ps.-ph. Ansicht ist das Webersche Gesetz ein fundamentales, aus der äußeren in die innere Psychophysik nur mit dem Unterschiede übertragbares, daß es in der inneren Psychophysik rein und unbeschränkt gilt, indeß es in der äußeren immer nur annäherungsweise und in gewissen Grenzen gilt. Während also nach dem Weberschen Gesetze, so weit es in der äußeren Psychophysik Gültigkeit hat, die Empfindung des Unterschiedes zweier Reize constant bleibt, wenn das Verhältniß beider Reize constant bleibt, und die Zuwüchse der Empfindung eines Reizes den verhältnißmäßigen Zuwüchsen des Reizes proportional gehen, gilt dasselbe allgemein in der inneren Psychophysik, wenn man für Reiz psychophysische Erregung setzt. Die Abweichungen aber, welche in der äußeren Psychophysik von dem Weberschen Gesetze stattfinden, beruhen nach der ps.-ph. Ansicht auf Nebenbedingungen. Nach der physiol. Ansicht kommt hingegen dem Weberschen Gesetze überhaupt keine reine Gültigkeit für die innere Psychophysik zu, und so weit es besteht, besteht es nicht zwischen E. und ps.-ph. Erregung, sondern zwischen ps.-ph. Erregung und Reiz, ohne doch allgemein dazwischen zu bestehen, wie die Abweichungen von demselben in der äußeren Psychophysik beweisen.

Alle diese Puncte hängen in einer consequenten Betrachtung so zusammen, daß mit dem einen zugleich die anderen stehen und fallen, und man kann daher die Frage nach dem Vorzuge der einen oder anderen Ansicht von jedem dieser Puncte aus behandeln. Von anderer Seite läßt sich die Verhandlung darüber nach folgenden vier Hauptgesichtspuncten gliedern:

A) indem man eine Entscheidung zwischen beiden Ansichten aus aprioristischen Gesichtspuncten sucht;

B) indem man Erfahrungsschlüsse zuzieht;

C) indem man untersucht, welche von beiden Ansichten sich besser mathematischen Gesichtspuncten fügt;

D) indem man untersucht, welche besser zu allgemeineren Ansichten stimmt. Diese vier Gesichtspuncte greifen freilich durch den Zusammenhang der in sie eingehenden obigen Gesichtspuncte mehr oder weniger in einander über; doch wird nichts hindern, sie formell bis zu gewissen Grenzen auseinander zu halten, und so theilen wir die folgenden Betrachtungen danach ein.

A) Aprioristische Gesichtspuncte.

Logische Selbstverständlichkeit kann man keiner von beiden Ansichten zuschreiben, eben so wenig einen begrifflichen Widerspruch im Ausspruch der einen oder anderen finden. Aber man kann fragen, ob sich nicht bei der einen oder anderen Widersprüche mit als zweifelsfrei geltenden psychologischen oder physikalischen Principien finden, die sich bei der anderen nicht finden, wonach der Vorzug von vorn herein zu entscheiden, was wenigstens relativ als apriorisch gelten kann.

Mir selbst nun scheint folgender Punct in dieser Hinsicht so ziemlich durchschlagend gegen die physiologische Ansicht.

Der Reiz r ist allgemeingesprochen ein physischer Vorgang, bei Licht und Schall ein Schwingungsvorgang; auch die davon in Folge-Abhängigkeit stehende ps.-ph. Erregung E ist ein physischer Vorgang, wahrscheinlich, doch das kann hier dahingestellt bleiben, auch ein Schwingungsvorgang. Nach welchem physikalischen Princip soll überhaupt die Veränderung eines physischen Vorganges E sich dadurch verkleinern und dem Verschwinden nähern, daß der ursächliche Vorgang r, von dem E abhängt, sich verstärkt. Und doch ist dies nach der physiologischen Ansicht gemäß dem zweiten Differenzpuncte (S. 222) der Fall; denn nach der physiologischen Ansicht hat man als Folgerung des Weberschen Gesetzes

$$\partial E = \varkappa \frac{\partial r}{r}$$

je größer also das r ist, das sich um ein gegebenes ∂r ändert, desto kleiner ist das davon abhängige ∂E, ja nähert sich mit wachsendem r mehr und mehr dem Verschwinden.

Das Webersche Gesetz aber muß jedenfalls in gewissen und vielfach

in sehr weiten Grenzen so weit als zutreffend angesehen werden, um nicht nur darauf fußen zu **können**, sondern darauf fußen zu **müssen**, mithin für die physiologische Ansicht ein sehr nahes Zutreffen voriger Gleichung zu fordern. Wollte man sich aber statt an das reine Webersche Gesetz an eine der complicirteren Formen desselben halten, welche in der Unbestimmtheit von Müllers sog. corrigirten Formeln als Möglichkeiten inbegriffen sind, so würde dies nur den Erfolg haben, daß die physiologische Ansicht statt der obigen einfachen Beziehung einer noch complicirteren zu genügen hätte; wofür um so weniger ein physikalisches Princip zu finden.

Nur eine andere Form desselben Einwandes ist es, wenn man sagt: nach welchem physikalischen Princip soll sich das **Verhältniß** der Stärke zweier physischen Vorgänge $\frac{r'}{r,}$ in einen **Unterschied** der davon abhängigen Folgevorgänge $E' - E,$ in der Art übersetzen, daß dem n-fachen $\frac{r'}{r,}$ ein n-facher Unterschied $E' - E,$ zugehört; denn in der That hängt nach der doppelten Ausdrucksweise des Weberschen Gesetzes diese Forderung mit der vorigen für die physiologische Ansicht zusammen.

Beidesfalls läßt sich nur einfach antworten: es giebt kein solches physikalisches Princip.

Die vorige Betrachtung erleidet keinen Bruch, sondern zieht sich nur so zu sagen weiter aus durch die Bemerkung, daß E als Erregung in den Nerven nicht **unmittelbar** vom äußeren r abhängt, sondern durch Zwischenvorgänge in den Medien, welche sich im äußeren Auge, Ohre, zwischen Reiz und Nerven einschieben; denn diese Zwischenvorgänge können doch wieder nur als physische gefaßt werden, und so müßte auch jenes, der Physik fremde, Abhängigkeitsprincip irgendwie in dieser Kette der Vorgänge Platz greifen.

Nun bestehen dieselben Verhältnisse, welche nach physiologischer Ansicht zwischen r und E bestehen, nach der psychophysischen zwischen E und s, aber der vorige Einwurf trägt sich nicht darauf über. Denn für das Abhängigkeitsverhältniß zwischen physischen und psychischen Größen ist uns noch kein Princip vorgegeben, sondern wird erst gesucht, und da nach dem Weberschen Gesetze nur die Wahl zwischen jenem und diesem Abhängigkeitsverhältniß ist, so ist mit Ausschluß von jenem unmittelbar für dieses, hiemit gegen die physiologische Ansicht für die ps.-ph. Ansicht, entschieden.

Ich halte diesen Einwurf für den fundamentalsten, der sich vom

Weberschen Gesetze aus gegen die physiologische Ansicht führen läßt; auch wurzeln die, unter B) und C) geltend zu machenden empirischen und mathematischen Einwürfe darin oder hängen damit zusammen. Und da sich wie gesagt mit Verlassen des reinen Weberschen Gesetzes in Müllers Sinne die Schwierigkeit für die physiologische Ansicht nur verstärkt, so bleibt abzuwarten, welchen anderen Weg der Rettung sie noch finden kann.

Hiegegen hat man es freilich von vorn herein für fast oder ganz selbstverständlich erklärt, daß die psychischen Änderungen den physischen Änderungen, die ihnen unmittelbar unterliegen, proportional gehen, und ich habe „In Sachen" p. 65 ff. der zahlreichen Stimmen gedacht, die sich in dieser Ansicht vereinigen. Aber schon nach allgemeinem Aperçu erscheint der geistige Proceß nichts weniger als eine Nachahmung des ihm unterliegenden körperlichen Processes, und sicher würde er viel mehr so erscheinen, wenn einfache Proportionalität zwischen beiden statt fände. Außerdem habe ich „In Sachen" p. 66 ff. darauf hingewiesen, daß jene vorgebliche Selbstverständlichkeit nur darin ruht, daß man das, was man nach täglichen Erfahrungen für die Folgebeziehung zwischen Ursach und Wirkung im physischen Gebiete natürlich findet, wie selbstverständlich auf die Simultanbeziehung zwischen Leib und Seele, Physischem und Psychischem überträgt, daß aber selbst im physischen Gebiete für sich, so weit ich mich darin umsehe, Bestimmungen, Veränderungen, die in Simultanabhängigkeit von einander stehen, nur in dem einzigen Falle, daß sie gleichartiger Natur sind, einander proportional [in der Größe] gehen [1]), wonach vollends nicht zu erwarten, daß die, so verschiedenartigen, physischen und psychischen Bestimmungen in ihrer Simultanabhängigkeit einander einfach proportional gehen.

Zu den „In Sachen" angeführten Beispielen der Simultanbeziehung im physischen Gebiete ist berichtigend zu bemerken, daß zwar Abstand des Planeten von der Sonne und Geschwindigkeit desselben in seiner Bahn in Simultanabhängigkeit von einander stehen, nicht minder durchlaufener Raum und durchlaufene Zeit; aber nicht, wie es nach der zu wenig auseinander gehaltenen Anführungsweise „In Sachen" scheinen möchte, auch beide erste Bestimmungen von beiden letzten; denn in der That kann Geschwindigkeit und Abstand in einem gegebenen Momente nicht als simultan mit dem vorher durchlaufenen Raume, der vorher durchlaufenen Zeit gelten. Aus gleichem Grunde dürfte man das Beispiel mit Erleuchtung einer Fläche durch ein Licht in gewissem Abstande nicht mit Recht hieher ziehen, also lieber streichen; da

1) Dies gilt z. B. für die Kreisbewegungen der Theile eines Planeten bei Drehung um seine Axe, für die geradlinigen Bewegungen der Theile eines ohne Drehung herabfallenden Körpers, für die Wachsthumsverhältnisse eines gleichförmigen Organes in seinen verschiedenen Theilen.

die Beleuchtung der Fläche eine vorher durch das Licht durchlaufene Distanz voraussetzt. Doch giebt dies bloß eine Reduction der Beispiele für Simultanabhängigkeit, indeß die, welche wirklich dafür bleiben, auch Belege für den aufgestellten Satz bleiben.

Nun bestreitet Müller zuvörderst die Allgemeinheit des von mir aufgestellten Satzes dadurch, daß er einen Fall (mit der Saite), den ich selbst schon als zweideutig angeführt hatte, eindeutig dagegen geltend macht, und daß er auf die Proportionalität zwischen der Geschwindigkeit und der durchlaufenen Zeit eines fallenden Körpers hinweist, womit er die vorhin als fehlerhaft anerkannten Beispiele nur um ein ebenso fehlerhaftes vermehrt; und da ihm keine anderen Beispiele dagegen eingefallen sind, so sehe ich darin vielmehr eine Verstärkung als Widerlegung der Allgemeingültigkeit des Satzes. Gesetzt aber, es lassen sich, wie ich schon „In Sachen" als möglich zugegeben, entschiedene Ausnahmen noch finden, so würden sie, indem sie die Regel nicht aufheben, auch die Folgerung derselben nicht aufheben, daß eine Proportionalität zwischen simultan von einander abhängigen Bestimmungen nichts weniger als selbstverständlich sei, da sie jedenfalls in der Mehrzahl der Fälle nicht statt findet.

Nun legt aber Müller das meiste Gewicht darauf, daß die von mir angeführten Beispiele der Simultanabhängigkeit mit derjenigen, welche zwischen Physischem und Psychischem statt findet, so wenig vergleichbar sei, daß vom Einen auf das Andere gar kein Schluß zu machen sei. So sagt er: „Die Wechselbeziehung zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer, zwischen Abstand und Geschwindigkeit eines Planeten, zwischen dem von einem Planeten durchlaufenen Raume und der durchlaufenen Zeit u. dgl. mehr sei doch gar keine directe und unmittelbare, sondern eine erst durch andere Vorgänge, Kräfte u. dgl. vermittelte. Die Wechselbeziehung zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer z. B. werde erst durch die Existenz der Schwerkraft und verschiedene andere Umstände bedingt und vermittelt; es könne daher, wenn diese Bedingungen nicht sämmtlich erfüllt sind, Pendellänge vorhanden sein, ohne daß überhaupt eine Schwingung und Schwingungsdauer des Pendels besteht." Nun aber schieben sich „Vorgänge", von denen Müller spricht, zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer, Geschwindigkeit und Abstand eines Planeten u. s. w. ebenso wenig ein, als zwischen simultan bedingten physischen und psychischen Bestimmungen. Schließlich hängen vielmehr Pendellänge und Schwingungsdauer u. s. w. durch physikalische Grundgesetze, in welche sich Kraftbeziehungen übersetzen lassen, eben so unmittelbar zusammen, als Leib und Seele durch psychophysische. Und was die Bemerkung anlangt, es könne Pendellänge vorhanden sein, ohne daß überhaupt eine Schwingung und Schwingungsdauer da ist; so kann natürlich nur in sofern überhaupt von einer Beziehung zwischen beiden gesprochen werden, als beide zugleich da sind; wie auch von einer Beziehung zwischen Empfindung und ps.-ph. Erregung nur in sofern gesprochen werden kann, als beide zugleich da sind; ruhende Materie aber gäbe so wenig Empfindung als ruhende Pendellänge eine Schwingung.

Als besonders erläuternd für das aufgestellte Princip simultaner Abhängigkeit habe ich „In Sachen" p. 67 Folgendes geltend gemacht: „Das allgemeinste Schema solcher Abhängigkeit haben wir in dem Verhältnisse der Länge einer Curve zur Länge der Abscisse bei Ausgang von

demselben Puncte. In dem einzigen Falle, daß die Curve eine eben solche gerade Linie als die Abscisse ist, oder allgemeiner Curve und Abscisse gleichgeartete Curven sind, gehen beide einander proportional; aber die psychische Empfindung und der zugehörige physische Proceß sind so ungleichartig als möglich, so weit überhaupt Ungleichartigkeit zwischen Dingen oder Processen statt finden kann.

Wenn nun Müller (Rec. p. 831) hiegegen äußert: „Es ist mir unverständlich, wie Verf. daraus, daß behufs graphischer Darstellung zweier einander proportionaler Bestimmungen oder Vorgänge Curve und Abscisse gleichgeartete Curven sein müssen, schließen kann, daß auch diejenigen Vorgänge selbst, deren Wachsthumsverhältnisse durch jene gleichgearteten Curven dargestellt werden können, nothwendig gleicher Art sein müssen"; so ist mir meinerseits unverständlich, wie Müller die schematische Darstellung meines allgemeinen Satzes durch eine graphische mit einem prätendirten Beweise desselben verwechseln kann. Jedenfalls übersieht Müller, daß die Gleichartigkeit und Ungleichartigkeit der sich bezugsweise ändernden Processe ihren Ausdruck im Schema durch die verschiedene Form der sie repräsentirenden Curven selbst finden; hierauf ist das Schema angelegt, also ein Schluß, daß wenn die Curven gleichartig sind, auch die Vorgänge gleichartig sein müssen, nicht erst zu machen.

B) Empirische Gesichtspuncte.

Unter dieser Rubrik werde ich einige Fragen untersuchen, welche zwar zum Theil schon durch Folgerungen aus dem unter A) geltend gemachten aprioristischen Princip beantwortet und erledigt sein dürften, auf die aber doch zur Revision so mancher früher darüber geführten Verhandlungen auch noch direct zurückzukommen sein möchte.

a) Deutungsfrage der logarithmischen Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung.

Die durch das Webersche Gesetz begründete logarithmische Abhängigkeit zwischen Reiz und Empfindung läßt bemerktermaßen (S. 222) von vorn herein die doppelte Möglichkeit zu, die ps.-ph. Erregung E dem Reize r proportional, hiegegen die Empfindung s von der ps.-ph. Erregung E in logarithmischer Abhängigkeit anzunehmen, oder umgekehrt die ps.-ph. Erregung vom Reize r logarithmisch abhängig, die E. s der ps.-ph. Erregung E proportional zu denken. Ersteres im Sinne der ps.-ph., das Zweite im Sinne der physiologischen Ansicht.

Nun hatte ich in „Elem." II. 429 als allgemeinen Gesichtspunct zu

Gunsten der ps.-ph. Ansicht geltend gemacht, daß „nach der wesentlichen Verschiedenheit zwischen physischem und psychischem Gebiete eine logarithmische Abhängigkeit zwischen physischer und psychischer Thätigkeit im Sinne der Fundamentalformel und Maßformel sehr wohl denkbar sei, wogegen eine solche Abhängigkeit zwischen zwei körperlichen Thätigkeiten, wie sie einerseits durch die Reizwirkung, andererseits durch die psychophysische Thätigkeit repräsentirt [und von der physiologischen Ansicht in den Grenzen des Weberschen Gesetzes statuirt] wird, nicht denkbar sei."

Müller hat sich (p. 234) gegen diese Äußerung erklärt, und schon vorher ist sie („In Sachen" p. 72) von mir selbst zurückgenommen worden, weil sie in der That nicht als logisch selbstverständlich aufgestellt werden konnte, und selbst ein factischer Ausnahmefall dagegen zu sprechen schien. Inzwischen, mag man an Beharrung, Stoß, Massenanziehung oder Abstoßung als Ursachen von Folgen im physischen Gebiete denken, so ist die unmittelbare Wirkung überall der Ursache einfach proportional, nur daß die Folgen einer Ursache mit denen einer anderen in Conflict kommen, und im Verlauf der Folgen durch Zeit und Raum sich Widerstände geltend machen können, die als Folgen von andersher wirkenden Ursachen immer auf Complication zurückführbar sind. Und hienach ist also allerdings allgemeingesprochen die Möglichkeit denkbar, daß ein ursächlicher Anstoß oder Bewegungsvorgang als Reiz den Nervenvorgang als Folgevorgang in logarithmischer Abhängigkeit von sich habe. Nur reicht es nicht hin, sich auf diese allgemeine Denkbarkeit zu berufen, sondern es muß auch, sei es 1) theoretisch gezeigt werden, ob und unter welchen Bedingungen die Denkbarkeit realisirbar ist, und wiefern solche Bedingungen unsernfalls vorliegen, oder es muß 2) auf wirkliche Beispiele solcher Abhängigkeit auf physischem Gebiete verwiesen werden können, von denen eine Anwendung auf unsern Fall zu machen. Von Erfüllung der ersten Forderung seitens der physiologischen Ansicht ist bisher gar nicht die Rede gewesen, auch bei Müller findet sich keine Andeutung davon; gesetzt aber, man beriefe sich in dieser Hinsicht auf die Schwierigkeit der theoretischen, d. i. mathematischen, Untersuchung überhaupt, die mir doch durch die Betrachtung unter A einfach genug überwunden scheint, so wird es dann um so nöthiger sein, in Beispielen des wirklichen Vorkommens solcher Abhängigkeit einen Anhalt zu suchen. Auch das hat Müller nicht gethan, indeß sich hierauf schon die Betrachtung „In Sachen" p. 73 ff. gerichtet hat, und eingehender die folgende Betrachtung richten wird.

Allerdings gedenkt Müller der logarithmischen Abhängigkeit der

Höhendifferenz von dem Verhältniß der zugehörigen Barometerstände und des, nicht minder auf eine logarithmische Abhängigkeit führenden Bouguerschen Satzes, „daß die, durch einen durchsichtigen Körper hindurchdringende Lichtmenge in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Dicke des Körpers in arithmetischer Progression wächst", besinnt sich aber nachher selbst, daß dies keine logarithmische Abhängigkeit zwischen physischen Vorgängen sei, um die sich's doch gerade handelt, und hält es nicht nöthig, sich nach anderweiten wirklichen Beispielen von solchen umzusehen; ja, nachdem ich es meinerseits gethan, und ein Beispiel, was mir hieher zu gehören schien, gefunden zu haben meinte, was doch bei näherem Zusehen wirklich nicht hieher gehört, läßt er meine Berufung darauf nicht einmal gelten; und was hat er dann seinerseits worauf sich zu berufen?

Mir selbst nämlich war beigefallen, daß sich bei Abhängigkeit der Zuckungsgröße eines Muskels von der Größe des darauf geübten (tetanisirenden) Reizes nicht nur sehr wohl an eine logarithmische Abhängigkeit dazwischen denken läßt, sondern daß solche selbst einen experimentalen Vertreter, Preyer, gefunden hat, der sogar für die Abhängigkeit der Zuckungsgröße vom Reize ganz dieselbe Maßformel aufgestellt hat, als ich für die Abhängigkeit der E. vom Reize. Nun habe ich selbst „In Sachen" darauf hingewiesen, daß diese Formel keine unbeschränkte Gültigkeit haben kann; und Müller (Rec. p. 820) findet die Berufung darauf überhaupt nicht glücklich, „weil die physiologische Kritik die myophysischen Untersuchungen Preyers mit bemerkenswerther Übereinstimmung ablehnend beurtheilt habe"; doch repräsentirt die Formel sowohl den Umstand, daß die Zusammenziehung erst bei einem endlichen Grade des Reizes beginnt, also einen Schwellenwerth hat, und daß das Wachsthum der Zusammenziehung weit hinter der Proportionalität mit dem Wachsthum des Reizes zurückbleibt. In soweit gilt sie also doch factisch mit einer gewissen Annäherung; und so ließ sich allerdings Seitens der physiologischen Ansicht der Einwurf erwarten: da wir in der (approximativ) logarithmischen Abhängigkeit zwischen Muskelzuckung und Reiz (elektrischer Thätigkeit) ein factisches Beispiel einer solchen Abhängigkeit zwischen zwei physischen Vorgängen haben, so ist kein Grund, eine solche zwischen psychophysischer Thätigkeit und Reiz weniger möglich zu halten; insofern aber die Empfindung der ps.-ph. Thätigkeit proportional geht, kommt dadurch auch die logarithmische Abhängigkeit zwischen Empfindung und Reiz, soweit solche nach Weberschem Gesetze besteht, heraus.

Aber gegen die Anwendbarkeit hievon auf unsern Fall ist Zweies zu sagen. Erstens, wenn ein physischer Reiz auf einen Muskel, sei es unter Zwischenwirkung des Nerven oder direct wirkt, so kann die Größe der Zusammenziehung nicht proportional der Größe des Reizes wachsen, weil sich mit wachsender Zusammenziehung ein wachsender Widerstand entwickelt, und hier läßt sich allerdings an ein approximativ logarithmisches Verhältniß zwischen der Größe der Reizung und Größe der Zusammenziehung, also zwischen zwei physischen Vorgängen, nicht nur denken, sondern solches auch mit irgend welcher, wenn auch noch so roher Annäherung finden. Aber lassen sich wohl entsprechende Gründe für eine logarithmische Abhängigkeit zwischen Reiz und Nervenerregung, wie solche von der physiologischen Ansicht in den Grenzen des Weberschen Gesetzes gefordert wird, finden? Zieht sich etwa der Nerveninhalt bei Einwirkung des Reizes mit wachsendem Widerstande ähnlich wie der Muskel zusammen? Natürlich brauchte das nicht der Fall zu sein, sondern es könnte eine andere physische Vermittelungsweise der logarithmischen Abhängigkeit an die Stelle treten; aber nicht einmal die Andeutung einer solchen findet sich bei Müller oder überhaupt vor, sondern eben bloß die unbestimmte Möglichkeit, es könne doch eine solche geben. So lange aber auf keine Complication, keinen Widerstand mit irgend welcher Bestimmtheit hingewiesen werden kann, wodurch die fundamentale Proportionalität zwischen Ursache und Wirkung sich in eine logarithmische Abhängigkeit wandelt, bleibt die Berufung auf diese Proportionalität im Vortheil.

Nun aber zweitens ist, näher und schärfer zugesehen, — was mir schon früher hätte einfallen sollen — die Abhängigkeit der Zuckungshöhe des Muskels vom Nervenreize, d. i. vom erregenden elektrischen Processe, nicht die Abhängigkeit eines Bewegungsvorganges davon, sondern des Enderfolges eines solchen davon, und gewährt also im Grunde gar kein Beispiel für die logarithmische Abhängigkeit eines physischen Bewegungsvorganges von einem andern Bewegungsvorgange, um was es sich jedenfalls bei Licht- und Schallreiz handelt. Und so fehlt es bisher innerhalb wie außerhalb des Organismus überhaupt ganz an einem solchen Beispiel, worauf sich die physiologische Ansicht berufen könnte. Wenn aber weder Theorie noch Empirie eine Andeutung finden lassen, daß es überhaupt Beispiele der Art gebe, vollends, daß es solche, die auf unsern Fall Anwendung leiden, gebe, so scheint mir der Nachtheil der physiologischen gegen die ps.-ph. Ansicht evident; denn diese hat nicht nur

ein allgemeines Princip der Proportionalität der physischen Folge mit der physischen Ursache, sondern ist auch, insbesondere unter Mitrücksicht auf nachweisliche störende Nebenbedingungen, nicht in Verlegenheit, wirkliche Beispiele dazu zu finden. Insbesondere kommt in Betracht, daß die Anregung von Schwingungsprocessen durch Schwingungsprocesse solche Beispiele schon draußen darbietet. Die durch äußere Licht- und Schallschwingungen angeregten inneren Nervenvorgänge, wovon die Licht- und Schall-E. abhängt, können aber kaum anders als auch unter Form von Schwingungen vorgestellt werden („Elem." II. p. 282, „In Sachen" p. 117), und daß sie sich unvergleichlich langsamer durch die Nervenmasse fortpflanzen, als Licht und Schall draußen durch Äther und Luft, hindert nicht im Geringsten, daß sie bei vergleichbar gehaltenen Versuchen den anregenden Schwingungen in Stärke, d. i. Amplitude, proportional gehen. Nun geschieht allerdings der Übergang der äußern Schwingungen in die inneren molecularen Nervenschwingungen nicht unmittelbar, sondern durch Zwischenmedien und wenigstens beim Lichtsinn, bei Geschmack und Geruch, wohl durch Zwischenwirkung chemischer Processe. Aber auch draußen thut die Zwischeneinschiebung von irgendwelchen Medien zwischen Ausgangs- und Folgeschwingungen der Proportionalität keinen Eintrag, so lange das Zwischenmedium constant bleibt, und was die Zwischeneinschiebung eines chemischen Processes anlangt, so liegt jedenfalls nicht der geringste theoretische oder empirische Anhalt vor, daß hiedurch eine logarithmische Abhängigkeit zwischen anregenden und durch die Nerven fortgepflanzten Schwingungen vermittelt sein könne; wogegen sich unstreitig die ersteren nicht in die letzteren als Schwingungen durch Vermittelung des chemischen Processes fortsetzen können, wenn nicht der chemische Proceß selbst Schwingungen einschlösse (s. „In Sachen" p. 118), deren Stärke dann wie überall der Stärke der anregenden Schwingungen proportional sein wird. Hievon unten mehr.

Das Vorige kann als eine allgemeine Erwiederung auf Müllers Bemerkung (Rec. p. 823) gelten, daß die von mir statuirte Proportionalität zwischen Reiz und ps.-ph. Erregung in den Grenzen des Weberschen Gesetzes nur „eine ebenso unbegründete Möglichkeit enthält", als ich der von der physiologischen Ansicht statuirten logarithmischen Abhängigkeit der ps.-ph. Erregung vom Reize innerhalb der Grenzen des betreffenden Gesetzes vorwerfe. Die Sache steht in der That nach vorigen Erörterungen nichts weniger als gleich nach beiden Seiten. Die ps.-ph. Ansicht kann für die Proportionalität innerhalb der Grenzen

des Gesetzes wie für die Abweichungen davon außerhalb desselben bekannte und anerkannte physikalische Principien und Thatsachen geltend machen; die physiologische Ansicht für die logarithmische Abhängigkeit gar keine.

Man könnte vielleicht gegen Ersteres noch folgenden Einwand erheben. Thatsächlich giebt es Fälle, wo eine ganz kleine physikalische Bewegung eine ungeheuer große auslösen kann, mithin die Proportionalität zwischen Ursach und Folge ganz fehlzuschlagen scheint. So, wenn eine große Masse in Gleichgewicht auf einer scharfen Schneide ruht, kann ein kleiner einseitiger Anstoß sie zum Fall bringen, und hiemit eine mächtige lebendige Kraft auslösen. So kann ein kleiner Funke eine ungeheure Masse Pulver zur Explosion bringen. Die Voraussetzung derartiger Auslösung von der Ursach ganz unproportionirten Wirkungen ist ein labiles Gleichgewicht. Auch in diesen Fällen aber ist die directe oder unmittelbare Wirkung unstreitig der Ursache proportional. Ist im ersten Beispiel der Anstoß auf die Masse gar zu klein, so reicht er nicht hin, den Fall zu bewirken, sondern nur, den Schwerpunct auf der Schneide, die doch nothwendig eine gewisse Breite hat, zu verschieben, und setzt dabei die Theilchen der Masse gegen die der Schneide proportional der eignen Geschwindigkeit in Bewegung; dabei kann entweder der Fall eintreten, daß der Anstoß nicht hinreicht, die Theilchen der Masse über die nächstvorliegenden der Schneide hinauszuschieben, d. i. den mit der Annäherung wachsenden Widerstand, den die Elasticität entgegensetzt, zu überwinden, oder daß er dazu hinreicht. Das zweite Beispiel anlangend: wenn die Hitze, die von einem Puncte aus auf das Pulver wirkt, nicht groß genug ist, so explodirt das Pulver nicht, indem sie nicht hinreicht, auch nur die Bestandtheile der nächsten Theilchen bis zur Zersetzung aus einander zu treiben; eine Annäherung dazu wird sie doch bewirken, indeß sich die einmal entstandene Zersetzung dann weiter von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt.

Nun könnte man ja daran denken, die Mitwirkung des Reizes auf den Nerven sei auch eine solche auslösende.

Aber in allen Fällen solcher Auslösung physikalischer Wirkungen, die wir kennen, sehen wir die Wirkung nicht in logarithmischer Abhängigkeit von der Ursache, sondern überhaupt in keiner bestimmten Größenabhängigkeit davon, wie doch solche zwischen Reiz und Nervenerregung stattfindet; also kann auch keine Anwendung davon gemacht werden, eine logarithmische Abhängigkeit der psychophysischen Erregung vom Reize zu begründen, und überhaupt keine Anwendung davon auf unsere Frage gemacht werden.

Natürlich würden alle vorigen Betrachtungen, welche gegen eine logarithmische Abhängigkeit zwischen Reiz und psychophysischer Nervenerregung laufen, umsonst sein, wenn sich eine solche direct nachweisen ließe, und so schien es durch die, „In Sachen" p. 75 ff. erwähnten Versuche von Dewar und McKendrick geschehen. Inzwischen habe ich schon dort hervorgehoben, daß die von den Beobachtern geltend gemachte logarithmische Abhängigkeit nicht zwischen dem Nervenprocesse selbst, von welchem die Lichtempfindung abhängig zu machen, und dem Reize besteht,

sondern zwischen einem analogen statischen Phänomen (der sogen. negativen Schwankung des natürlichen Nervenstroms) als es bei den Muskelzuckungsversuchen die Zuckungshöhe ist, und dem Reize. Außerdem aber hat Müller (p. 295), dem die Untersuchungen der betreffenden Beobachter vollständig vorlagen, indeß mir nur ein unvollständiger Auszug davon vorlag, gezeigt, daß nicht einmal die von den Beobachtern behauptete logarithmische Abhängigkeit zwischen jenem Phänomen und dem Reize richtig aus ihren Versuchen gefolgert ist, wonach er, obwohl Vertreter der physiologischen Ansicht, doch die betreffenden Versuche nicht zu Gunsten derselben geltend macht.

Daß die Exner'schen Versuche im Gebiete der Lichtempfindung, deren ich „In Sachen" p. 80 gedacht habe, keine Entscheidung geben, habe ich da schon selbst besprochen, und um so weniger werden sie hier überhaupt zählen können, als nach Müllers triftiger Bemerkung (Rec. p. 821 f.) die daraus abzuleitenden Resultate mit den, aus Versuchen von Kunkel und Baxt abzuleitenden nicht stimmen [1]).

b) Frage nach der Existenz einer inneren Schwelle.

Eine äußere Reizschwelle findet statt, sofern der äußere Reiz erst eine gewisse Größe erreichen muß, bevor die Empfindung bemerklich wird; von einer inneren oder auch psychophysischen Empfindungsschwelle sprechen wir in dem schon früher angegebenen Sinne, insofern die ps.-ph. Thätigkeit erst eine gewisse Größe erreichen muß, ehe die E. anfängt bemerklich zu werden.

Die Annahme einer inneren Schwelle in diesem Sinne ist solida-

---

1) Daß ich („In Sachen" p. 81) das Resultat der Baxtschen Versuche mit dem der Exnerschen als wesentlich stimmend angesehen habe, ist in der That nur ein, von Müller richtig notirtes, Versehen. Eben so liegt der Ableitung der „In Sachen" p. 80 angeführten Formel: $\gamma = k\, t \log \beta$ aus Exners Versuchen das Versehen unter, das Product $t \log \beta$ statt die Summe $t + \log \beta$ als constant genommen zu haben. Doch bedarf auch die, von Müller für die obige gesetzte Formel, $\gamma = k \log \beta + t$ einer Ergänzung. Nach ihr würde die eben merkliche Empfindung γ noch einen endlichen Werth $= k \log \beta$ haben, wenn $t = 0$, wogegen die Empfindung erst bei einem endlichen Werth von t merklich zu werden beginnt. Setzt man hingegen die Reizstärke $\beta = A$ bei $t = 0$, so wird man als richtig ergänzte Formel erhalten

$$\gamma = k \log \frac{\beta}{A} + t.$$

Dasselbe würde ohne Einführung von A die, doch an sich nicht selbstverständliche, Bestimmung leisten, daß als Einheit der β der bei $t = 0$ stattfindende Werth von β zu nehmen.

risch mit der Übertragbarkeit des Weberschen Gesetzes vom Reize auf die ps.-ph. Erregung und daraus folgenden logarithmischen Abhängigkeit der E. von dieser Thätigkeit, und der Hauptgrund für die Annahme einer inneren Schwelle tritt daher in die vorbesprochenen Gründe für diese Abhängigkeit hinein. Directere Beweise dafür gewähren die unter d) zu besprechenden, freilich anders als von Müller aufzufassenden, Aufmerksamkeitsverhältnisse. Also steht die Annahme der inneren Schwelle durchaus nicht auf den zunächst zu pflegenden Erörterungen, welche dahin gehen werden, ob nicht auch in dem Dasein der äußern Schwelle schon Gründe für das Dasein der inneren zu finden. Ich gestehe zuletzt, daß von hier aus weder für noch gegen sicher zu entscheiden ist; immerhin wird nützlich sein, die Sachverhältnisse in dieser Hinsicht näher zu erwägen.

Von vorn herein läßt sich ja sehr wohl denken, daß ein schwacher äußerer Reiz nur deßhalb wirkungslos für die Empfindung wird, daß er auf dem Wege seiner Fortpflanzung zum Empfindungsorgan (Sensorium) einer solchen Schwächung durch Widerstände, Absorption, Zerstreuung, Umsetzung in andere Form unterliege, daß im Empfindungsorgan selbst nichts mehr davon übrig bleibt, mithin es überflüssig ist, eine innere Schwelle anzunehmen. Und so wird es zunächst gelten, nachzusehen, was in dieser Beziehung etwa geltend zu machen ist.

Als Empfindungsorgan pflegt man im Allgemeinen die Ganglienzellen der grauen Gehirnmasse zu betrachten; und obwohl ich meinerseits glaube, daß das ganze System unserer psychophysischen Erregungen oberhalb der Schwelle, insoweit es unter sich zusammenhängt, Träger unseres Bewußtseins ist, wird man doch den Ganglienzellen irgend eine bevorzugte oder centrale Bedeutung in diesem Systeme beizulegen haben; und da jene Annahme jedenfalls die herrschende ist, mag man sich immerhin zur Fixirung der Vorstellung für die folgenden Betrachtungen daran halten. Es ändert aber nichts, wenn man die Vorstellung vom Sensorium in meinem Sinne erweitert.

Kürze halber nennen wir es eine Erschöpfung des Reizes, wenn die durch den Reiz erweckte Erregung auf dem Wege ihrer Fortpflanzung zum Empfindungsorgane sich bis zum völligen Verschwinden abschwächt. Nun erklärt Müller (p. 241): wenn die Erregung des peripherischen Nervenendes durch den Reiz und mithin der Reiz selbst nicht einen gewissen, als äußeren Schwellenwerth anzusehenden, Werth überschreite, und „die Intensität der Erregung des Sinnesnerven bei ihrer Weiterverbreitung durch denselben abnehme", sei eine Erschöpfung

der Erregung vor Anlangen an das Sensorium nothwendig. Aber nichts ist untriftiger als der von Müller aufgestellte Vordersatz. Vielmehr, wenn die Erregung in jedem Momente der Fortpflanzung oder jedem Puncte der Bahn um einen, ihrer eben vorhandenen Größe proportionalen Theil abnimmt, oder, was dasselbe sagt, sich nach Verhältniß ihrer vorhandenen Größe schwächt, was ich kurz die verhältnißmäßige Schwächung nennen will, kann die Erregung, wie klein sie anfangs sei und durch einen wie langen Weg sie sich fortpflanze, nie vollständig erlöschen. Wogegen allerdings bei hinlänglicher Länge der Leitungsbahn im Wege der Fortpflanzung dadurch ein vollständiges Erlöschen eintreten würde, wenn der Erregung in jedem neuen Momente rücksichtlos auf ihre eben vorhandene Größe gleich viel oder mehr als im vorhergehenden Momente entzogen würde, was ich kurz die absolute Schwächung nennen will. Es ist schwer erklärlich, wie Müller diesen, für jetzige Untersuchung fundamentalen, Unterschied hat übersehen können. Oder wäre etwa die absolute Schwächung für die Fortpflanzung der Erregung durch das Nervensystem so selbstverständlich, oder nach offenkundigen Thatsachen als so notorisch anzusehen, daß es der Rücksichtnahme auf die Möglichkeit der verhältnißmäßigen Schwächung gar nicht bedürfte. Aber im Gegentheil, Bernstein hat vielmehr bei Construction seiner Maßformel („In Sachen" p. 20. 138 ff.) für den Fortschritt der Erregung durch die Ganglienzellen des Gehirns die verhältnißmäßige Schwächung als wie selbstverständlich in Rechnung gezogen, und wenn er danach doch die Erregung sich nur bis zu gewissen Grenzen fortpflanzen läßt, widerspricht er damit nur seiner eigenen Voraussetzung ohne sie zu tilgen. Es ist das eben ein Hauptfehler seiner Theorie, worüber „In Sachen" p. 144 zu vergleichen.

Außerdem wissen wir, daß die Schwächung von Licht und Schall durch Reflexion und Ausbreitung nach dem Princip verhältnißmäßiger Schwächung erfolgt; also ließ sich die Rücksicht auf die Möglichkeit derselben bei der uns beschäftigenden Frage von vornherein nicht vernachlässigen. Ja nach Bernsteins directen Versuchen („Untersuchungen" p. 151 ff.ff.) findet im Laufe des Nerven nicht nur keine absolute Schwächung, sondern überhaupt keine merkliche Schwächung der fortgepflanzten Erregung statt; auch verfehlt Müller selbst nicht, dies Bernsteinsche Resultat zu erwähnen, indem er freilich zugleich mit erwähnt (p. 241), daß auch Untersuchungen mit sich widersprechenden Resultaten seitens Pflüger, Rosenthal, Pleischl u. A. über die Intensitätsverhältnisse der

Erregung im Verlaufe durch den Nerven vorliegen; aber ich habe mir von fachkundigster Seite (Prof. Ludwig) sagen lassen, daß man dem Bernsteinschen Resultate das meiste Zutrauen schenkt.

Nun kommt es freilich nicht auf die Fortpflanzung der Erregung durch den Nerven allein an. Z. B. das Licht hat, um zum Sehnerven zu dringen, erst durch die Augenfeuchtigkeiten zu dringen; kann nicht ein zu schwaches Licht, bevor es dahin gelangt, durch Absorption ausgelöscht sein? Aber das widerspricht dem, von Müller selbst anderweit geltend gemachten, Bouguerschen Satze, wonach sich vielmehr der Lichtreiz nur bei unendlicher Dicke des absorbirenden Mittels absolut erschöpfen könnte.

Hienach könnte man die Veränderungen, welche der Reiz in den Endapparaten der Sinnesnerven erfährt, ehe er den Nerven durchläuft, für die Forderungen der physiologischen Ansicht in Anspruch nehnehmen; und zuzugestehen ist, daß, da wir so viel als gar nichts über die Modificationen, welche der Reiz darin erfährt, wissen, eine unbestimmte Möglichkeit vorliegt, hier zu finden, was die physiologische Ansicht braucht[1]). Auch macht Müller (p. 239 f.) von dieser unbestimmten Möglichkeit vollen Gebrauch, indem er namentlich darauf hinweist, daß die Wirkung der Lichtstrahlen auf die Netzhaut unstreitig eine photochemische sei, es aber erst einer gewissen Stärke des einwirkenden Lichtes bedürfe, um eine chemische Action in den Endapparaten hervorzurufen, wovon die Schwelle abhängen könne, die hiemit physiologisch statt psychophysisch sei: so wenigstens glaube ich Müller zu verstehen. Auf welche Thatsachen er sich hiebei beruft, weiß ich nicht. Das freilich ist natürlich, aber auch als Erfolg der psychophysischen Schwelle verständlich, daß die Wirkung des Lichtes auf ein photochemisches Präparat erst einen gewissen Grad erreichen muß, ehe sie für das Auge spürbar wird; deßhalb kann sie doch nach psychophysischer Ansicht der Schwelle schon vorher da sein. Gewiß ferner ist, daß die Wärme als Agens, wodurch chemische Verbindungen zu Stande kommen und gelöst werden können, einen gewissen Grad erreichen muß, ehe dieser Erfolg eintritt. Aber es kann doch nicht der Enderfolg einer zu Stande gekommenen Verbindung oder Trennung sein, wovon eine dauernde Empfin-

1) Was man sich meines Erachtens als wahrscheinlich denken kann, ist, daß die Theilchen in den Endapparaten der verschiedenen Sinnesorgane eine so verschiedene Anordnung haben, daß daraus eine verschiedene Form und Zusammensetzung der durch den Reiz darin angeregten und von da aus fortgepflanzten Schwingungen hervorgeht; doch kommt hier nichts darauf an, diese Hypothese festzuhalten und auszuführen.

dung bei dauernder Reizeinwirkung abhängt, sondern nur ein dauernder Proceß, und wie sich Müller diesen beim Chemismus denkt, ist mir unklar und überhaupt unklar, wie er anders als unter Form fortpflanzbarer Schwingungen zu denken ist, will man sich überhaupt etwas dabei denken, was man sich freilich gern durch den Namen chemischer Proceß erspart.

Möchte übrigens die chemische Hypothese auf das Auge anwendbar sein, und der Einwand hier die Möglichkeit eines Anhalts finden, so fragt sich immer noch, wiefern auf die anderen Sinnesorgane, bei welchen die Erfahrung keinen bestimmten Anhalt dazu giebt, sondern immer nur die unbestimmte Möglichkeit dazu vorliegt. Wundt setzt in dieser Hinsicht ausdrücklich den Gehörssinn dem Gesichtssinne entgegen. Obwohl ich zugebe, daß eine allgemeinere Bedeutung des Chemismus bei allen Empfindungsvorgängen darin einen Wahrscheinlichkeitsgrund für sich geltend machen kann, daß das Nervensystem, um psychisch zu functioniren, überall der Zufuhr sauerstoffhaltigen Blutes bedarf. Aber überall werden dann auch entsprechende Betrachtungen als in Bezug auf das Auge gelten.

Hienach bleibt noch die, insbesondere von Wundt vertretene, Ansicht übrig, daß schwache Reize durch einen eigenthümlichen Widerstand, den sie beim Durchgange durch die Ganglienzellen erfahren, erschöpft werden können. Nur würde dies in sofern nicht fruchten, als die Erregung, wenn sie nur einmal in die Ganglienzelle eingetreten wäre, während des Durchganges selbst eine von ihrer noch vorhandenen Stärke abhängige E. mitführen müßte, bis sie darin erschöpft wäre; ich kann aber auch Wundts Ansicht durch die von ihm dafür angeführten Thatsachen (Phys.-Ps. I. 340) nicht sicher genug begründet finden.

Allerdings vermag hienach ein auf einen Muskelnerven ausgeübter sehr schwacher Reiz, der noch hinreicht, den Muskel zur Zuckung zu veranlassen, wenn er (der Reiz) auf seinem Wege keine Ganglienzelle zu durchlaufen findet, denselben nicht mehr dazu zu bringen, wenn er auf seinem Wege eine solche zu durchlaufen hat; sondern es bedarf dazu der Verstärkung des Reizes; also scheint er doch wirklich in der Zelle erschöpft zu werden. Und weiter: ist der Reiz hinreichend verstärkt, um nach Durchlaufen der Ganglienzelle die Zuckung auszulösen, so tritt die Zuckung doch später ein und ist dafür nur nachhaltiger als wo die Einschiebung der Ganglienzelle fehlt. — Aber dieselben Thatsachen lassen sich dadurch repräsentiren, daß der Reiz beim Durchgang durch die Ganglienzelle nach dem Princip verhältnißmäßiger Schwächung,

welche nicht bis zur Vernichtung führt, nur so weit herabkommt, um die Schwelle der Muskelzuckung, von der oben (S. 231) die Rede war, nicht mehr zu erreichen; und da das Dasein dieser Schwelle erwiesen ist, so bedarf es nicht noch der Hypothese einer völligen Extinction des Reizes im Leitungswege durch die Zelle. Außerdem spricht der Umstand, daß die bei Einschiebung der Ganglienzelle später eintretende Zuckung nachhaltiger ist, als ohne Einschiebung, doch gar nicht dafür, daß die lebendige Kraft der Erregung beim Durchschreiten durch die Ganglienzelle etwas eingebüßt, sondern nur, daß sie sich in der nachmaligen Wirkung auf den Muskel auf längere Zeit vertheilt habe, wo es dann allerdings auch vorkommen kann, daß sie sich so weit vertheilt, daß in keinem Momente eine, zum Übersteigen der Zuckungsschwelle des Muskels hinreichende lebendige Kraft in Wirkung tritt.

Wenn schon ich nun alle vorigen Betrachtungen, wodurch man eine Erschöpfung des äußeren Reizes vor Anlangen an das Sensorium glaubt begründen oder wahrscheinlich machen zu können, unzureichend finde, bestimmen mich doch neuere Untersuchungen Vierordts, wonach eine absolute Schwächung des Schalls bei Durchleitung durch irgendwelche Körper stattfindet, und welche namentlich bei organischen Körpern sehr erheblich ist, es möglich zu halten, daß die Fortpflanzung der Schwingungsbewegung durch den lebendigen Nerven auch einer solchen unterliege, was dann allerdings den Gedanken nahe legt, die Thatsache der äußeren Schwelle überhaupt ohne Zuhülfenahme einer inneren dadurch zu erklären, daß der Reiz nicht empfunden werde, weil er gar nicht bis zum Sensorium gelangt. Sofern aber hiemit die anderweiten Gründe für eine innere Schwelle in nichts widerlegt sind, wird man zu sagen haben: Ein schwacher Reiz kann für die Empfindung erstens dadurch verloren gehen, daß er, wegen Erschöpfung durch die äußeren Medien, schon gar nicht bis zum Empfindungsnerven gelangt, zweitens dadurch, daß er wegen Erschöpfung im Nerven selbst nicht bis zum Sensorium gelangt, drittens aber endlich dadurch, daß er, zum Sensorium gelangt, unter der inneren ps.-ph. Schwelle bleibt.

c) Deutung des Parallelgesetzes.

Müller setzt meiner Berufung auf das Parallelgesetz zu Gunsten der ps.-ph. Ansicht („Elem." I. 301 f. II. 430) die Möglichkeit einer Wahl zwischen zwei Formeln entgegen, in welchen die ps.-ph. Erregung als Function der Reizbarkeit und des Reizes auftritt, Formeln, wonach das Parallelgesetz seine Deutung mindestens eben so gut im Sinne

der physiologischen als ps.-ph. Ansicht finden könne. Indem ich selbst die Frage in dieser Beziehung nochmals aufnehme, scheint es mir aber einfacher und eingänglicher, statt den erst zu erläuternden Mittelbegriff der Reizbarkeit in abstracte Formeln einzuführen, mich direct auf diejenigen Verhältnisse zu beziehen, welche einerseits von der ps.-ph. Ansicht, andererseits von der physiologischen Ansicht zur Repräsentation des Gesetzes vorausgesetzt werden müssen.

Rufen wir uns vor Allem die Hauptthatsache zurück, welche dem Parallelgesetz unterliegt (S. 180 ff.). Wenn zwei Reize von verschiedener Stärke auf ein empfindendes Organ während einer gewissen Zeit einwirken, so schwächen sich durch Ermüdung die absoluten Empfindungen und mithin Erregungen, welche durch die Reize hervorgebracht werden; der empfundene Unterschied aber bleibt eben so unverändert, als es nach Weberschem Gesetze der Fall ist, wenn die objectiven Reize in gleichem Verhältnisse abgeändert wären.

Diese Thatsache läßt sich nun jedenfalls nach der ps.-ph. Ansicht ganz einfach und direct so erklären, daß die durch die Reize hervorgerufenen ps.-ph. Erregungen durch die Ermüdung in gleichem Verhältnisse abgeschwächt werden, um es damit einer entsprechenden Abschwächung der äußeren Reize gleich zu thun; aber es ist zunächst nicht in Abrede zu stellen, daß die physiologische Ansicht, nach welcher die Unterschiedsempfindung dieselbe bleibt, nicht wenn das Verhältniß, sondern wenn der U. der ps.-ph. Erregungen derselbe bleibt, bloß anzunehmen braucht, daß durch die Ermüdung die betreffenden Erregungen statt nach Verhältniß ihrer Stärke vielmehr rücksichtslos darauf um dieselbe absolute Größe abnehmen, so ist die Thatsache des Parallelgesetzes nicht minder dadurch repräsentirt; und ich weiß bis jetzt keine Thatsache, welche direct vielmehr für die eine oder andere Annahme entscheidet. Zwar erinnert man sich vielleicht, daß schon mannichfache Versuche über den Einfluß der Muskelermüdung auf die Zuckungsverhältnisse der Muskeln angestellt worden sind; doch wüßte ich keinen unzweideutigen Anhalt für Beurtheilung der ps.-ph. Ermüdungsverhältnisse sensibler Nerven darin zu finden.

Hienach schiene denn auch von hier aus keine Entscheidung zwischen ps.-ph. und physiologischer Ansicht zu finden. Sofern aber das Parallelgesetz darin besteht, daß die Abschwächung der ps.-ph. Erregungen durch Ermüdung denselben Erfolg hat, als die Abschwächung der Reize in gleichem Verhältnisse, die Unterschiedsempfindung ungeändert zu lassen, müßte nach der physiologischen Ansicht der gleichbleibende Unter-

schied der ps.-ph. Erregungen bei Ermüdung als von einem gleichbleibenden Verhältnisse der Reize abhängig gedacht werden können, was wider den, unter A) geltend gemachten, aprioristischen Gesichtspunct ist.

Hienach führt das Parallelgesetz zwar keinen neuen Gesichtspunct gegen die physiologische Ansicht ins Feld, wohl aber kommt ein früher durchschlagend dagegen gefundener darin mit zur Geltung.

d) Frage nach Deutung der Verhältnisse der Aufmerksamkeit, des Schlafes und Wachens.

Gegen meine Deutung der obigen Verhältnisse im Sinne der ps.-ph. Ansicht findet Müller natürlich viel einzuwenden. Ich selbst komme folgends auf die wesentlichsten Gesichtspuncte dieser Deutung zurück; Müllers hauptsächlichste Gegenerörterungen finden sich im 9. Capitel des III. Abschn. p. 348 ff. seiner Schrift.

Vor Eingehen auf die Hauptpuncte der Verhandlung ein paar Bemerkungen zur Richtigstellung ihrer Unterlagen.

Mit Recht erklärt es Müller (p. 353 ff.) für eine, von mir nicht nur durch nichts erwiesene, sondern überhaupt nicht zu haltende, Ansicht, daß während des Schlafes das Bewußtsein überall ganz fehle, mithin auch die Träume unter die Bewußtseinsschwelle fallen („Elem." II. 461 f.); ich habe aber diese nicht hinreichend bedachte Auffassung der Träume schon vor Müllers Gegenerklärung ausdrücklich „In Sachen" p. 218 zurückgenommen.

Die Frage, ob es Schlaf ohne Träume geben könne, habe ich weder bejaht noch verneint. Richtig ist Müllers Bemerkung, ohne für mich neu zu sein, daß ein Schlaf, aus dem wir uns keines Traumes erinnern können, doch solchen mitgeführt haben könne, da eben nur die Erinnerung daran verloren gegangen sein könne. Doch halte ich es wahrscheinlich, daß es auch Schlaf ohne Träume giebt; da wir mit Annäherung des Schlafes uns mitunter sehr wohl der Annäherung an völliges Unbewußtsein selbst bewußt werden können, und da die ps.-ph. Ansicht, die ich vertrete, das Vorkommen traumlosen Schlafes leicht erklärlich finden läßt.

Von anderer Seite muß ich mich gegen die Unterschiebung einer Ansicht seitens Müller (p. 350. 365 und darauf verweisend in Anz. p. 166) verwahren, von der ich vielmehr die gegentheilige habe.

Nach ihm soll ich die Ansicht hegen, daß „jede in irgendwelchem Nervenorgane entstandene Erregung als psychophysische Thätigkeit, falls ihre Intensität den Erregungsschwellenwerth übersteigt, nothwendig eine bewußte E. in uns hervorrufe", also gesetzt, in einem Darmganglion

finde solches Übersteigen statt, so würde ich dasselbe zum engeren Seelensitze als dem Theile, innerhalb dessen sich überhaupt die uns zum Bewußtsein kommenden Veränderungen halten („Elem." II. 390), zu rechnen und nothwendig anzunehmen haben, daß die E. des Ganglion dem Individuum, in welches mit dem Gehirn das Ganglion fällt, bewußt werde.

Hiegegen ist meine Ansicht die, daß allerdings das Gehirn im eben angegebenen Sinne als engerer Seelensitz (nach Müller Sensorium) anzusehen, daß aber eine außerhalb des Gehirns im Nervensystem erregte ps.-ph. Veränderung, auch wenn sie die Schwelle übersteigt, nur dann dem Besitzer des Gehirns bewußt wird, wenn beide Erregungen über der Schwelle nicht durch eine Zwischenerregung unter der Schwelle oder gar fehlende ps.-ph. Erregung dazwischen unterbrochen sind. Daß ich es so verstehe, darüber können die Erörterungen im XLV. Abschnitt der „Elem." (II. 526 ff.) über „Psychophysische Continuität und Discontinuität", den sich Müller schwerlich die Mühe genommen hat, einzusehen, gar keinen Zweifel lassen [1]). Mag also in einem Darmganglion die ps.-ph. Erregung über der Schwelle sein, so bleibt sie uns unbewußt, so lange nicht der ganze Tract von Erregungen, der sie mit dem Gehirn verbindet, mit über der Schwelle ist. Damit sage ich nicht, daß sie überhaupt unbewußt bleibt, im Gegentheil, da ich ein Allgemeinbewußtsein über das menschliche und thierische hinaus annehme, welches an allgemeineren Bedingungen als den Specialbedingungen für uns hängt, glaube ich, daß die E. des Ganglion über der Schwelle, welche so zu sagen von unserem Bewußtsein abgeschnitten ist, doch in dies Allgemeinbewußtsein fällt, was man durch eine schematische Repräsentation im XLV. Abschn. der „Elem." erläutert finden kann. Aber hier haben wir nur mit dem menschlichen Bewußtsein zu thun.

Wenden wir uns nun den eigentlichen Streitpuncten zu.

In „Elem." II. 432 f. habe ich Thatsachen folgender Art zu Gunsten der ps.-ph. Ansicht geltend gemacht.

Es spricht jemand mit uns, während unsere Aufmerksamkeit vom Gehörsgebiete abgelenkt ist, und das Gehörte bleibt uns unbewußt. Kurz nachher besinnen wir uns, und das, was er gesagt hat, tritt noch nachträglich in unser Bewußtsein. Es mußten also die ps.-ph. Bewegungen, an die sich das Hören in uns zu knüpfen vermag, schon vor dem Bewußtwerden vorhanden sein, nur die ps.-ph. Thätigkeit nicht stark genug sein,

1) Übrigens konnte Müller schon in dem Abschn. XXXVII, den er eingesehen, p. 391 die Bemerkung finden, daß „Reize, die durch den weiteren Seelensitz [d. i. den Körper außer dem engeren] verlaufen, nicht eher Empfindung, Bewußtsein erwecken, als bis sie zum engeren Seelensitz gelangt sind."

sie bewußt werden zu lassen, es muß also in Widerspruch mit der physiologischen Ansicht eine innere Schwelle geben; denn der nach früherem Zugeständniß noch mögliche Einwand, daß die ps.-ph. Erregung nicht bis zum Sensorium gelangt sei, hält hier nicht mehr Stich.

Anderweit (im XLII. Abschn. der „Elem.") mache ich geltend, daß die psychische Thätigkeit der Aufmerksamkeit von dem psychischen Phänomen, auf das sie gerichtet oder bezogen ist, unterschieden werden muß. Niemand kann doch die Aufmerksamkeit, mit der er z. B. auf einen Ton horcht, mit der sinnlichen E. des Tons selbst verwechseln. Die Stärke der Sinnesempfindung kann wachsen, während die Aufmerksamkeit darauf abnimmt und umgekehrt. Hienach sind auch beiden wohl zu unterscheidende ps.-ph. Thätigkeiten unterzulegen, die sich beide den allgemeinen ps.-ph. Maßprincipien unterordnen. Die Bewußtseinsstärke, mit der eine E. erfaßt wird, hängt vom Zusammenwirken beider ab, wonach eine starke Sinneserregung durch Abzug der Aufmerksamkeit davon unbewußt, durch Zuwendung derselben stark bewußt werden kann. Hieher gehört u. a. das, in „Elem." II. 432 erwähnte, Beispiel, wonach intensive Nachbilder von Gegenständen, die bei davon abgezogener Aufmerksamkeit ins Auge fielen, ganz unbemerkt bleiben können, bis die Aufmerksamkeit sich dem Gesichtsfeld zuwendet, wo sie auf einmal zur Wahrnehmung gelangen.

Folgends im XIX. Abschnitt komme ich eingehender auf diese Verhältnisse der Aufmerksamkeit zurück. Wirft man nun freilich die ps.-ph. Thätigkeit der Aufmerksamkeit mit der ps.-ph. Thätigkeit der Empfindung zusammen, oder legt man der Aufmerksamkeit gar keine ps.-ph. Thätigkeit bei, so wird Alles unklar, und kann man leicht eben so unklare Einwürfe von da aus erheben; Müller aber macht nicht nur den betreffenden Unterschied zwischen beiden Componenten der Bewußtseinsthätigkeit nicht, sondern ignorirt auch den von mir gemachten.

Wie aber erklärt er nun seinerseits Thatsachen wie die obigen, um der Beweiskraft derselben für die innere Schwelle und hiemit für die ps.-ph. Ansicht zu entgehen? Zunächst durch einen Einfluß, den die Aufmerksamkeit auf das Leitungsvermögen der Nervenwege für die ps.-ph. Erregungen üben soll [1]). Hienach bleibt die im Sinnesnerven entstan-

1) Müller beruft sich hiebei (p. 352) auf die Theorie der sinnlichen Aufmerksamkeit, die er bereits früher in s. Abh. („Zur Theorie der Aufmerksamkeit." Inauguraldiss. 1873) aufgestellt, „welcher gemäß die von einem Sinnesreize bewirkte Nervenerregung nur dann eine bewußte E. in uns hervorruft, wenn sie bis in das Sensorium fortgepflanzt worden ist, und alle Vorgänge und Verhältnisse, welche der

dene Erregung stocken, so lange die Aufmerksamkeit nicht auf das betreffende Sinnesgebiet gerichtet ist. Tritt die Aufmerksamkeit hinzu, so wird die Zuleitung zum Sensorium frei und die Erregung gelangt dahin. Wenigstens kann ich Müller nicht anders verstehen. Aber man kann doch diese Hypothese nicht aussprechen, ohne einen Anhalt der Vorstellung zu haben, wie sie zu erfüllen. Unstreitig läßt sich die Erregung und Fortpflanzung der Erregung zum Sensorium nicht wie das Fließen einer Flüssigkeit durch einen Canal und das Hinderniß der Fortpflanzung nicht wie das Zumachen einer Thür oder Verschließen des Canals denken; sondern es steht uns keine andere Vorstellung zu Gebote, als daß es sich um einen Schwingungsvorgang handle. Wie aber ein Schwingungsvorgang, einmal angeregt, zeitweis an seiner Fortpflanzung durch einen gegebenen Weg ganz gehindert sein könne, um nach Wegfall des Hindernisses seinen Weg dadurch in ungeänderter Form fortzusetzen, dafür giebt es in der ganzen außerorganischen Welt kein Beispiel und in der organischen eben bloß die Hypothese ohne einen Gedanken der Verwirklichbarkeit dieser Hypothese.

Ließen wir aber auch die Hypothese gelten, so bleibt danach zunächst unverständlich, wie der Abzug der Aufmerksamkeit von einer Sinneserregung consequent mit der Zuwendung soll gedeutet werden. Gesetzt, ich bin in das Anhören einer Musik vertieft, und erhalte plötzlich einen Schlag, so lenkt sich eben so plötzlich die Aufmerksamkeit vom Tongebiete ab, dem Tastgebiete zu, und tritt für die Tonempfindung die Tastempfindung ins Bewußtsein. Aber wie kann die ps.-ph. Erregung der Töne, wenn sie einmal im Sensorium ist, dadurch schwinden, daß im Tastgebiete die Leitung zum Sensorium geöffnet wird.

Nun, das ist auch offenbar nicht Müllers Ansicht; vielmehr gesteht er (p. 364) zu, „daß höchst wahrscheinlich die von einem Sinnesreize hervorgerufene Erregung innerhalb gewisser Theile des Centralorganes durch gleichzeitige andere Nervenerregungen geschwächt und in ihrer Weiterverbreitung gehindert werden könne“; Fechner aber „scheine die durch die Erscheinungen der Reflexbewegung und anderen Thatsachen constatirte Fähigkeit der Nervenprocesse, einander theilweise oder gänzlich zu hemmen, völlig übersehen zu haben.“

D. h. also: Müller sucht sei es im „Hemmungsprincip“ eine Ergänzung des Leitungsprincipes oder übersetzt dieses irgendwie in jenes,

Erfahrung nach geeignet sind, unsere Aufmerksamkeit einem Sinnesreize zuzuwenden oder zu entziehen, eben dazu dienen, der von diesem Sinnesreize hervorgerufenen Nervenerregung den Zutritt in das Sensorium zu erleichtern, bez. zu erschweren.“

was durch „die Hinderung der Weiterverbreitung" mittelst Hemmungswirkungen angedeutet zu werden scheint. Klar geworden jedoch ist es mir nicht. Ob Andern, muß ich dahin gestellt sein lassen, und gebe zu, daß in seiner früheren Abhandlung über Aufmerksamkeit, die mir leider nicht mehr vorgelegen hat [1]), Aufklärendes in dieser Hinsicht enthalten sein kann. Davon aber hätte doch soviel in seine neuere capitale Opposition aufgenommen werden müssen, um ihr ein Verständniß abgewinnen und sie wirksam machen zu können.

Auf Weiteres übergehend, so habe ich in „Elem." II. 443 die größere oder geringere Vertiefung, welche der Schlaf annehmen kann, durch ein größeres oder geringeres Sinken der gesammten ps.-ph. Thätigkeit unter die Schwelle erklärt, und hiemit auch die Verhältnisse, wovon Einschlafen und Aufwachen abhängt, in Beziehung gesetzt. Wie Träume zu fassen, ist in „Elem." II. 520 ff. und hierauf zurückkommend folgends im XX. Abschnitt dargelegt. Auch meine ich noch, daß diese Erklärungsweise auf Grund der Annahme einer inneren Schwelle der ps.-ph. Thätigkeit nicht nur die einfachste, sondern auch mit dem ganzen System der sonst zu erklärenden Thatsachen am besten stimmende, hienach der ps.-ph. Ansicht, welche eine innere Schwelle fordert, zu statten kommende sei. Ferner habe ich auf Grund der Annahme einer inneren Schwelle den Zustand, in dem sich ein Sinnesgebiet durch mehr oder weniger starkes Abziehen der Aufmerksamkeit findet, mit dem mehr oder weniger vertieften Schlafe des ganzen Menschen unter denselben Gesichtspunct zu bringen vermocht und dies im XLI. Abschnitt meiner „Elemente" ausgeführt. Diesem Allen aber widerspricht Müller mit folgender Erklärung (p. 356). „Um die allmälige Vertiefung des Schlafes psychophysisch repräsentiren zu können, dazu bedürfen wir durchaus nicht des ps.-ph. Gesetzes Fechners. Wir nehmen an, der Schlaf sei um so tiefer, je mehr diejenige Stimmung des Centralorgans, welche von gewissen, näher nicht bekannten, organischen Vorgängen angestrebt wird, sich des Sensoriums und der angrenzenden Theile des Centralorgans bemächtigt hat, je weniger also

1) In der That ist sie mir abhanden gekommen, und buchhändlerisch von mir nicht wieder zu erlangen gewesen. Da sie übrigens nach meiner Erinnerung bloß einen Einfluß der Aufmerksamkeit als psychischer Thätigkeit auf die ps.-ph. Erregungen geltend macht, ohne ihr selbst eine ps.-ph. Thätigkeit beizulegen, hiemit von vorn herein das Gebiet der Psychophysik verläßt, und da Müller selbst erklärt (p. 352), daß er seine darin ausgesprochenen „Vermuthungen" jetzt in „etwas reiferer Gestalt" gegen mich würde wenden können, ohne daß er es freilich gethan hat, so dürfte auch die oben vermißte Aufklärung schwerlich genügend darin zu finden sein.

die, das Auftauchen der Traumbilder anstrebenden oder begünstigenden, Einflüsse gegen den Einfluß jener Vorgänge aufkommen können, und je größere Widerstände der von jenen Vorgängen herbeigeführte Zustand des Sensoriums und der mit diesem zusammenhängenden Theile der Fortpflanzung der von Außen angeregten Reizprocesse bis in das Sensorium hinein entgegenstellt. Im traumlosen Schlafe ist jener Zustand ein so ausgeprägter und hat in dem Maße überhand genommen, daß diejenigen Erregungen, welche unsere Traumbilder begleiten, gar nicht mehr im Sensorium entstehen können und möglicherweise alle ps.-ph. Thätigkeit schweigt, und daß äußere Sinneseindrücke zur Verdrängung dieses Schlafzustandes sehr beträchtlicher Intensität bedürfen" u. s. w.

Es wird wohl Andern wie mir gehen, daß sie sich schwer in diese Auseinandersetzung hineinzustudiren vermögen, aber streiten wir nicht um formale Dinge. — Nun sprechen freilich die, in „Elem." II. 443 angegebenen Thatsachen dafür, daß im Schlafe mit der ps.-ph. Thätigkeit zugleich die übrige organische Thätigkeit des Gehirns herabsinkt, und bei Druck auf das Gehirn ist der Schlaf am allertiefsten; aber Müller braucht ja bloß seiner Erklärung zu Liebe anzunehmen, daß doch „die gewissen näher nicht bekannten organischen Vorgänge" durch den Druck auf das Gehirn so stark wachsen, um die ps.-ph. Vorgänge nicht aufkommen zu lassen, so wird sich seine Erklärung halten lassen. Ferner müßte meines Erachtens Müller in Consequenz der Weise, wie er die Vertiefung des Schlafes faßt, nun auch annehmen, daß bei Abgezogenheit der Aufmerksamkeit von einem Sinnesgebiete außer dem fehlenden Leitungsvermögen noch jene „nicht näher bekannten organischen Vorgänge" um so mehr in dem betreffenden Sinnesgebiete Platz greifen, je stärker das Abgezogensein der Aufmerksamkeit davon ist, oder daß das fehlende Leitungsvermögen mit dem Widerstande solcher Vorgänge sachlich zu identificiren sei; was in der That nach schon gemachter Bemerkung Müllers Ansicht sein könnte; nur daß seine Darstellung nicht die Mittel enthält, darüber klar zu werden.

Der, im XLI. Abschn. der „Elemente" behandelte, Antagonismus in Zuwendung und Abwendung der Aufmerksamkeit zwischen verschiedenen Sinnesgebieten ist in „Elem." I. 37 ff. in seiner Abhängigkeit vom Zusammenhange aller organischen Processe unter einander betrachtet; und ich halte es für einen Vortheil der ps.-ph. Ansicht, daß sie die Möglichkeit einer solchen Bezugsetzung überhaupt gewährt oder erleichtert.

Wenn nun Müller auf Grund jener theils irrigen Auffassung

(S. 242 f.), theils Ignorirung (S. 243) der wesentlichsten Gesichtspuncte meiner Ansicht derselben entgegenhält, daß Alles, was ich danach psychophysisch mit Hülfe einer inneren Schwelle erklären wolle, nach seinen Leitungs- oder Hemmungsprincipien triftiger rein physiologisch ohne eine innere Schwelle zu erklären sei, so könnte bloß dann eine Aufforderung vorliegen, hierauf näher ins Einzelne einzugehen, wenn seine Einwürfe weniger seine Ansichten von meinen Ansichten als diese selbst träfen, und wenn seine eigenen, von ihm selbst gegen früher für gereift erklärten, Ansichten in diesen Dingen schon so weit entwickelt und vorgelegt wären, um darin klarere Angriffspuncte der Verhandlung mit ihm, als bisher in seiner Schrift vorliegen, zu finden.

e) Deutung der Resultate von Lamansky und Dobrowolsky über die Empfindlichkeit für relative Intensitätsunterschiede von Farben.

Müller erhebt von p. 246 an weit auslaufende Einwürfe gegen die ps.-ph. Ansicht, aus dem Gesichtspuncte, daß sie zwei, aus den Versuchen von Lamansky und Dobrowolsky sich ergebende, Thatsachen, deren „In Sachen" p. 157 gedacht ist, nicht angemessen zu repräsentiren vermöge. Zur sachlichen Klarstellung hievon wird es einiger Vorerörterungen bedürfen.

Bestimmt man bei einer und derselben gegebenen Farbe den Unterschied zwischen zwei Helligkeitsintensitäten derselben, der noch eben als Unterschied erkennbar oder im Verschwinden begriffen ist (kurz die Unterschiedsschwelle), und dividirt ihn durch die absolute Intensität, welcher der Unterschied zuwächst, so erhält man den relativen eben merklichen Unterschied, und dieser werde folgends (ebenso wie „In Sachen") mit ε (nach Müller mit ω) unter der Voraussetzung bezeichnet, daß er beim Maximum der relativen Unterschiedsempfindlichkeit gewonnen wird, d. i. bei solcher absoluter Intensität, wo er kleiner als bei jeder anderen Intensität ausfällt. Wegen der Abweichungen vom Weberschen Gesetze nach Unten und Oben giebt es nämlich einen solchen kleinsten Werth des relativen e. m. U. bei einer gewissen Intensität, unterhalb und oberhalb deren der relative e. m. U. wächst. ε aber bezieht sich auf den kleinstmöglichen Werth, der sich erhalten läßt. Die Intensität, für welche ε gilt, ist zugleich die, um welche herum die Annäherung zum Weberschen Gesetz am größten ist.

Bei Licht und Schall hängt die Verschiedenheit der Reize, welche zu einer verschiedenen Qualität der E. Anlaß geben, von einer verschie-

denen Schwingungszahl n ab. Bei gleicher Schwingungszahl ist die lebendige Kraft des Reizes proportional dem Quadrat der Amplitude a der Schwingung, wo aber mit der Amplitude zugleich die Schwingungszahl sich ändert, ist die lebendige Kraft proportional a^2n^2.

In so weit nun eine directe Bestätigung des Weberschen Gesetzes bezüglich Reizen, die in Schwingungsbewegungen bestehen, reicht, gilt sie bloß für Änderungen des a bei constantem n. In wiefern das Gesetz auf Änderungen des n bei constantem a übertragbar sei, dafür liegen bis jetzt keine directen Versuche vor, weil die Constanz des a mit Änderungen des n bisher im Allgemeinen nicht eingehalten ist; und wie überhaupt die Abhängigkeit der E. von gleichzeitigen Änderungen des n und a zu fassen sei, dafür giebt es freilich theoretische und experimentale Untersuchungen („Elem." II. p. 163 ff. „In Sachen" p. 200 ff. p. 204), wodurch gewisse Möglichkeiten ausgeschlossen scheinen, ohne daß aber ein sicheres und allgemeines positives Resultat erzielt ist.

Bei so unsicherer Sachlage unserer Kenntniß in diesem Felde scheint es mir von vorn herein und allgemein gesprochen sehr gewagt, auf Grund derselben für einen Vorzug der physiologischen oder ps.-ph. Ansicht plaidiren zu wollen; indeß könnte es doch gewisse, auf Verhältnisse des n bezügliche, Thatsachen geben, welche sich besser oder gar allein vielmehr durch die eine als andere Ansicht repräsentiren ließen, und in der That glaubt Müller solche in folgenden zwei Thatsachen gefunden zu haben.

1) Der Werth ε ist bei denselben Farben für verschiedene Individuen verschieden.

2) Der Werth ε ist auch bei demselben Individuum für verschiedene Farben verschieden.

Müller nun legt seinen Erörterungen darüber seine sog. corrigirte Maßformel unter, auf die mich nicht einzulassen, ich die früher (S. 201 ff.) angegebenen Gründe habe, und muthet der ps.-ph. Ansicht dies und das zu, was sie anzunehmen hätte, um obigen Thatsachen gerecht zu werden, was aber nicht anzunehmen sei, verfehlt jedoch mit allen diesen peinlichen Erörterungen eben das, was die ps.-ph. Ansicht wirklich anzunehmen hat, um jenen Thatsachen so gerecht zu werden, wie es im Sinne ihres ganzen Systems ist. Ich lasse also alle jene Zumuthungen Müllers dahingestellt, und gehe folgends direct auf das ein, worauf es mir zur Erklärung obiger Thatsachen im Sinne der ps.-ph. Ansicht anzukommen scheint. Zuerst also von der ersten Thatsache, bei welcher Müller die größte Schwierigkeit der Erklärung für die ps.-ph. Ansicht voraussetzt.

Thatsächlich beweist sich, daß dieselbe Farbe von verschiedenen Indi-

viduen mit ungleicher Leichtigkeit erkannt wird, und namentlich die Erscheinungen der sog. Farbenblindheit bieten hiezu die auffälligsten Belege dar, was, wenn überhaupt eine ps.-ph. Gesetzlichkeit statuirt wird, nicht daher rühren kann, daß dieselbe innere ps.-ph. Farbenerregung bei verschiedenen Individuen einen verschiedenen psychischen Erfolg mitführt, sondern daß je nach dem inneren Zustande des auffassenden Organs derselbe äußere Farbenreiz bei verschiedenen Individuen eine verschiedene ps.-ph. Erregung hervorruft, welchem gemäß die äußere Reizschwelle eine verschiedene ist. Das Entsprechende als für die äußere Reizschwelle gilt aber auch bekanntlich für die äußere Unterschiedsschwelle, sofern derselbe äußere Unterschied von verschiedenen Beobachtern nicht gleich leicht erkannt wird. Und hiebei ist die schon in den „Elem." II. 104 gemachte, von Müller aber in seinen Bemerkungen p. 258 gar nicht berücksichtigte, Bemerkung wichtig, daß der Werth der Unterschiedsschwelle, oder, wenn man sich auf das Verhältniß statt auf den U. der Reize bezieht, der Werth der Verhältnißschwelle, abgesehen von dem Größenverhältniß der Reize wesentlich mit von den äußeren und inneren Bedingungen, unter denen die Componenten des Unterschiedes oder Verhältnisses zusammentreffen, abhängt, von dem, was sich äußerlich und innerlich, zeitlich, räumlich, organisch zwischen einschiebt, umliegt, mitgeht (vergl. S. 187); die inneren Verhältnisse in dieser Hinsicht können aber auch bei ganz denselben äußeren Maßnahmen für verschiedene Beobachter sehr verschieden sein, und die Erfolge davon brauchen sich für verschiedene Farben bei zwei Beobachtern nicht parallel zu gehen, da dies nach den Thatsachen der Farbenblindheit auch für die Auffassung der einfachen Farben nicht gilt.

Nun ist ε nichts Anderes als die äußere Unterschiedsschwelle eines Farbenreizes, dividirt durch die Stärke des äußeren Reizes. Vergleichen wir nun das ε derselben Farbe bei verschiedenen Individuen, so wird die Stärke des äußeren Reizes unabhängig von den inneren Zuständen sein, die äußere Unterschieds*schwelle* aber von den inneren Zuständen mit abhängen, und mithin ε für verschiedene Individuen verschieden ausfallen können, ohne daß dies irgendwie aus den Principien der ps.-ph. Ansicht heraustritt.

Auch hängt diese Auffassung ganz consequent mit unserer Aufstellung der Unterschiedsmaßformel („Elem." II. 96 ff. „In Sachen" p. 11) zusammen, welche im Sinne der ps.-ph. Ansicht für die Auffassung von E. Unterschieden dieselbe Bedeutung hat, als die einfache Maßformel für die Auffassung einfacher Empfindungen.

Was die zweite Thatsache anlangt, so ist es von vorn herein ganz verträglich mit der ps.=ph. Ansicht, daß die U. Schw. einer Farbenempfindung, sei es als innere oder äußere gefaßt, statt bloß von der Amplitude a abhängig zu sein, von der Schwingungszahl n mit abhängig sei. Theoretisch ist bisher nichts in dieser Hinsicht zu entscheiden; aber man kann die zweite Thatsache selbst als Erfahrungsthatsache dafür ansehen, falls nicht die uns unbekannten Ursachen der Abweichungen vom Weberschen Gesetze und die S. 167 erwähnten, von Müller selbst zum Vorschein gebrachten, Bedenken gegen die hieher gehörigen Versuchsweisen der Sicherheit des Schlusses Eintrag thun.

C) Mathematische Gesichtspuncte.

Natürlich kann auf rein abstractem mathematischen Wege eine Ansicht über reale Verhältnisse überhaupt weder begründet noch widerlegt werden; es kann aber untersucht werden, ob die Grundthatsachen sich einfacher, einheitlicher, in sich widerspruchsloser mathematisch repräsentiren lassen, je nachdem man diese oder jene Ansicht zu Grunde legt. Ich behaupte, daß es der Fall sei bei Annahme der ps.=ph. Ansicht. Auf Grund dieser Annahme hat sich der ganze, in sich und mit den Erfahrungen widerspruchslose Zusammenhang von Formeln des XV. Abschn. entwickelt, wodurch die fundamentalsten Beziehungen zwischen psychischen und physischen Größen ausgedrückt werden. Die physiologische Ansicht hat nichts Entsprechendes entgegenzusetzen; sondern sucht nur von einem negirenden Standpunkte aus jenen Zusammenhang zu brechen, und erhebt Streit im Einzelnen dagegen, wobei aber unlösliche eigene Schwierigkeiten derselben zu Tage treten. — Zur Anknüpfung der Verhandlung darüber rufen wir uns vor Allem diejenigen Grundzüge der physiologischen Ansicht zurück, welche dabei hauptsächlich in Frage kommen werden.

Sofern nach der physiologischen Ansicht die Empfindungen den ps.=ph. Erregungen proportional gehen, müssen sie mit denselben zugleich null werden, und kann eine innere Empfindungsschwelle nicht bestehen, nach welcher der Nullpunct der E. vielmehr bei einem Grade der ps.=ph. Erregung über Null eintritt, und so können hienach auch negative Empfindungen darunter nicht bestehen; denn in der That sind negative Empfindungswerthe mit einer inneren Empfindungsschwelle solidarisch. Es ist also eine Lebensfrage für die physiologische Ansicht, ob eine innere Empfindungsschwelle besteht, und so wehrt sie sich, so gut sie kann, dagegen. Nun habe ich meinerseits zugestehen müssen, daß von einer äußeren Reizschwelle noch kein sicherer directer Schluß auf eine innere

Empfindungsschwelle zu machen, sofern ein schwacher Reiz möglicherweise auf seinem Wege zum Sensorium erschöpft sein könne, bevor er zu demselben gelange. Aber, — habe ich geltend gemacht — wenn in dieser Hinsicht ein Zweifel bezüglich der Empfindungsschwelle besteht, besteht kein solcher bezüglich der Unterschiedsschwelle, denn die Thatsache derselben ist aus Erfahrungen geschöpft, bei denen beide Reize, zwischen welchen der Unterschied besteht, als vorhanden empfunden werden, wonach auch die Erregungen, die von beiden ausgegangen sind, zum Sensorium gelangt sein müssen; eine innere Unterschiedsschwelle ist also nicht abzuweisen. Wenn aber das Princip der inneren Schwelle für Unterschiedsempfindungen besteht, so ist kein Grund, es für einfache Empfindungen abzulehnen; da es sich jedenfalls an jenen als factisch im psychischen Gebiete bestehend erweist.

Müller aber läßt diesen Schluß von einer auf die andere Schwelle nicht gelten, sondern wendet (p. 244) ein: Schlüsse der Art ließen sich eben so gut im Sinne der physiologischen Ansicht zu Gunsten einer bloß physiologischen Deutung der Schwelle machen, ohne hier wie da etwas damit beweisen zu können. Jedenfalls sei der Schluß von einer Schwelle im höhern psychischen Felde der Auffassung von Unterschieden auf eine Schwelle im niederen Gebiete einfacher Empfindung, von einer Schwelle, die sich auf den Unterschied zweier Empfindungsintensitäten beziehe, auf eine solche, die sich auf ganze Werthe derselben beziehe, ohne Halt und Haltung.

Worauf ich zunächst Folgendes erwiedere, vorbehaltlich einer meines Erachtens definitiven Erledigung der Frage am Schlusse S. 254 ff.

Damit, daß ein gewisser psychischer Act höher als der andere ist, wird die Unterordnung beider unter allgemeine Gesichtspuncte und Gesetze nicht ausgeschlossen, und so wird man zugeben, daß eine Ansicht, welche das Verschwinden der höheren Unterschiedsempfindung mit dem Verschwinden der niederen einfachen Empfindung unter einen gemeinsamen ps.-ph. Gesichtspunct zu fassen vermag, in erheblichem Vortheil vor einer gegentheiligen ist, welche es nicht vermag.

Das bleibt richtig, trotz aller Analogieen, wie sich Müller das Zustandekommen der Unterschiedsempfindung denkt (Rec. p. 827 f.), worauf ich aber doch mit einigen Worten eingehen will zum Ausdruck des Befremdens über Müllers Verwerthungsweise dieser Analogieen.

Sein Gedanke ist dieser: der Unterschiedsempfindung liege ein solcher ps.-ph. Vorgang unter, „der in Folge der Differenz der Nerven-

erregungen, welche 2 mit einander verglichenen Sinnesreizen entsprechen, etwa in ähnlicher Weise entsteht wie beim Erklingen zweier Klänge von verschiedener Tonhöhe als Folge dieser Höhendifferenz ein besonderer neuer Ton, ein Differenzton, entsteht", wozu noch eine Analogie mit der Thermokette. Auf Grund einer Discussion dieser Analogieen, wovon uns bloß das Resultat, als das worauf es ankommt, interessirt, sagt dann Müller (Rec. p. 828): „Die physiologische Ansicht kann also auch dann, wenn sie die Unterschiedsempfindung psychophysisch repräsentirt und zwar consequenterweise dem ihr zu Grunde liegenden Differenzvorgange proportional setzt, der Thatsache der Unterschiedsschwelle leicht gerecht werden, indem sie annimmt, daß jener Differenzvorgang aus physiologischen Gründen erst bei einer bestimmten Größe der Erregungsdifferenz eintrete, ähnlich wie wahrscheinlich auch die Nervenerregung selbst erst bei einem bestimmten Schwellenwerthe des Sinnesreizes entsteht."

Aber wie stimmt das? Wenn die Unterschiedsempfindung proportional dem Differenzvorgange ist, verstehe man diesen, wie man will [1]), so wird sie auch mit demselben zugleich null werden, nicht schon bei Eintritt einer Unterschiedsschwelle, d. h. einem endlichen Werthe dieses Vorganges; wenn sie aber bei diesem und nicht bei einem Nullwerthe des Differenzvorganges null wird, wie kann sie diesem Vorgange proportional gehen?

Hienach gesteht Müller selbst (Rec. p. 828) die Unsicherheit solcher Analogieen als Unterlage für eine Theorie zu, und fährt dann im Tone des Vorwurfs gegen mich fort: „Eben deßhalb ist es ganz verfehlt, wenn man auf Grund irgendwelcher unbewiesenen Vorstellungen, die man betreffs dieses Gegenstandes hegt, hinsichtlich der Deutung des Weberschen Gesetzes etwas ausmachen will. Fechner selbst ist nicht einmal auf eine nähere Erörterung der Frage, wie die Unterschiedsempfindung physisch fundirt sei, eingegangen." Aber indem ich nicht darauf eingegangen bin, habe ich mich ja eben dem Fehler ganz entzogen, dem Müller mit seinen Versuchen, sich den Vorgang wenigstens nach Analogieen vorzustellen, jedenfalls halb verfallen ist; wie kann er also s e i n e n Fehler m i r zuschieben. Ich habe meine mathematischen Ableitungen auf thatsächliche Verhältnisse

1) Was darunter eigentlich zu verstehen, leuchtet aus den gebrauchten Erläuterungsbeispielen nicht ein. Der Differenzton hängt einfach am Unterschiede der Tonhöhen, ohne einen davon unterscheidbaren Differenz v o r g a n g. Meinerseits könnte ich mir als Differenzvorgang den Vorgang denken, der die Wirkungsbeziehung zwischen den Erregungen vermitteln muß, um den Empfindungsunterschied in eine Unterschiedsempfindung zu verwandeln, was aber nicht zu Müllers Beispielen paßt.

gegründet, die richtig bleiben, wie man sich den Differenzvorgang beim Zustandekommen der Unterschiedsempfindung denken mag; oder habe ich nicht? Freilich sagt Müller weiterhin (Rec. p. 829) „diesen Thatsachen genügen aber außer der Unterschiedsmaßformel des Verf. noch zahlreiche andere Formeln, in denen die Unterschiedsempfindung als eine Function des Reizverhältnisses erscheint. Noch weniger als die Unterschiedsmaßformel ist die Gültigkeit der Fundamentalformel für die Unterschiedsempfindung, welche Verf. („In Sachen" p. 11) bei seiner Formel voraussetzt, wirklich erwiesen."

Nun, das läßt sich ja Alles leichthin sagen; welches aber die anderen zahlreichen Formeln sind, die sich auf Grund des Weberschen Gesetzes und Schwellengesetzes anstatt der meinigen aufstellen lassen, und welcher Fehler mir bei dieser Aufstellung wird nachzuweisen sein, bleibt noch abzuwarten.

Ich denke mir zwar, Müller hat dabei seine sog. corrigirten Formeln (S. 201 ff.) vor Augen, aus deren Unbestimmtheit sich allerdings viele Formeln als mögliche ableiten lassen, von denen sich nur fragt, ob sie zu den bestimmten Thatsachen stimmen, auf die man bestimmte Formeln zu gründen hat; daß aber diese corrigirten Formeln mit möglichster Verleugnung des Weberschen Gesetzes doch zu Folgerungen führen, mit denen die physiologische Ansicht so wenig als mit den Folgerungen des reinen Weberschen Gesetzes bestehen kann, glaube ich S. 204 schlagend genug gezeigt zu haben.

Nach Allem gebe ich zu, daß der oben gemachte Schluß vom Dasein einer inneren Unterschiedsschwelle auf eine innere Empfindungsschwelle kein mathematisch bindender, sondern nur ein, aus dem Bedürfniß, durchgreifende einheitliche Principien für die Psychophysik zu finden, hervorgehender Wahrscheinlichkeitsschluß ist, der sich doch zugleich eben dadurch empfiehlt, daß es dazu keiner Mathematik bedarf. Mathematisch tiefer gehend aber hat sich die innere Empfindungsschwelle zur Sicherstellung ihres Daseins gar nicht erst auf die Unterschiedsschwelle zu berufen; sondern folgt mathematisch daraus, daß zuvörderst eine Reizschwelle, ohne empirisch constatirt zu sein, mathematisch nothwendig aus dem Weberschen Gesetze folgt, und zwar nicht bloß aus dem reinen, sondern selbst aus dem mit seinen Abweichungen nach Müllers Weise zusammengefaßten, wie S. 104 gezeigt ist. Geht aber hienach die E. s bei Herabgehen von r zu einem endlichen Reizwerthe ρ bis auf null herab, so kann sie bei weiterem Herabgehen von r nur negative Werthe unter null annehmen, welche nach S. 224 eine innere Empfindungsschwelle voraus-

setzen. Außerdem ist das Dasein der inneren Unterschiedsschwelle für sich selbst schon mathematisch unverträglich mit der physiologischen Ansicht, da es sogar direct nöthigt, beim Herabgehen des Reizunterschiedes unter die Unterschiedsschwelle die Unterschiedsempfindung negative Werthe (nicht ihrer Richtung, sondern ihrem Dasein nach) annehmen zu lassen, nachdem sie bei der Unterschiedsschwelle selbst auf Null herabgekommen ist. Negative Werthe der Unterschiedsempfindung aber vertragen sich so wenig als negative einfache Empfindungen mit der physiologischen Ansicht. Und wohlgemerkt ist es nicht etwa nöthig, um auf die negativen Werthe der Unterschiedsempfindung zu kommen, auf unsere erst einer Vermittlung der Ableitung bedürfende Unterschiedsmaßformel Rückgang zu nehmen, die vielmehr selbst nur negative Werthe der Unterschiedsempfindung einschließt, weil Unterschiedsempfindungen unter ihrem Nullwerthe nicht anders als negativ werden können.

D) Allgemeine Gesichtspuncte.

Unstreitig wird jeder Philosoph, welcher Notiz von dem, hier vertretenen, psychophysischen System nimmt, dasselbe darauf ansehen, wiefern es mit seiner eigenen allgemeinen Ansicht über die Beziehung von Leib und Seele oder allgemeiner zwischen materiellem und geistigem Princip zusammenstimmt, und wird hienach geneigt sein, dasselbe gelten zu lassen oder zu verwerfen. Nun kann es natürlich nicht meine Absicht sein, mit den verschiedenen philosophischen Systemen in dieser Hinsicht zu verhandeln, und ich würde selbst die Frage, wiefern meine Psychophysik mit meinen eigenen allgemeinen, wenn man will philosophischen, Ansichten über die betreffende Beziehung stimmt, hier unerörtert lassen, — genug nur, daß ich keinen Widersprüchen dazwischen auf meinen eigenen Wegen begegne, — wenn nicht die Gegner die Frage danach aufgerührt hätten, und so lasse ich mich doch mit einigen Bemerkungen folgends darauf ein. Was ich gegen so manche begriffliche Einwürfe, die dem von mir aufgestellten psychischen Maßprincip philosophischerseits gemacht worden sind, zu erwiedern habe, findet sich in den Specialentgegnungen gegen die einzelnen Gegner im XXVI. Abschnitt.

Am eingehendsten habe ich meine allgemeine Grundansicht in „Zendavesta" II. p. 312 ff. entwickelt, und die Hauptzüge davon im Eingange der „Elemente" wiedergegeben. Kurz und, wie mich dünkt, für populäre Auffassung und praktische Anwendung klar und genügend ausgedrückt, geht sie dahin, daß Leib und Seele nur zwei verschiedene Erscheinungsweisen desselben Wesens oder Substrates für zwei verschiedene Stand-

puncte der Auffassung, respectiv einen äußeren oder inneren, sind, wozu es natürlich auch zwei verschiedene auffassende Wesen geben muß, die auf diesem äußeren und inneren Standpuncte stehen. Ich gebe zu, daß der Begriff des gemeinsamen Substrats oder Wesens in dieser Erklärung noch als eine Art dunkles Ding erscheint; aber wenn man daran Anstoß nehmen will, so muß man zu der Vertiefung der Ansicht übergehen, die ich in der Schrift „Über die Seelenfrage" p. 207 ff. gegeben habe, wo sich dieser für die Anwendungen doch sehr bequeme Mittelbegriff ohne sachliche Änderung eliminirt. Hier jedoch finde ich keinen Anlaß, auf diese Vertiefung zurückzugehen, und damit die ganze Darstellung den geläufigen Vorstellungsweisen mehr zu entfremden.

Nun hat schon Hering gemeint, daß meine philosophische Grundansicht in Widerspruch mit meiner Psychophysik die Proportionalität zwischen Physischem und zugehörigem Psychischen fordere; wogegen ich „In Sachen" p. 67 ff. das Gegentheil gezeigt habe. Müller aber kommt (p. 366) nicht nur auf denselben Einwand zurück, ohne ihn besser zu begründen, sondern führt ihn auch dahin weiter aus, daß mit ihr die von mir behauptete Thatsache der Schwelle ganz unvereinbar sein würde; wogegen ich vor Allem erst im Allgemeinen zu bemerken finde, daß, wenn man in meiner Psychophysik einen Widerspruch gegen meine philosophische Ansicht über die Beziehung von Leib und Seele finden will, man erst diese kennen muß, und nicht nach einem oberflächlichen Aperçu oder gar völligem Unverständniß derselben zu urtheilen hat. Daß aber Müller ein solches beiwohnt, erklärt er sogar selbst, indem er (Rec. p. 834) sagt: „daß er meine Grundansicht ganz und gar räthselhaft finde," dabei fragt und nicht begreift, wer die zwei verschiedenen Wesen sein können, denen nach mir „ein und dasselbe Substrat verschieden erscheint, oder die zwei verschiedenen Standpuncte, auf denen sie stehen," und endlich schließt: „mich dünkt, wir treffen hier beim Verf. noch ein Rudiment derjenigen vor Jahrzehnten herrschenden Denkweise an, deren Unklarheit der Verf. selbst in naturphilosophischer Beziehung anderwärts so wohl zu beleuchten verstanden hat."

Unstreitig nun hätte Müller dies nicht schreiben können, wenn er nur die kurze Darstellung meiner Grundansicht in dem Eingange der „Elemente" vorher noch einmal angesehen; er muß aus ganz unklarer Erinnerung daran geschrieben haben, denn das, wonach er fragt, ist ja da klar gesagt; wonach ich einen Vorwurf letzter Art in der That etwas stark finde. Doch dies bei Seite, so ist der Einwand, den Müller (p. 366) erhebt, dieser: „Man kann sich gar nicht vorstellen, warum die Intensität

derjenigen körperlichen Thätigkeit, welche unmittelbar auf die Seele wirkt, erst einen gewissen Schwellenwerth übersteigen müsse, um in dieser Seele, mit der sie in unmittelbarer Wechselwirkung steht, eine Empfindung hervorrufen zu können."

Für mich erklärt sich dies im Zusammenhange meiner allgemeinen Grundansicht und in Einstimmung mit früher gegebenen Erklärungen so:

Gesetzt ich blicke in das Gehirn des Andern hinein, so bin ich es, der auf äußerem Standpuncte gegen das betreffende Gehirn steht, und das Gehirn des Anderen nimmt den inneren Standpunct gegen sich selbst ein. Ist das so ganz unverständlich, wie es Müller findet? In Wirklichkeit kann ich freilich nicht in das lebendige Gehirn des Andern hineinblicken, aber ich setze voraus, daß es mir nach zu Gebote stehenden Schlüssen aus Erfahrungen vom äußeren Standpuncte aus möglich ist, zu bestimmen, wie es nach den in Betracht genommenen Beziehungen im Gehirn aussehen würde, wenn ich unter Wegräumung der äußeren Hindernisse mit den feinsten Beobachtungsmitteln hineinsehen und sonst äußere Wahrnehmungen davon erhalten könnte, die sich durch physikalische Analyse noch weiter ins Feine verfolgen lassen. Da würde ich materielle Gehirnvorgänge wahrnehmen, die sich, bis ins Letzte verfolgt, auf Schwingungsvorgänge reduciren dürften, statt deren das mir gegenüberstehende Subject bloß Seelenvorgänge wahrnimmt, ungeachtet es schließlich dasselbe Substrat ist, was wir beide wahrnehmen; aber weil die Wahrnehmenden so wie der Standpunct, von dem aus die Wahrnehmung geschieht, verschieden sind, ist die Erscheinung verschieden; für mich ist es die Erscheinung von materiellen Gehirnprocessen, für den Andern die der zugehörigen Seelenerscheinungen. Ich zeige in „Elem." I. p. 4 ff., wie die allgemeinsten t h a t s ä c h l i c h e n Verhältnisse der Beziehung zwischen Leib und Seele hiemit stimmen.

Nun kann es, um hienach auf die Schwelle zu kommen, sein, daß ich in dem Gehirn des Andern einen materiellen Proceß von gewisser Stärke als vorhanden erschließe, ohne daß der Andere ein psychisches Phänomen dazu wahrnimmt, was für die Psychophysik den Fall repräsentirt, daß das zu jenem Proceß gehörige psychische Phänomen unter der Schwelle ist; und zunächst könnte man meinen, wenn dem auf innern Standpunct gegen sich selbst stehenden Gehirn dessen innerer Proceß hiebei nicht zur Erscheinung kommt, so könnte er um so weniger als physischer Proceß nach Außen scheinen. Aber in meinen allgemeinen Ansichten ist Zweies inbegriffen.

E r s t e n s, daß nicht bloß der Mensch, sondern die ganze Welt über

den Menschen hinaus, mit Einschluß aber des Menschen, ein ps.-ph. System ist, welches ein allgemeineres Bewußtsein als das menschliche, mit Einschluß aber des menschlichen, trägt, das ihm bloß eben so als eine Besonderheit ein- und untergeordnet ist, wie dies nach materieller Seite von dem Körper des Menschen bezüglich des allgemeinen Systems körperlicher Dinge gilt, und nach geistiger Seite von Einzelheiten in unserem eignen Geiste bezüglich unseres ganzen Geistes gilt. — Zweitens, daß das Hervortreten des menschlichen Bewußtseins aus dem Allgemeinbewußtsein als einer davon unterscheidbaren Besonderheit eben so an einer hinreichenden Erhebung des ihm unterliegenden ps.-ph. Processes über den allgemeinen Proceß hängt, als das unterscheidbare Hervortreten einer Sonderbestimmung unseres Bewußtseins an einer entsprechenden Bedingung nach dem Princip der Mischungsschwelle hängt.

Hienach wird zuvörderst im Menschen, so lange er wach ist, jeder speciale Proceß, der nicht für sich selbst über der Schwelle ist, doch beitragen das Bewußtsein des Menschen wach, über der Schwelle, zu erhalten, mithin nicht für die innere Erscheinung verloren sein, nur daß die dem specialen Proceß adäquate speciale Empfindung nicht für sich unterscheidbar zur inneren Erscheinung kommt. Wenn aber im traumlosen Schlafe die gesammte ps.-ph. Thätigkeit des Menschen unter ihre Schwelle fällt, so wird zwar das ganze Bewußtsein des Menschen schwinden, die ps.-ph. Thätigkeit unter seiner Schwelle aber immer noch als Zuwachs zum allgemeinen ps.-ph. Proceß ihren Beitrag zu dessen Erhebung über der Schwelle, und hiemit zu dessen innerer Erscheinung geben.

Kurz, alle ps.-ph. Vorgänge, welche dem äußeren Beobachter als physische erscheinen, oder als solche aus dem Zusammenhange des äußerlich Erscheinlichen erschlossen werden, entbehren nicht eines unmittelbar zugehörigen inneren Scheines, sondern es kommt ihnen ein solcher entweder als ein für sich unterscheidbarer oder als ein zu einer allgemeineren inneren Erscheinung beitragender, darin mit aufgehender, zu.

Mit dem Princip der Schwelle ist das synechologische Princip („Elem." II. 526 und oben beiläufig S. 15) in verallgemeinernde Anwendung zu bringen. Der gesammte physische Proceß der Welt unterliegt der Periodicität, von den Umläufen der Himmelskörper bis herab zu den Licht- und Schallschwingungen, die durch die feinere physikalische Analyse zum Vorschein kommen. Kein Wunder, wenn auch die psychophysischen Vorgänge sich als Schwingungsvorgänge darstellen. Solche nun sind in mannichfaltige Bewegungsmomente zerlegbar oder als daraus zusammengesetzt vorstellbar, ohne daß diese innerlich unterschieden

werden, vielmehr liegen einfachen und einheitlichen psychischen Resultanten überhaupt Vorgänge unter, die eine Mannichfaltigkeit von Momenten einschließen; und man kann nun wieder fragen: wie kann das, was innerlich sich selbst einfach oder einheitlich erscheint, nach Außen als mannichfaltig erscheinen. Insofern, als es die Resultante der nach Außen erscheinlichen Mannichfaltigkeit selbst ist. Daß aber das nach Außen als mannichfaltig erscheinende Wesen eine einfachere Innenerscheinung als Resultante haben kann, ist nicht a priori zu beweisen, sondern ist eine der Grundthatsachen der Beziehung von Leib und Seele, auf denen die Psychophysik zu fußen hat.

Der Gebrauch des Wortes Resultante hiebei ist übrigens nur für die von der Psychophysik eingehaltene materialistische Richtung bequem und brauchbar, nach welcher das Psychische als Function des Physischen betrachtet wird. Nach idealistischer Auffassung, die ich nicht in Widerspruch mit der materialistischen, sondern als die ergänzende Gegenseite derselben halte, hängt die innere Erscheinung jeder Seele mit einer Erscheinlichkeit für andere Seelen und für den ganzen Weltgeist, dem alle immanent sind, wechselbedingt zusammen; das giebt die Vielseitigkeit der äußeren Erscheinlichkeit, eine Erklärung, in welche sich die S. 17 gegebene übersetzen läßt. Nur kann mir nicht einfallen, mich hier in die Abstrusitäten einer weitern Auseinandersetzung über diese Verhältnisse zu vertiefen, die deßhalb so schwierig und leicht unverständlich oder mißverständlich wird, weil sich unser Sprach- und Begriffsgebrauch nicht in und an einer solchen Vertiefung entwickelt hat; und gern überlasse ich den Fachphilosophen, sich darin zurechtzufinden, wie sie können. Für die Psychophysik ist es genug, sich des synechologischen Princips in einer Ausdrucksweise zu bedienen, wie sie für die von ihr eingeschlagene Richtung brauchbar und dem allgemeinen Verständniß zugänglich ist, kurz mit der für sie etwas zu machen ist; und das ist jene Ausdrucksweise, wie ich sie in den „Elem." II. 526 gegeben habe, und hier mit denselben Worten wiedergebe.

„Das psychisch Einheitliche und Einfache knüpft sich an ein physisch Mannichfaltiges, das physisch Mannichfaltige zieht sich psychisch ins Einheitliche, Einfache oder doch Einfachere zusammen. Oder anders: das psychisch Einheitliche und Einfache sind Resultanten physischer Mannichfaltigkeit, die physische Mannichfaltigkeit giebt einheitliche oder einfache Resultanten."

„Das psychisch Einheitliche und Einfache sind in sofern unterschieden, als das Einheitliche selbst noch die Verknüpfung einer unterscheid-

baren Mehrheit ist, woraus aber das Bewußtsein der Verknüpfung oder das verknüpfende Bewußtsein als etwas identisch Einfaches abstrahirbar ist, wie man sich an der Einheit des Bewußtseins, der Einheit einer Idee oder eines Begriffes erläutern kann, indeß das schlechthin Einfache keine unterscheidbare Mehrheit mehr einschließt, und nur Element für Verknüpfungen, aber nicht selbst mehr Verknüpfung von Einfacherem ist, wozu eine einfache Ton-, Farben-, Geruchsempfindung Beispiele gewähren."

Nach vorigem Princip geben denn auch die physischen Processe der Welt, im Sinne von S. 13 ff. als psychophysische gefaßt, im Menschen wie über den Menschen hinaus einheitliche und einfache psychische Resultanten. An den Totalproceß der Welt knüpft sich die Einheit des allgemeinsten, sagen wir göttlichen, Bewußtseins, in dem aber viel Unterscheidbares enthalten ist, was wieder untergeordnete Einheiten darstellt, wie die Einheiten der geschöpflichen Seelen, bis zu den einfachsten Empfindungen in denselben herab.

Hienach kann man die Verhältnisse zwischen dem Totalbewußtsein der Welt und dem Specialbewußtsein des Menschen und der übrigen Geschöpfe schematisch wie folgt darstellen.

Sofern der, als psychophysisch gefaßte, physische Proceß der Welt nach Ort und Zeit wechselt, werde seine Stärke für jeden Raum- und Zeitpunct durch eine Ordinate über einer Horizontallinie oder Ebene dargestellt, durch welche die nie unterschreitbare Schwelle des Totalbewußtseins der Welt repräsentirt ist. Vermöge jenes Wechsels ändert sich die Höhe der Ordinaten nach Ort und Zeit und nimmt die gesammte ps.-ph. Thätigkeit der Welt die Gestalt einer Welle oder eines zusammenhängenden Wellenzuges von nach Ort und Zeit veränderlicher Höhe über der Grundschwelle an. Dieser Wellenzug wird, wenn man nur die zwei Stufen des allgemeinsten und des geschöpflichen Bewußtseins unterscheiden will, durch eine höher liegende Horizontallinie oder Ebene, die Schwelle des geschöpflichen Bewußtseins, geschnitten, über welche unzählige einzelne Wellengipfel (Oberwellen) zur Repräsentation des bewußten Lebens dieser Geschöpfe hinausragen, deren Bewußtsein deßhalb von einander geschieden ist, weil diese Gipfel unter einander nur durch Theile des gesammten Wellenzuges *unter* dem Niveau der geschöpflichen Bewußtseins-Schwelle (Processe der äußeren Natur) zusammenhängen, indeß alle *oberhalb* der Totalschwelle des göttlichen Bewußtseins zusammenhängen, und so, indeß sie sich selbst von einander

geschieden fühlen, vom Allgemeinbewußtsein einheitlich nur als unterschieden zusammengefaßt werden [1]).

Während des Wachens nun schwankt jeder geschöpfliche Wellengipfel nicht minder zeitlich und örtlich in Höhe, als das ganze ps.-ph. System der Welt schwankt, indem der höchste Punct bald in dieses bald jenes Sinnesgebiet, bald in das Gebiet des inneren Erinnerungs- und Vorstellungslebens fällt; nur daß während des Wachens immer ein Theil des Gipfels über der geschöpflichen Schwelle bleibt, indeß im traumlosen Schlafe der ganze Gipfel unter die geschöpfliche Schwelle sinkt, ohne deßhalb unter die des göttlichen Bewußtseins sinken zu können, dessen Allwissenheit und Allgegenwart hiedurch repräsentirt ist.

Gutberlet sagt in seiner Abh. (p. 113) bezüglich dieser Repräsentation: „Es ist nicht nur bodenlose Phantasie, sondern die größte Ungereimtheit, Gott ein Bewußtsein beizulegen, dessen Schwelle tiefer liege, als die unserer Seele, und das also noch durch Reize afficirt werden könne, welche in uns keine bestimmte Empfindung erzeugen."

Nun, ich muß mir ja überhaupt von Gutberlet Manches gefallen lassen (s. XXVI. Nr. 1).

Man darf nur nicht meinen, daß die Ansicht, die durch das vorige Schema repräsentirt wird, nach dem Schema construirt ist, sondern umgekehrt ist das Schema nach einer Ansicht construirt, die durch Verallgemeinerung von Principien der menschlichen Psychophysik über das menschliche Gebiet hinaus gewonnen ist; und das Schema hat nur den Zweck, einen zusammenhängenden Überblick derselben zu gewähren. Wie anders aber, als durch das Mittelglied der menschlichen Psychophysik, könnte man zu einer Basis der Verallgemeinerung darüber hinaus gelangen. Ich finde immer, daß, wenn man auf meine allgemeinen Ansichten in diesen Dingen zu sprechen kommt, Analogie das dritte Wort ist, was ich zu hören bekomme, womit man diese Ansichten abfertigt und

---

1) Zur Erläuterung denke man sich den zusammenhängenden Wellenzug in einem Teiche. Die Wellen reichen halb über halb unter das Niveau der Teichfläche, aber ganz über das Niveau der Bodenfläche. Das Niveau der Teichfläche stellt die geschöpfliche Schwelle, das der Bodenfläche die Schwelle des Allgemeinbewußtseins dar; durch die Theile des Wellenzuges unter dem Niveau der Teichfläche sind die Wellengipfel, d. i. Theile des Wellenzuges oberhalb geschieden, indeß keine Scheidung derselben bezüglich der Erhebung über die Bodenfläche besteht. — Nach entsprechendem Princip läßt sich die Unterscheidung einerseits, einheitliche Zusammenfassung anderseits von unterscheidbaren Momenten im geschöpflichen Bewußtsein mittelst höher gelegter Schwellen schematisch darstellen, worauf im XLV. Abschn. der „Elemente" etwas näher eingegangen ist.

abgefertigt hält. Die Gesichtspuncte aber, welche zur Auffassung des gesammten physischen Weltprocesses als psychophysischen führen (S. 13 ff.) sind nicht durch Analogie gewonnen, und bestehen, wenn auch viel Strauße den Kopf davor unter die Flügel stecken; das Schwellenprincip und synechologische Princip sind eben so wenig durch Analogie, sondern durch Beobachtung und Rechnung in dem einzigen Gebiete, was die Mittel dazu bietet, gewonnen[1]; und wenn die Verallgemeinerung des Gravitationsprincips über die beschränkten Grenzen hinaus, innerhalb deren es auf solchem Wege constatirbar war, keine Analogie ist, so wird es meine Verallgemeinerung jener Principien in demselben Sinne auch nicht sein. Aber allerdings kommen Analogien von allen Seiten herbei, dasselbe, was sich solchergestalt auf strengerem Wege begründen läßt, durch ihr Zusammenstimmen dazu nicht nur zu unterstützen, sondern vorweg zu fordern.

Jedenfalls sieht man, daß sich mit jenen Principien von der menschlichen Psychophysik aus, worin sie begründet sind, weittragende Folgerungen und Aussichten darüber hinaus ins Gesammtgebiet der körperlichen und geistigen Dinge eröffnen. Aber nur von der Psychophysik in psychophysischer Fassung. Denn wenn das Princip der ps.-ph. Schwelle fällt, wie es nach der physiologischen Auffassung dieser Lehre der Fall ist, und wenn vom synechologischen Princip abstrahirt wird, wie es wenigstens seither im Sinne dieser Auffassung geschehen, fällt damit die ganze Basis jener Verallgemeinerungen und bleibt die Psychophysik ein dürftiger Anhang der Physiologie.

Endlich noch ein Punct. In Rec. p. 833 erhebt Müller einen Einwurf, der mit wenig Worten die ps.-ph. Ansicht ohne Weiteres zu stürzen beansprucht, und, wenn ich ihn anders recht verstehe — zu leicht verständlich ist er nicht gefaßt — wesentlich auf Folgendes hinausläuft. Seien zwei nach und auseinanderfolgende physische Änderungen a, b mit den simultan davon abhängigen psychischen Änderungen α, β gegeben. Sofern ich nun selbst eine Proportionalität zwischen den, in unmittelbarer Folgeabhängigkeit von einander stehenden, physischen Änderungen a, b zugestehe, folge daraus, so meint Müller, auch von selbst eine

---

1) Hiezu folgende einfache Hinweise: Das Fundament der ganzen Psychophysik, das Webersche Gesetz, ist eine Thatsache der Erfahrung; es läßt vorweg zwei Auslegungen zu, die psychophysische, wonach es eine psychophysische Schwelle giebt, und die physiologische, wonach es keine giebt; hiezwischen ist durch Rechnung (Abschn. XV. XVII. A. C) zu Gunsten des ps.-ph. Schwellenprincipes entschieden. Bindende Erfahrungsthatsachen aber für das synechologische Princip gegenüber dem monadologischen sind in „Elem." II. 392 ff. geltend gemacht.

Proportionaliät zwischen der physischen Änderung a und der in unmittelbarer Folgeabhängigkeit davon stehenden psychischen Änderung β, denn was hindere, die Folgeabhängigkeit auch vom physischen zum psychischen Gebiete zu verfolgen; „woraus sich die Unrichtigkeit der ps.-ph. Deutung der Maßformel ohne Weiteres ergebe." Aber wo habe ich je zugestanden, daß das Princip der Proportionalität, welches zwischen physischen Änderungen, die in unmittelbarer Folgeabhängigkeit von einander stehen, gültig ist, auch zwischen physischen und psychischen Änderungen, die in solcher Abhängigkeit von einander stehen, gültig sei, und wie folgt eins aus dem andern? Gar zu leicht sollte es doch Müller mit seinen fundamentalen Einwürfen gegen mich nicht nehmen.

XVIII. Wundts psychologische Deutung des Weberschen Gesetzes und des Spieles der Aufmerksamkeit dabei.

In Besprechung von Wundts Ansicht glaube ich, mich wesentlich an die Darstellung derselben in s. „Grundz. d. physiol. Psychologie", 2. Aufl. 1880 halten zu müssen; nicht nur, weil sie die neuere ist, sondern auch, weil sie verhältnißmäßig mehr der Psychophysik zugewandt ist, als eine frühere Darstellung derselben in s. „Vorles. üb. d. Menschen- und Thierseele" (1863. I. 118 ff.), die vorzugsweise nur im psychologischen Interesse gehalten ist.

Wundt selbst setzt (I. p. 351) seine Deutung des Weberschen Gesetzes als psychologische in gewissem Sinne sowohl der psychophysischen als physiologischen Ansicht gegenüber, indem er der Ansicht ist, daß dies Gesetz jedenfalls eine allgemeinere Bedeutung als für die Psychophysik habe, sich vielmehr ins psychologische Gebiet hineinerstrecke, und bei der mangelhaften Begründungsweise desselben durch Versuche der äußeren Psychophysik eigentlich erst von der Psychologie aus seine Begründung finden könne. Kurz er nennt nach eigener Erklärung seine Ansicht in sofern psychologisch, als das Webersche Gesetz „aus den psychologischen Vorgängen [insbesondre den Apperceptionsvorgängen] abzuleiten sei, welche bei der messenden Vergleichung von Empfindungen wirksam werden" und als das Gesetz sogar rücksichtslos auf begleitende physiologische Vorgänge im Bewußtseinsgebiete „namentlich bei der qualitativen Vergleichung der Empfindungen so wie bei dem Verhältniß der Gefühle zu den Vorstellungen weit über das Gebiet der Empfin-

dungen hinaus sich bestätige.“ Inzwischen leugnet Wundt nicht nur nicht, daß den sog. Apperceptionsvorgängen, die er als wirksam bei messender Vergleichung der Empfindungen zuzieht, so wie den Vorstellungen und Gefühlen physiologische Bedingungen unterliegen, sondern erkennt es ausdrücklich an. Da es nun in der Psychophysik doch nur gilt, die Beziehung des Psychischen zum Physischen, nicht des Psychischen in sich zu verfolgen, so kann es sich auch meines Erachtens hier nicht wesentlich um einen Nachweis und Verfolg des Gesetzes im psychischem Gebiete, welche der Psychologie unbenommen bleiben, wenn sie überhaupt gelingen können, sondern nur betreffs der Beziehung des psychischen zum physischen Gebiete handeln. Und sofern Wundt hier eine Proportionalität der psychischen mit der unterliegenden physischen Änderung annimmt (I. 355), tritt er damit ganz in die physiologische Ansicht hinein, erklärt auch selbst (p. 351), daß „seine psychologische Deutung des Gesetzes eine gleichzeitige physiologische nicht ausschließe.“ Also wird seine Ansicht hier wesentlich nur als eine eigenthümliche Modification der physiologischen Ansicht in Betracht zu ziehen sein; doch mögen zum Schluß noch einige nachträgliche Bemerkungen über die psychologische Fassung und Begründung derselben von Seiten des Verf. folgen.

Nun hat freilich Wundt selbst keine, von der psychologischen Fassung des Gesetzes unabhängig gehaltene, Ausführung seiner physiologischen Ansicht in Zusammenhang gegeben, vielmehr ist eine solche erst aus dem weiteren Zusammenhange seines Werkes zu abstrahiren, und ist mit seiner Ansicht über die Rolle der Aufmerksamkeit so verwachsen, um nicht davon getrennt werden zu können. Inzwischen hoffe ich doch, sie nach seinem Werke I. p. 219 ff. 351 II. 205 f. wesentlich richtig gefaßt und wie folgt wiedergegeben zu haben; jedenfalls habe ich mich an diese Stellen gehalten.

Indem Wundt (II. 205 f.) das Bewußtsein mit einem inneren Sehen vergleicht, sagt er von den „in einem gegebenen Momente gegenwärtigen Vorstellungen [resp. Empfindungen], daß sie sich im Blickfeld des Bewußtseins“ befinden, indeß er „denjenigen Theil des letzteren [des Blickfeldes], welchem die Aufmerksamkeit zugekehrt ist, als den inneren Blickpunct“ bezeichnet. Den Eintritt einer Vorstellung in das innere Blickfeld nennt er „Perception, ihren Eintritt in den Blickpunct Apperception.“

Kurz also und ohne Bild dürfte man hienach sagen können: eine, in unserem Bewußtsein gegenwärtige Vorstellung, Empfindung, auf die

aber nicht die Aufmerksamkeit gerichtet ist, wird bloß percipirt, eine solche, auf die sie gerichtet ist, appercipirt.

Ein Sinnesreiz wird nun zunächst durch den Sinnesnerven einem Centrum, Sinnescentrum a im Gehirn zugeleitet, durch welches die Perception vermittelt wird, und es wird angenommen (was noch mit der psychophysischen Auffassung des Weberschen Gesetzes stimmt), daß innerhalb der Grenzen des Weberschen Gesetzes die Intensität der Erregung dieses Centrums der Reizstärke proportional gehe. Das Sinnescentrum aber steht durch nervöse Fasern mit einem Centrum C für die Apperceptionsvorgänge in der grauen Masse des Vorderhirns in Verbindung, und nun wird nach dem Schema I. 219 und den Erörterungen I. 354 der Vergleich zweier Empfindungen hinsichtlich ihrer Stärke nur dadurch möglich, daß vom Centrum C der apperceptiven Erregungen in der grauen Gehirnmasse centrifugale Erregungen nach dem Sinnescentrum a gehen, wo die Sinneserregungen einmünden, was den Einfluß der Aufmerksamkeit bedeutet, welche nach I. p. 219. II. 210 die Intensität der sinnlichen Empfindungen verstärken kann. Diese centrifugale Erregung der Aufmerksamkeit oder zu Grunde liegenden physiologischen Thätigkeit aber wird ihrerseits ausgelöst durch eine centripetale Erregung, welche, insofern die Aufmerksamkeit durch den Reiz selbst unmittelbar angeregt sein kann, centripetal von a nach C geht (p. 354 Anmerk.) also der centrifugalen von C nach a entgegenkommt, hingegen, sofern die Richtung der Aufmerksamkeit nach a zu auch andersher als unmittelbar durch den Reiz bestimmt sein kann, durch sog. „Signalreize", welche mit der Sinneserregung von a in Zusammenhang stehen, „auf centripetalen Bahnen dem Centrum C zugeleitet wird." Auch von dieser centripetalen Erregung wird angenommen, daß sie innerhalb der Grenzen des Weberschen Gesetzes der Reizstärke proportional sei. Hienach wird erstens die Voraussetzung gemacht, daß die centripetale Erregung von C erst eine gewisse Stärke haben müsse, um die centrifugale nach a zu auszulösen, worin die, hiemit nur physiologisch zu fassende, Schwelle begründet sei, zweitens, daß „zwar die ausgelöste centrifugale Erregung proportional der Stärke des auslösenden Reizes wachse, daß sie aber zugleich der in dem Apperceptionsorgan vorhandenen Erregungsgröße umgekehrt proportional sei." Hienach weiter (p. 353): „Bezeichnen wir nun die letztere Größe mit R, die durch den Signalreiz bewirkte Zunahme mit ΔR, so wird also die durch letztere erzeugte Zunahme ΔE der centrifugalen Erregung proportional $\frac{\Delta R}{R}$ sein. Dies ist aber eine Beziehung, welche

als der mathematische Ausdruck des Weberschen Gesetzes angesehen werden kann."

Was mir nun meinerseits gegen diese Betrachtungsweise einzuwenden scheint, sind folgende Puncte.

1) Sie ist sehr complicirt und hypothesenreich, und ich meine, man würde nur dann seine Zuflucht zu ihr zu nehmen haben, wenn sich keine einfachere zur Repräsentirung der Thatsachen aufstellen ließe. In dieser Beziehung aber ziehe ich doch die meinige vor, welche von dem uns des Näheren unbekannten Spiel der Gehirnvorgänge absieht und nur die Puncte ins Auge faßt, welchen die Gehirnvorgänge, wie sie auch beschaffen sein mögen, nothwendig genügen müssen, soll dem psychischen Zusammenhange der Thatsachen durch einen physischen entsprochen werden.

2) Nach dem Verf. sollen selbst Sinneseindrücke, von denen die Aufmerksamkeit abgezogen, also anders hin gewandt ist, bewußt („im Bewußtsein") sein, wenn sie zum Sitze der Perception gelangt sind, wie z. B. ein in der Zerstreuung überhörtes Wort. In der That liegt das in der obigen Erklärung der Perception begründet; auch identificirt der Verf. I. 222 ausdrücklich Perception mit „undeutlicher Wahrnehmung", also doch mit Wahrnehmung, und erklärt, daß Perception auch dann stattfinde, wenn ein Eindruck vom Sinnescentrum nicht weiter geleitet wird. Meinerseits würde ich hiegegen sagen, daß, so lange ein Wort wegen Zerstreuung überhört wird, vielmehr etwas Anderes als das Wort im Bewußtsein ist und das Wort durch das Andere daraus verdrängt ist. Aber das mag man immerhin als einen Streit um den Gebrauch des Wortes bewußt und unbewußt ansehen. Vergl. S. 217 ff.

3) Nach Wundt soll eine verstärkte Aufmerksamkeit die Intensität einer sinnlichen Empfindung oder ihrer Reproduction in Erinnerung verstärken können, indeß doch, was ich nicht müde werde, dieser auch Anderen geläufigen Ansicht entgegenzuhalten, ein graues Papier, wenn überhaupt gesehen, durch verstärkte Aufmerksamkeit nicht lichter, ein schwacher Schall, wenn überhaupt gehört, nicht lauter durch verstärkte Aufmerksamkeit darauf erscheint. Hievon vermisse ich einen Gesichtspunct der Erklärung in Wundts Ansicht. Die Berufung auf Meyers Versuche (II. 210. Anmerk.) fruchtet nicht, weil der scheinbare Widerspruch voriger Thatsachen mit diesen Versuchen selbst erst erklärt sein will.

4) Wundt sucht die, von mir im Sinne der psychophysischen Ansicht angenommene, innere Schwelle nicht nur in obiger Aufstellung

durch eine Annahme im Sinne der physiologischen Ansicht zu eliminiren und auf einen physiologischen Grund zurückzuführen; sondern hat auch anderweit Erfahrungsgründe dafür geltend gemacht, die ich S. 239 f. besprochen habe, ohne sie bindend finden zu können.

5) Die Hypothese des Verf., daß die, vom centralen Organe C ausgehende centrifugale Erregung der darin vorhandenen Erregungsgröße umgekehrt proportional sei, erscheint mir, wie ich gestehe, a priori so unwahrscheinlich, daß ich, da sie doch zur Deutung des Weberschen Gesetzes im Sinne des Verf. ganz wesentlich ist, mich schon deßhalb allein gegen diese Deutung sträuben würde.

Nun legt allerdings Wundt das Hauptgewicht auf die psychologische Deutung und Begründungsweise des Gesetzes, von welcher im Vorigen ganz abstrahirt ist; aber ich gestehe, auch dieser von vorn herein keine Evidenz habe abgewinnen zu können, und es sei mir gestattet, hierüber noch in einige Bemerkungen einzugehen.

Wundt sagt (p. 351): „Psychologisch läßt sich offenbar das Webersche Gesetz auf die allgemeinere Erfahrung zurückführen, daß wir in unserem Bewußtsein kein absolutes, sondern nur ein relatives Maß besitzen für die Intensität der in ihm vorhandenen Zustände, daß wir also je einen Zustand an einem anderen messen, mit dem wir ihn zunächst zu vergleichen veranlaßt sind. Wir können auf diese Weise das Webersche Gesetz als einen Specialfall eines allgemeineren Gesetzes der Beziehung oder der Relativität unserer inneren Zustände auffassen."

Aber unmittelbar sagt das Webersche Gesetz ohne Verallgemeinerung und Deutung nur, daß gleiche Unterschiedsempfindungen an gleichen Reizverhältnissen hängen; es kommt also nur eine Gleichheitsschätzung im psychischen Gebiete für sich so wie eine Gleichheitsschätzung im physischen Gebiete für sich (nicht eine gegenseitige) in Simultanabhängigkeit von einander in Betracht. Hiemit weiß ich die obige Verallgemeinerung und Deutung des Gesetzes seitens des Verfassers auch unter Mitrücksicht auf die von ihm daran geknüpften Erläuterungen in keine klare Beziehung zu setzen; und vermisse jedenfalls ein bestimmtes Erläuterungsbeispiel, wie jenes für das Webersche Gesetz charakteristische Verhältniß zweier simultanen Gleichheitsfälle in zwei verschiedenen Gebieten soll auf rein psychischer Seite in etwas Entsprechendem wiederzufinden sein, wozu unstreitig die allgemeine Berufung auf die Relativität unserer inneren Zustände noch nicht hinreicht. Inzwischen kann das mir

mangelnde Verständniß in dieser Hinsicht an einem nicht hinreichenden Studium des ganzen Systems von Wundt hängen.

Jedenfalls spielt eine wesentliche Rolle bei Aufstellung von Wundts Ansicht folgender, anderweit von ihm aufgestellte, Satz desselben (I. 322). Eigentlich ist „nicht die Beziehung zwischen Reiz und Empfindung, sondern nur die Beziehung zwischen Reiz und Empfindungsschätzung unserer Messung zugänglich, während die Frage, wie sich die Empfindungen unabhängig von den bei ihrer Schätzung betheiligten Vorgängen der Auffassung und Vergleichung verhalten mögen, durch die directe Untersuchung gar nicht beantwortet werden kann."

Hievon möchte ich nur den zweiten, nicht den ersten Theil zugeben. Durch eine directe Untersuchung läßt sich weder eine Maßbeziehung zwischen Reiz und E., noch zwischen Reiz und Empfindungsschätzung finden, sei es, daß man unter Empfindungsschätzung die Schätzung mittelst Reflexion auf eine gegenwärtige oder auf die in der Erinnerung reproducirte E. versteht. Wohl aber haben meines Erachtens die Maßmethoden dahin zu gehen, die Thatsachen, die sich bei Einwirkung von Reizen auf das Empfindungsorgan überall beobachten lassen, im Experimente und durch Rechnung so zu combiniren, daß sich der Einfluß der Vorgänge der Auffassung und Vergleichung, in so weit er nicht Sache der Größe der Reize und davon abhängigen Empfindungen selbst ist, eliminirt. So, wenn wir von der unmittelbaren Beobachtung der Gleichheit empfundener Unterschiede bei Gleichheit der Reizverhältnisse, die noch von Einflüssen der Beobachtungsweise betheiligt ist, zu Gesetzlichkeiten über die Gleichheit von Empfindungsunterschieden und von hier zu Maßbeziehungen gelangen. (Vergl. S. 198 ff.).

Sechste Abtheilung.

Über einige Gegenstände der inneren Psychophysik.

XIX. Aufmerksamkeitsverhältnisse.

Die Fassung der Aufmerksamkeitsverhältnisse seitens Gutberlet, Müller und Wundt ist schon respectiv S. 218 ff., 244 f. und 264 ff. besprochen, worauf ich hier nicht zurückkomme, um folgends nur meine eigenen Ansichten darüber etwas eingehender zu entwickeln, als schon vorgreiflich S. 243 ff. geschehen.

Im Hauptgesichtspuncte stimmen die folgenden Betrachtungen mit den, im XLII. Abschn. der „Elem." geführten überein; nur in den Ausführungen werden sie hie und da durch eine klarere oder triftigere Fassung davon abweichen; auch ziehe ich der früher eingeschlagenen schematischen Darstellung der Verhältnisse (mittelst des sog. Wellenschema) folgends die directe in mathematischen Zeichen vor, da man sich auf jene nicht hat einlassen wollen, ja sie wohl gar mit einer analogischen verwechselt hat, was dem Sinne derselben ganz widerspricht. Müller als Vertreter der physiologischen Ansicht endlich hat es überhaupt am kürzesten gefunden, diese, auf der ps.-ph. Ansicht fußende, mit der physiologischen Ansicht ganz unverträgliche, Ansicht mit starken Ausdrücken abzufertigen (p. 359), ohne auch nur den Hauptgesichtspunct derselben ins Auge gefaßt zu haben.

Allgemein liegt folgenden Betrachtungen folgendes, in „Elem." II. 454 ausgesprochene, Princip unter: „Wesentlich ist es nur dasselbe Princip, daß die psychophysische Thätigkeit des Menschen im Ganzen eine gewisse Stärke übersteigen muß, damit überhaupt Bewußtsein, Wachen, stattfinde, und daß während des Wachens jede besondere, sei es durch einen Reiz zu bewirkende oder spontan entstehende Bestimmung dieser Thätigkeit, die fähig ist, eine besondere Bestimmung des Bewußtseins

zu geben, eine gewisse Stärke übersteigen muß, um wirklich bewußt zu werden." Kurz, insofern wir Sonderbestimmungen des Bewußtseins zu unterscheiden haben, werden wir, auch ohne Kenntniß der ihnen besonders unterliegenden psychophysischen Bedingungen, doch Schwellen dafür zu unterscheiden haben.

Die Aufmerksamkeit nun ist ein psychisches Phänomen, welches von den psychischen Phänomenen, auf welche sie sich, wie man sagt, bezieht oder die mit derselben aufgefaßt werden, nach Aussage der inneren Erfahrung zu unterscheiden ist. Wenn ich auf eine mehr oder weniger helle Fläche sehe, auf einen mehr oder weniger lauten Schall horche, so kann ich sehr wohl die Aufmerksamkeit, mit der die Auffassung geschieht, von der Helligkeit oder Schallstärke, welche ich dabei empfinde, unterscheiden. Auch kann die Stärke der Aufmerksamkeit abnehmen, während die Stärke des Phänomens, auf die sie sich bezieht, als wie der Helligkeits-, der Schallempfindung, zunimmt und umgekehrt. Alles das wurde schon früher (S. 244) erinnert. Hienach aber kann ich keinesfalls die Ansicht derer theilen, welche die Verstärkung der, auf ein Phänomen bezogenen, Aufmerksamkeit als eine Verstärkung des Phänomens selbst fassen, oder beides unklar zusammenwerfen, was mir freilich der allgemeine Fall zu sein scheint; womit übrigens noch nicht gesagt ist, daß beide ganz unabhängig von einander sind.

Kürze halber nun bezeichne ich folgends die, von der Aufmerksamkeit zu unterscheidenden Phänomene, auf welche sich die Aufmerksamkeit bezieht, als psychische Phänomene schlechthin oder noch kürzer bloß als Phänomene, ohne bei einer allgemeineren Betrachtung zu vergessen, daß die Aufmerksamkeit ihrerseits nur ein psychisches Phänomen anderer Art ist. Auch hindert nichts, die Aufmerksamkeit gegenüber den psychischen Phänomenen, auf die sie sich bezieht, vorzugsweise als psychische „Thätigkeit" zu bezeichnen, nur daß freilich für eine allgemeinere Betrachtung auch die psychischen Phänomene, auf die sie sich bezieht, als Sache psychischer Thätigkeit gelten können. Über den Wortgebrauch in dieser Hinsicht wäre jedenfalls müßig, zu streiten. Gewiß ist, daß die Aufmerksamkeit mit einem Gefühle der Selbstthätigkeit behaftet ist, das den Phänomenen, auf die sie sich bezieht, nicht beiwohnt, durch die wir uns vielmehr receptiv bestimmt finden. Ja es ist dies vielleicht der charakteristischste Unterschied zwischen beiden.

Zu kürzester Bezeichnung endlich kann die Aufmerksamkeit mit A, das psychische Phänomen, worauf sie sich bezieht, mit P, die, beiden

unterliegenden, ps.-ph. Thätigkeiten aber respectiv mit A und P bezeichnet werden.

Die P, auf welche sich die A bezieht, können sinnliche P oder deren Reproductionen in Erinnerungen, oder Vorstellungen, in denen das Denken abläuft, kurz psychische P irgendwelcher Art sein. Bei allen diesen P bleibt das Gefühl der darauf bezogenen A dem Charakter nach dasselbe, und kann sich nur der Stärke oder Intensität nach ändern, indeß bei den P, auf die sie sich bezieht, sowohl der Charakter oder die Qualität wie die Stärke oder Intensität wechseln kann. Insofern wir also die A bei einer allgemeineren Betrachtung selbst als psychisches Phänomen fassen können, haben wir sie als allgemeines psychisches P gegenüber den psychischen P, auf die sie sich bezieht, als Special-Phänomenen zu fassen.

Bei Auffassung eines P mit einem gegebenen Grade der A ist der Zustand des Bewußtseins, kurz B, wozu B als ps.-ph. Unterlage gelten mag, seinem Charakter nach einerseits durch den allgemeinen Charakter der A, den sie bezüglich aller Phänomene behält, anderseits durch den besonderen des P, seiner Stärke nach aber durch die Stärke oder Intensität beider bestimmt, und können wir insofern von einem Totalbewußtsein bezüglich eines gegebenen P, wovon A und P die Componenten sind, so wie von einer Totalstärke oder Gesammtstärke des B bezüglich eines gegebenen P, wovon die Stärke von A und P die Componenten sind, sprechen; und was in dieser Beziehung vom B einzelner P gilt, trägt sich auf das B ganzer Reihen derselben über.

Wie die A auf ein P bezogen, demselben zugewandt sein kann, kann sie auch davon abgezogen, demselben abgewandt sein, indem sie sich auf andere P richtet. Dann verschwindet das betreffende P aus dem Bewußtsein. Für den Fall der Zuwendung der A zu einem P aber gilt Folgendes.

Wir können ein schwaches P mit starker A auffassen, ohne daß das P selbst dadurch verstärkt scheint, nur die Gesammtstärke des darauf bezogenen B erscheint verstärkt. So erscheint ein graues Papier nicht lichter, der Pendelschlag einer Uhr nicht lauter, mögen wir die darauf gerichtete A noch so sehr verstärken, niemand kann ein graues Papier dadurch weiß erscheinen machen, niemand den leisen Pendelschlag der Uhr bis zur Stärke eines kräftigen Hammerschlages bringen, wohl aber fühlen wir die Verstärkung der A als Verstärkung unserer, auf das P bezogenen, bewußten Thätigkeit. Und ebenso wie mit sinnlichen P's verhält es sich mit innerlich erzeugten psychischen P's. Ein graues Papier

erscheint auch in der Erinnerung grau, d. i. lichtschwach, ein schwaches Zirpen erscheint auch in der Erinnerung als schwaches Zirpen, und mögen wir das Erinnerungsbild davon mit noch so verstärkter A auffassen; es bleibt so, indeß wir doch in der verstärkten A eine Verstärkung unsrer Bewußtseinsthätigkeit spüren. Und eben, weil wir sie in Betreff der einen Componente dieser Thätigkeit spüren, haben wir sie nicht zugleich in Betreff der andern zu verlangen, oder jedenfalls entspricht die Erfahrung nicht einem solchen Verlangen.

Zwar für g a n z unabhängig können wir doch die Stärke des P von der Stärke der A nicht halten. Bekanntlich hat Meyer („Elem." II. 484) es durch „vielfache Übung" dahin gebracht, Erinnerungs- oder Phantasiebilder von sinnlichen Phänomenen durch eine darauf gerichtete starke Willensintention, sie zu verstärken, wirklich bis zur Gleichheit mit sinnlichen P selbst zu verstärken. Nun könnte man zwar sagen: es sei etwas Anderes, ein P, so wie es ist, mit verstärkter A auffassen, und ein P mit verstärkter W i l l e n s intention, es zu verstärken, produciren; aber unstreitig ist jede verstärkte A auf ein Phänomen von selbst von einer solchen Intention begleitet. Von anderer Seite beweist der Umstand selbst, daß die Meyersche Erfahrung so zu sagen ein Unicum ist, und es Meyern selbst erst „nach vielfacher Übung" gelang, jenen Erfolg zu produciren, daß er keine Sache des Zustandes, in dem wir uns, sagen wir kurz „unter gewöhnlichen Umständen", befinden, ist. Können doch auch Bewegungen mancher Art „nach vielfacher Übung" mit Leichtigkeit hervorgebracht werden, die unter gewöhnlichen Umständen scheinbar gar nicht hervorgebracht werden können, obwohl sie doch auch ohne Übung durch darauf gerichtete Intention in kleinen Ansätzen müssen hervorgebracht werden können, sonst könnte Übung nicht weiter führen. Also dürfte es am wahrscheinlichsten sein, daß allerdings durch verstärkte A auch unter gewöhnlichen Umständen die psychophysische Thätigkeit eines P über der Schwelle etwas gesteigert wird, aber, wenn sie einmal über der Schwelle ist, nur so wenig, daß eine weitere Steigerung nicht bemerkt wird, weil sie nicht bis zum Übersteigen der Unterschiedsschwelle geht.

Unter gewöhnlichen Umständen wird sich hienach nicht bloß der einfacheren Betrachtung halber, sondern auch um der Thatsache der Beobachtung selbst zu genügen, von einer Verstärkung des P und mithin P durch Verstärkung der A zunächst abstrahiren lassen, ohne damit eine, nach dem Schwellenprincip nur nicht spürbare Verstärkung der unterliegenden ps.-ph. Thätigkeit P schlechthin zu leugnen; sie könnte sogar unter der Schwelle relativ stärker als oberhalb sein.

Von der anderen Seite ist fraglos, daß umgekehrt die Verhältnisse des P nicht einflußlos auf die Stärke der sich darauf beziehenden A, mithin des unterliegenden A sind; die A wird vielmehr unwillkürlich durch Verhältnisse des P mitbestimmt, wenn schon nicht allein bestimmt, da sie ja auch willkürlich selbst von stark anziehend auf sie wirkenden Phänomenen abgezogen werden kann.

Nun ist für das klare Verständniß der folgenden Formeln wichtig, daß sie nichts über die gegenseitige Abhängigkeit, in welcher A und P, mithin A und P, von einander stehen, aussagen, sondern, welchen Werth auch A und P theils durch ihre gegenseitige Abhängigkeit, theils durch ihre Abhängigkeit von andern Gründen haben, so gelten die folgenden Formeln für die Abhängigkeit der Totalstärke des Bewußtseins B und seiner Componenten A, P, von deren psychophysischen Unterlagen B, A, P, wie diese nun eben sind, gleichgültig wie sie entstanden sind.

Mit der an sich feststehenden Thatsache, daß unter gewöhnlichen Umständen (im obigen Sinne) die A auf ein P, was einmal über der Schwelle ist, beträchtlich verstärkt werden kann, ohne daß die Stärke des P selbst damit merklich wächst, steht nun zunächst in scheinbarem Widerspruch, daß es doch überhaupt einer gewissen Zuwendung der A bedarf, um ein P spürbar werden zu lassen. Wenn ich studire, höre ich nichts vom Pendelschlage der Uhr im Zimmer; er trifft mein Ohr; aber seine Empfindung entfällt meinem Bewußtsein, weil die A vom Gehörsgebiet abgezogen ist; sowie ich sie darauf richte, höre ich den Pendelschlag mit einer gewissen Stärke, verstärke ich hienach die A darauf, so erscheint mir der Schlag doch nicht lauter. Ein, in der Zerstreuung überhörtes, Wort kann durch nachträgliche Richtung der A darauf noch zum Bewußtsein kommen, ohne daß eine verstärkte A das Wort in der Erinnerung lauter erscheinen läßt. Wenn aber eine Beziehung der A auf die Gehörsempfindung überhaupt nöthig ist, sie spürbar zu machen, wie kann Verstärkung der A darauf doch nichts Merkliches beitragen, die E. zu verstärken? Doch verhält es sich factisch so.

Es erscheint dies in der That als ein Paradoxon, an dessen ps.-ph. Repräsentation sich die um den Vorzug streitenden Ansichten in der Psychophysik versuchen können. Die physiologische Ansicht hat einen solchen Versuch nicht einmal gewagt; für die psychophysische liegt die Lösung einschließlich in folgender allgemeineren Theorie.

Nach ihr läßt sich die für die Beziehung zwischen Empfindung s und Reiz r gültige Formel der äußeren Psychophysik:

$$s = \varkappa \log \frac{r}{\rho} \cdots (1)$$

in die innere Psychophysik nicht nur übertragen, sondern in der Art verallgemeinern, daß wir unter s überhaupt einen psychischen Werth, unter r die unterliegende ps.-ph. Thätigkeit, unter ρ den Schwellenwerth derselben, unter $\varkappa$ eine von r und ρ unabhängige Constante verstehen. Diese Formel nun, so allgemein verstanden, bildet den Ausgangspunct der folgenden Betrachtungen, indem wir dieselbe auf die beiden Bestimmungen des Bewußtseins, $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$, besonders anwenden. Hienach ersetzt sich in Bezug auf erstere s durch $\mathfrak{P}$, r durch P und wenn der Schwellenwerth von P durch p bezeichnet wird, haben wir

$$\mathfrak{P} = \varkappa \log \frac{P}{p} \cdots (2).$$

In Bezug auf $\mathfrak{A}$ haben wir $\mathfrak{A}$ für s, A für r und, wenn der Schwellenwerth von A mit a bezeichnet wird

$$\mathfrak{A} = \varkappa \log \frac{A}{a} \cdots (3).$$

Heiße endlich wie oben $\mathfrak{B}$ die Stärke des Totalbewußtseins, welches sich auf das mit gegebener $\mathfrak{A}$ aufgefaßte $\mathfrak{P}$ bezieht, B die Größe der unterliegenden ps.-ph. Thätigkeit, b deren Schwelle, so hängt $\mathfrak{B}$ psychisch von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{P}$, psychophysisch von den, ihnen zu Grunde liegenden, ps.-ph. Thätigkeiten A und P und deren Schwellen a und p ab, und wir genügen allen Verhältnissen, die es zu repräsentiren gilt, wenn wir setzen:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A} + \mathfrak{P} \cdots (4)$$

$$= \varkappa \left(\log \frac{A}{a} + \log \frac{P}{p}\right) \cdots (5)$$

$$= \varkappa \log \frac{AP}{ap} \cdots (6)$$

$$= \varkappa \log \frac{B}{b} \cdots (7).$$

Discutiren wir nun diese Formeln.

Die Formel (2) ist nur mit andern Buchstaben die bekannte Maßformel für die Stärke der Empfindungen, in Abhängigkeit vom Reize, hier aber ins Innere übertragen und für Phänomene jeder Art verallgemeinert.

Die Formel (3) gewährt mit dem positiven Ausdrucke einer, auf das betreffende $\mathfrak{P}$ *bezüglichen* $\mathfrak{A}$ zugleich den negativen Ausdruck

einer davon abgezogenen 𝔄, ersteren, so lange A $>$ a, letzteren, so lange A $<$ a. Nun bedeutet das negative Vorzeichen einer psychischen Bestimmung nach ps.-ph. Ansicht das Fehlen derselben. Dies Fehlen gilt aber nur bezüglich des 𝔓, auf welches die 𝔄 nach der Voraussetzung bezogen ist, im Übrigen kann sie auf beliebiger Höhe stehen; ja da mit dem Abziehen der 𝔄 von einem 𝔓 während des Wachens im Allgemeinen die Wendung desselben auf andere 𝔓 zusammenhängt, steigert sich sogar mit dem Schwinden der 𝔄 für ein gewisses 𝔓 der Werth derselben für andere 𝔓; ohne daß eine Formel, die sich nicht auf die anderen 𝔓 bezieht, ihre Verstärkung in sich aufnehmen kann. Unstreitig zwar giebt es auch allgemeine Formeln für diesen Zusammenhang; aber sie liegen noch nicht vor.

Ferner darf man nicht meinen, daß bei einer, von einem 𝔓 abgezogenen 𝔄 gar nichts von der ps.-ph. Thätigkeit A auf 𝔓 bezüglich vorhanden sei; sondern das, was vorhanden ist, wird nur eben die Schwelle a nicht erreichen, und eines größeren oder geringeren Zuwachses bedürfen, um sie zu erreichen, wozu auch größere oder geringere den psychischen Anlässen zugehörige ps.-ph. Anlässe gehören werden; damit repräsentirt sich ein größeres und geringeres Abgezogensein der 𝔄 von einem 𝔓, und factisch giebt es doch Grade in dieser Hinsicht, die zu repräsentiren sind. Immer bleibt der Ausdruck Abgezogensein insofern auf ein ps.-ph. A unter der Schwelle anwendbar, als von dem zur Erreichung der Schwelle a nöthigen Werthe des A etwas abgezogen und andershin gewandt ist, nicht aber, daß alles A abgezogen ist.

Übrigens kann der während des Wachens allgemein geltende Fall, daß 𝔄 sich vom gegebenen 𝔓 nur abzieht, um sich andern zuzuwenden, auch eben nur für das Wachen als allgemein zutreffend angesehen werden. Im Übergange von Wachen zu Schlaf kann 𝔄 bezüglich der Gesammtheit aller 𝔓, die in das menschliche Bewußtsein fallen, unter die Schwelle sinken, hiemit negativ werden, ohne sich anderen 𝔓 desselben Bewußtseins zuzuwenden, worauf im folgenden Abschnitt zurückzukommen sein wird.

Die Formel (4) drückt nur im Allgemeinen aus, daß die Stärke des Gesammtbewußtseins 𝔅 psychischerseits in die zwei Componenten, 𝔄 und 𝔅, als zerlegbar gedacht werden könne; und sehr unrecht würde man thun, wenn man die äußerliche Nebeneinanderstellung von 𝔄 und 𝔓 in der Formel als Repräsentation einer äußerlichen wirklichen Scheidung, sei es zwischen 𝔄 und 𝔓 oder den unterliegenden A und P fassen wollte. 𝔄 und 𝔓 treffen vielmehr so zu sagen in demselben psychischen Puncte zusammen, und es sind dieselben physischen Puncte, auf die sich die Zu-

sammensetzung der ps.-ph. Vorgänge A und P bezieht, was sich denn auch in der Formel (6) in gewissem Sinne dadurch ausdrückt, daß die Werthe A und P, von welchen B abhängt, statt additiv vielmehr als gegenseitige Factoren unter dem Logarithmuszeichen auftreten.

Von vorn herein könnte man fragen, warum nicht B statt $= \mathfrak{A} + \mathfrak{P}$ vielmehr $= \mathfrak{A}\mathfrak{P}$, und mithin statt $= \varkappa \log \frac{AP}{ap}$ vielmehr $= \varkappa^2 \log \frac{A}{a} \cdot \log \frac{P}{p}$ setzen. Wohlan, man kann den Versuch machen; ich selbst aber wüßte damit zur Repräsentation der Verhältnisse, die es zu repräsentiren gilt, nicht auszukommen. Ja, es geht einfach deßhalb nicht, weil danach B ebenso gut einen positiven Werth haben würde, wenn $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{P}$ zugleich unter der Schwelle, als wenn sie zugleich über der Schwelle sind. Man könnte ferner fragen, ob nicht $\varkappa$ für $\mathfrak{A}$ und B einen verschiedenen Werth anzunehmen hätte; worauf ich nur erwiedern kann, daß sich zunächst noch kein Anlaß dazu gefunden hat; so lange aber dies nicht der Fall ist, versucht man natürlich mit den einfachsten Annahmen auszukommen.

Wie die Formel (4) den allgemeinen Ausdruck für die Zerlegbarkeit des psychischen B in die psychischen Componenten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{P}$ giebt, so die Formel (5) den Ausdruck für die Zerlegbarkeit des B nach seiner functionellen logarithmischen Beziehung zu A und P.

Die Formeln (6) und (7) endlich zeigen, wie sich der Ausdruck von B auf die einfache und einheitliche Form der Maßformel zurückführen läßt, indem wir $\log \frac{A}{a} + \log \frac{P}{p}$ in $\log \frac{AP}{ap}$, weiter AP in B und ap in b zusammenziehen, was für den Fall, wo es eben nur auf die Gesammtstärke, auf Dasein von Bewußtsein oder Unbewußtsein eines Phänomens überhaupt, nicht aber darauf ankommt, wie viel seitens der Componenten insbesondere dazu beigetragen wird, von Belang ist.

Inzwischen liegt hier vielmehr das Interesse darin, zu verfolgen, wie die beiden Componenten des Bewußtseins $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{P}$ nach Maßgabe ihrer functionellen Abhängigkeit von den ihnen unterliegenden psychophysischen Werthen A, P zum Resultat B zusammenwirken; und hierauf wird näher einzugehen sein, nachdem zuvor noch folgende Puncte ins Klare gebracht sind.

Sofern sich in der Formel (4) B aus $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{P}$ summirt, und bei entgegengesetztem Vorzeichen eins vom anderen abzuziehen ist, fragt sich, wie überhaupt beide so ganz heterogene psychische Werthe auf einen vergleichbaren Maßstab zu bringen sind, was doch nöthig ist, um sie zu ein-

ander addiren oder von einander subtrahiren zu können. Die Antwort ist, daß sich A und B auf rein psychischem Wege ebenso wenig mit einander messend vergleichen lassen, als verschiedene Stärken von A unter sich oder verschiedene Stärken von P unter sich, wohl aber psychophysisch, indem sowohl A als P jedes seinen Zahlwerth für sich durch die logarithmische Abhängigkeit von dem Verhältniß erhält, in welchem einerseits A zu seinem Schwellenwerthe a, anderseits P zu seinem Schwellenwerthe p steht, wonach dann auch beide Zahlwerthe mit einander verglichen werden können. Natürlich muß die Einheit beider psychischen Werthe an den Logarithmus des gleichen Verhältnisses von $\frac{A}{a}$ als $\frac{P}{p}$ geknüpft werden.

Die Schwelle p des P ist als unabhängig von der Stärke der darauf bezogenen A, so wie die Schwelle a der A als unabhängig von der Stärke des P, worauf sich A bezieht, anzusehen, wie sich wenigstens annähernd constatiren läßt. In der That kann Ersteres daraus gefolgert werden, daß überhaupt nach Erfahrung die Stärke des P, welches von einem constanten Reize abhängt, merklich ungeändert bleibt, wenn die Stärke der darauf bezogenen A wechselt; der Schwellenwerth p gehört aber dem besonderen Falle zu, wo P = null. Auch steht hiemit nicht in Widerspruch, daß nach Meyers Versuchen ein P durch verstärkte A über die Schwelle gehoben werden kann, was bei schwacher A darunter geblieben wäre, indem man nicht den Werth des p durch den Einfluß der A als erniedrigt, sondern den Werth des P dadurch als erhöht anzusehen hat.

Die Unabhängigkeit der Schwelle a der A von der Stärke des P, worauf sie sich bezieht, kann ebenso im Allgemeinen daraus gefolgert werden, daß wir ein starkes und ein schwaches P mit dem Gefühle gleicher A auffassen können, der Schwellenwerth a gehört aber zu dem besonderen Falle der Stärke von A, welcher zwischen zugewandter und abgewandter A inne steht. Wenn aber stark contrastirende P die A vorzugsweise anziehen und beschäftigen, ist dies wieder nicht als ein Einfluß auf das a sondern das A anzusehen.

Eine praktische Bestimmung der Constanten a und p in objectiven Maßen ist freilich eben so wenig ausführbar, als die der Variabeln A und P über und unter diesen Schwellen, da wir nicht die Mittel besitzen, die ps.-ph. Thätigkeiten, welche durch diese Buchstaben bedeutet werden, mit unseren Messungen ins Innere zu verfolgen; aber dies steht der Brauchbarkeit von Formeln, worein diese Werthe eingehen, betreffs

der Ableitung allgemeiner Folgerungen, um die es sich hier handelt, nicht im Wege, wie sich im Folgenden von selbst zeigen wird.

Gehen wir jetzt zu einer Betrachtung der Hauptfälle über, die unter unsern Formeln enthalten sind. Je nach der Weise, wie A und P mit positivem oder negativem Werthe, einander überwiegend oder unterwiegend, zusammentreffen, ordnen sich der Formel (4) überhaupt 8 Fälle unter, wovon 4 ein positives, 4 ein negatives B geben. In folgender Aufzeichnung derselben stehe A oder P voran, je nachdem das eine oder andere im absoluten Werthe überwiegt.

$+ B =$	$- B =$
1) $+ A + P$	5) $- A - P$
2) $+ P + A$	6) $- P - A$
3) $+ A - P$	7) $- A + P$
4) $+ P - A$	8) $- P + A$.

Näher auf diese Fälle eingehend, so wird in den vier ersten zwar das Bewußtsein in Bezug auf das betreffende Phänomen überall wach sein; aber die Stärke desselben seitens seiner Componenten verschieden bestimmt sein. Nach den beiden ersten können wir ein schwaches Phänomen mit starker A oder ein starkes Phänomen mit schwacher A auffassen, doch wird in beiden Fällen die Aufmerksamkeit dem Phänomen als wirklich mit einem positiven Werthe zugewendet angesehen. Im dritten Falle ist das P an sich selbst unter der Schwelle, aber es kann doch ein darauf bezügliches starkes Bewußtsein wach sein, wie wenn wir mit gespannter A auf einen Schall horchen, der nicht da ist. Im vierten Falle ist die A an sich als actives Vermögen unter der Schwelle, aber das P tritt dennoch durch seine, den negativen Werth der A überwiegende, positive Stärke ins Bewußtsein.

Zur Beurtheilung der beiden letzten Fälle ist unstreitig die sachliche Abhängigkeit zwischen P und A und mithin P und A in Mitrücksicht zu ziehen. Wenn es im dritten Falle absolut an einem P fehlte, so würde P einen unendlich negativen Werth annehmen, und könnte die höchste Steigerung von A dies nicht ausgleichen. Aber die auf irgend ein Gebiet gerichtete A führt sei es die wirkliche Vorstellung eines P desselben Gebietes über der Schwelle oder doch einen Ansatz dazu unter der Schwelle mit, auch wenn kein äußerer Anlaß dazu ist, und hieran wird sich ein gewisses P über oder unter der Schwelle knüpfen müssen, das nach Meyers Versuchen bei hoch gesteigerter A sogar die Schwelle beträchtlich übersteigen kann; wonach nicht daran zu denken ist, das innere P könne bei darauf bezogener A einen unendlich negativen Werth annehmen.

Und was den vierten Fall anlangt, so kann danach ein P durch seine Stärke sogar auch bei davon abgewandter A ins Bewußtsein treten, wie z. B. ein starker Knall, während man im Studium begriffen ist; im Allgemeinen aber wird das neue P sofort die A mit einem positiven Werthe auf sich ziehen, und nur der Übergang dazu durch die Schwelle der A hindurch geschehen. Inzwischen lassen sich auch Zustände denken, wo Phänomene bei continuirlich negativer, sagen wir schlafender, A mit überwiegendem P im Bewußtsein ablaufen; was ich für den Zustand der Träume halte, worauf aber erst im folgenden Abschnitte näher einzugehen.

Was die 4 Fälle eines negativen B anlangt, so zeigen sie, den positiven entsprechend, daß auch am Schwinden eines P aus dem Bewußtsein die Werthe der Componenten des B einen verschiedenen Antheil haben können. Die beiden letzten Fälle aber lehren insbesondere, daß die Erhebung einer von beiden Componenten über die Schwelle noch nicht hinreicht, sie bewußt zu machen, wenn ihr positiver Werth durch einen negativen Werth der anderen Componente übercompensirt ist; der positive Werth geht dann im negativen Gesammtresultat des Bewußtseins mit auf und unter, und hieraus erklärt sich der scheinbar paradoxe Fall, dessen wir oben gedachten. Ein starker Schall, der an sich selbst seine Schwelle weit übersteigt, daher auch als stark empfunden wird, wenn die A bezüglich desselben nicht *unter* der Schwelle ist, wird doch nicht gehört, wenn die A hinreichend von ihm abgezogen ist; wird sie ihm so weit zugewandt, daß er gehört wird, so tritt er mit einer, seinem P entsprechenden, Stärke ins Bewußtsein, die er dann auch bei weiterer Steigerung der A. merklich beibehält, indem wir dann zwar die Steigerung der A empfinden, ohne daß sich aber die Stärke des P damit merklich steigert. Wenn sich aber in Meyers Versuchen ein Einfluß von Verstärkung des A, und mithin A, auf die Verstärkung des P, und mithin P, zeigt, geht nicht etwa die Verstärkung des A in der Verstärkung des P ununterscheidbar davon auf, sondern fühlen wir mit der Verstärkung des P zugleich die Verstärkung des A.

Man könnte nun glauben, daß mit voriger Auffassung des paradoxen Phänomens das Princip der Continuität verletzt werde, sofern das betreffende P, von dem bei abgezogener A nichts erschien, bei zugewandter A *auf einmal* mit seinem *vollen* Werthe ins Bewußtsein trete. Das wäre nun jedenfalls nichts, was durch die Theorie erst hinzugebracht wird, da es vielmehr als der thatsächliche Fall erscheint. Aber meines Erachtens ist er des Näheren so zu fassen. Wenn die, vom P erst abgewandte, A sich demselben zuwendet und es dadurch ins Bewußt-

sein hebt, so beginnt das Bewußtwerden des P nicht erst in dem Momente, wo das ihm zugehörige negative A bis zur Schwelle aufgestiegen ist, sondern schon wenn dasselbe in positiver Richtung sich so weit gehoben hat, daß sein negativer Werth mit dem positiven des P ins Gleichgewicht kommt; aber einmal so weit gelangt, steigt dann das A so rasch bis zur Schwelle, daß wir das P sofort mit seinem vollen Werthe wahrzunehmen glauben, ungeachtet dasselbe inzwischen alle möglichen Grade der Undeutlichkeit bis zur vollen Deutlichkeit durchläuft. Steigt das A noch über die Schwelle hinaus, und gewinnt hiemit selbst positive Werthe, so wird es damit auch vom P unterscheidbar und rechnen wir die Verstärkung des B, die dadurch entsteht, nicht dem P sondern dem A zu.

Es ist bisher gänzlich dahingestellt worden, welcherlei Art von ps.-ph. Thätigkeit der A unterliegen möge; aber auch ohne speciale Kenntniß davon ließen sich Formeln aufstellen, welche den ph.-ps. Ausdruck für das Verhältniß der A. zu den Phänomenen, auf die sich bezieht, in so weit enthalten, daß den Thatsachen, so weit solche vorliegen, damit entsprochen ist. Aber die Frage nach der Natur jener Thätigkeit ist damit doch nicht abgewiesen; und obwohl ein Aufschluß darüber nicht nach directer Beobachtung durch Einblick ins Innere zu gewinnen ist, so kann doch das Functionsprincip (S. 4) in Verbindung mit Thatsachen der Beobachtung, welche indirect auf die Natur jener Thätigkeit schließen lassen, zu einer mehr oder weniger wahrscheinlichen Ansicht darüber führen, wovon ich im Folgenden spreche.

Seitens des Functionsprincips werden wir zu verlangen haben, daß die ps.-ph. Thätigkeit der A dem Charakter der Allgemeinheit entspricht, welchen die A psychischerseits dem P gegenüber, auf das sie sich bezieht, darbietet. So sehr die Phänomene wechseln können, so gleich bleibt sich der Charakter, das Gefühl der darauf bezogenen A. Ferner, da die A und das P, worauf sie sich bezieht, zu einer einheitlichen Bewußtseinsthat zusammenstimmen, welche wieder ihrerseits in beide als wie Componenten zerlegbar gedacht werden kann, wird auch von der unterliegenden ps.-ph. Thätigkeit etwas Entsprechendes zu fordern sein. Nun habe ich schon in den „Elem." darauf hingewiesen, daß es in der physischen Welt überhaupt nicht an Beispielen der Zusammensetzung einer allgemeinen physischen Thätigkeit mit specialen Thätigkeiten fehlt, welche den vorigen Forderungen genügen. Ein solches Beispiel hat man an der Zusammensetzung der gleichförmigen, allen Theilen gemeinsamen, Umdrehungsbewegung der Erde mit den Einzelbewegungen auf ihrer Oberfläche, die ebenso gut mit als gegen die gemeinsame Bewegung gehen können. Die wirkliche,

die Totalbewegung der Theile der Oberfläche ist eine Zusammensetzung aus beiden, und kann in beide zerlegbar gedacht werden. Ein anderes Beispiel gewährt die Schwingung einer Saite, die zugleich in Unterabtheilungen schwingt. Man kann die Bewegung zerlegen in eine allen Theilen gemeinsame von gewisser Periode, welche den Grundton giebt, und in die Bewegungen gleicher Abtheilungen der Saite, welche die Theiltöne geben; die wirkliche Bewegung ist eine Zusammensetzung aus beiden. Ein drittes Beispiel gewährt eine große Welle, welche kleinere Kräuselungen auf ihrer Oberfläche trägt. Es ist also keine Verlegenheit, das allgemeine Princip zu bezeichnen, welchem sich die ps.-ph. Repräsentation der Aufmerksamkeitsverhältnisse unterordnet, nur eine nähere Bestimmung der Weise, in der es hiebei auftritt, muß noch dahingestellt bleiben.

Da uns die aufgestellten Formeln nichts über die Verhältnisse lehren, von welchen die Richtung der A abhängt, so mögen in Ergänzung dazu noch einige Betrachtungen Platz finden.

Man unterscheidet eine unwillkürliche und willkürlich bestimmte Richtung der A und hienach unwillkürliche und willkürliche A selbst, die aber nicht im Wesen, sondern eben bloß den Bestimmungsgründen ihrer Richtung nach zu unterscheiden sind; was für die Gültigkeit und Verwendbarkeit der obigen Formeln keinen Unterschied macht. Thatsachen, an welchen man den betreffenden Unterschied erläutern kann, sind u. a. folgende: Wenn ich in das Hören eines Concerts versunken bin, kann die A. unwillkürlich durch einen Blitz abgelenkt werden, aber sie kann auch willkürlich vom Gehörsgebiete auf das Gesichtsgebiet abgelenkt werden, ohne daß ein Blitz erschien, und trotzdem, daß nach den unwillkürlich bestimmenden Einflüssen das Gehörsgebiet in Vortheil gegen das Gesichtsgebiet wäre. Immerhin wird durch das Dasein unwillkürlich bestimmender Einflüsse die willkürliche Ablenkung der A erschwert; indeß aber auch der Fall stattfinden kann, daß die willkürlich und unwillkürlich bestimmenden Momente in gleicher Richtung wirken.

Man muß sich nur vorweg hüten, den hier gemachten Unterschied zwischen willkürlicher und unwillkürlicher Richtung der A in einem sich leicht darbietenden falschen Gesichtspuncte zu suchen. Es ist an Willkür hier nicht im Sinne einer indeterministischen Freiheitsansicht zu denken, welche rücksichtslos auf vorgegebene Bestimmungsgründe, sog. Motive, noch eine unbestimmbare Wahl gestattete, sondern durch die vollständigen Motive ist auch psychischerseits die willkürliche Richtung der A als vollständig bestimmt anzusehen, und wollte man doch noch eine indetermi-

nistische Willkür annehmen, so wäre sie zu der durch die vollständigen Motive bestimmten noch als eine, keiner Gesetzlichkeit unterliegende, hinzuzunehmen, und mit der motivirten je nach Umständen in gleichem oder entgegengesetztem Sinne gehende anzunehmen [1]). Hier wird von Willkür nur insoweit sie durch Motive bestimmt ist, die Rede sein. Also kann der Unterschied zwischen willkürlicher und unwillkürlicher Richtung der A hier nicht darin gesucht werden, daß es bei der willkürlichen, insoweit sie willkürlich ist, an Bestimmungsgründen überhaupt fehle, indeß bei der unwillkürlichen solche vorhanden sind, sondern es werden nur die Bestimmungsgründe der willkürlichen Richtung der A von denen der unwillkürlichen zu unterscheiden sein. Gehen wir jetzt den beiderseitigen Bestimmungsgründen etwas nach.

Zunächst scheint es, daß die unwillkürliche A einfach der größeren Stärke des P folgt. In der That, wenn wir einen weißen Fleck auf schwarzem Grunde sehen, wird unwillkürlich die A vielmehr vom weißen Fleck als schwarzen Grunde angezogen. Aber diese Thatsache ist nicht entscheidend; denn bei einem schwarzen Fleck auf weißem Grunde wird die A umgekehrt vielmehr vom schwarzen Fleck als weißen Grunde angezogen; und die Pause in einer rauschenden Musik zieht eben so gut die A an als ein Geräusch in der Stille. Auch würde bei dem, ins Hören eines Concertes Versunkenen, das Auslöschen aller Lampen den gleichen Erfolg als das Erscheinen eines Blitzes haben, die A vom Gehörsgebiete auf das Gesichtsgebiet abzulenken. Offenbar giebt der Contrast, der Unterschied der verschiedenen Phänomene, den Hauptbestimmungsgrund für Weckung der unwillkürlichen A ab; auf welches der contrastirenden Phänomene sie sich aber vorzugsweise richtet, kommt bei successivem Contrast natürlich darauf an, welches das später eintretende ist, da bei dem früheren der Contrast sich noch nicht geltend machen kann, indeß bei simultanem Contrast, wie ihn der weiße oder schwarze Fleck auf gegentheiligem Grunde darbietet, das P von geringerer Ausdehnung den Vorrang hat; vielleicht doch nur deßhalb, weil das der A unterliegende A sich auf der größeren Fläche mehr vertheilt, also zu einer geringeren Intensität gelangt; auch hat unstreitig die mehr oder weniger centrale Stellung des Fleckes Einfluß.

Inzwischen glaube ich, daß außer dem Contraste der Eindrücke allerdings auch die absolute Stärke der Eindrücke als mitbestimmend für die Richtung der A in Betracht kommt, so daß bei Gleichheit der übrigen

1) Näher habe ich mich über die Freiheitsfrage in m. Schr. „Über die Tagesansicht" p. 164 ff. erklärt.

Umstände die stärker einwirkende Componente des Contrastes stärker anziehend auf die A wirkt, worüber sich wohl methodische Versuche anstellen ließen, was ich doch bisher nicht gethan habe. Gewiß ist, daß, wenn eine Reihe schallgebender Schläge in gleichem Tempo einander folgen, die A sich vielmehr auf die Schläge als die Pausen richtet, wo sie vielmehr verhältnißmäßig ruht. Hier kann man freilich sagen: der Schlag ist kürzer als die Pause und so concentrirt sich die Aufmerksamkeit vorzugsweise auf den Schlag; aber unstreitig auch, wenn man das Schnurren eines gedrehten Rädchens mit gleich großen oder selbst etwas kleineren Intervallen der Stille wechseln läßt, wird die A vielmehr von den Intervallen des Schalles als der Stille angezogen werden. Beim Blicke auf ein Schachbret freilich gestehe ich, nicht sagen zu können, daß die A mehr von den weißen als schwarzen Feldern angezogen würde; aber die vorgängige und umgebende Helligkeit kommt hiebei durch ihren Contrast gegen die Felder des Bretes in Mitrücksicht, und läßt den Versuch nicht rein erscheinen.

Demnächst können wir zu den unwillkürlichen Bestimmungen der Richtung der A auch ein Beharrungsvermögen der einmal eingeschlagenen Richtung derselben bis zu gewissen Grenzen und ein Bedürfniß des Wechsels bei Überschreitung solcher Grenzen rechnen. Es behagt uns bis zu gewissen Grenzen mehr, in einer einmal eingehaltenen Richtung und hiemit Beschäftigung der A zu verharren, als sie zu verlassen, die Beschäftigung zu unterbrechen, doch eben nur bis zu gewissen Grenzen der Dauer; darüber hinaus beginnt mit dem Gefühl der Ermüdung oder Erschöpfung der A in gegebener Richtung der Trieb zum Wechsel; was näher zu verfolgen, Sache der Psychologie und insbesondere ihres ästhetischen Theiles ist[1]).

Was anderseits die willkürliche Richtung der A anlangt, so lassen sich psychische Bestimmungsgründe, sog. Motive, derselben nach innerer Beobachtung bis zu gewissen Grenzen wohl verfolgen; worauf aber für unsere Zwecke nicht nöthig ist, einzugehen. Im Allgemeinen liegen sie in allgemeineren und höheren psychischen Vorgängen, denen auch entsprechende psychophysische unterliegen werden, die wir nicht des Näheren kennen. Jedenfalls müssen im Sinne einer consequent durchgebildeten Psychophysik auch die allgemeineren und höheren Motive irgendwelche ps.-ph. Unterlage haben. (Vergl. Abschn. I).

Schließlich noch eine allgemeinere Bemerkung.

---

1) Näheres darüber im 38. und 39. Abschnitt meiner „Vorschule der Ästhetik."

Sofern die A den mannichfachsten Phänomenen gegenüber, auf die sie sich bezieht, überall denselben Charakter behält, so zu sagen unser ganzes Wesen mit etwas Identischem durchzieht, und sich an sie vorzugsweise vor den P das Gefühl der Selbstthätigkeit knüpft, hat sie jedenfalls eine fundamentalere Bedeutung für unser geistiges Wesen, als die wechselnden Phänomene, worauf sie sich bezieht. Aber sie hat auch unstreitig über den beschränkten Bezug auf Vorstellungen hinaus, auf den ihr Name hinweist, eine allgemeinere Bedeutung. In der That halte ich dafür, daß es psychisch wie psychophysisch wesentlich dieselbe Thätigkeit ist, welche uns mit dem Gefühle der Selbstthätigkeit Vorstellungen verfolgen und selbst ins Bewußtsein heben läßt und welche im Willen wirksam ist, uns zu Handlungen zu bestimmen; daß es dieselbe ist, welche den Wirkungsbezug vermittelt, durch welchen Empfindungsunterschiede zu Unterschiedsempfindungen werden; und daß der wesentliche Unterschied zwischen Wachen und Schlaf an einem Übersteigen und Untersteigen nicht der Schwelle des Totalbewußtseins (wogegen die Träume sprechen), sondern dieser Componente desselben hängt.

Hienach wäre es freilich erwünscht, wenn wir für das wissenschaftliche Bedürfniß zur Bezeichnung der allgemeineren Bedeutung dieser Thätigkeit statt des, bloß auf eine bestimmte Sphäre derselben weisenden, Namens Aufmerksamkeit einen solchen von allgemeinerer Tragweite hätten. Sofern aber kein solcher vorliegt, muß es dem Zusammenhange und der sachlichen Auslegung überlassen werden, das Wort in seiner allgemeineren Bedeutung verstehen zu lassen, wo sich eine solche geltend macht.

XX. Wachen, Schlaf, Träume.

Über dies Thema ist in „Elem." II. 449 ff. und II. 519 ff. gehandelt. Hier wird unter Mitbezug auf die Erörterungen des vorigen Abschnitts mit einigen weiteren Bemerkungen darauf zurückzukommen sein.

Ich halte fest, daß im traumlosen Schlafe, wenn es solchen giebt, die ganze ps.-ph. Thätigkeit des Menschen unter die Schwelle sinkt, indeß während des Wachens immer irgendwo und irgendwie die Schwelle derselben überstiegen ist, — daß während des Wachens der Wechsel der Aufmerksamkeit zwischen verschiedenen Gebieten der ps.-ph. Thätigkeit als ein örtlicher Wechsel von Wachen und Schlaf dieser Gebiete gelten kann, —

daß die Vertiefung des totalen wie partiellen Schlafes durch ein tieferes allgemeines oder örtliches Sinken der ps.-ph. Thätigkeit unter die Schwelle repräsentirbar ist, — und daß die Verhältnisse des Einschlafens und Erwachens in den „Elem." wesentlich richtig dargestellt sind, unrichtig nur, was schon S. 242 zugestanden wurde, daß die Träume mit unter die Schwelle des Bewußtseins fallen.

Aber meines Erachtens doch nur insofern unrichtig, als in dieser Hinsicht statt der Schwelle des Bewußtseins überhaupt (Totalbewußtseins) die Schwelle derjenigen Componente desselben zu setzen ist, die wir als Aufmerksamkeit A von den Phänomenen P, auf die sie sich bezieht, zu unterscheiden haben, wonach der Schlaf mit wie ohne Träume und das Wachen sich überhaupt wesentlich nicht sowohl durch den Stand des Totalbewußtseins, sondern eben nur dieser Componente desselben unter und über der Schwelle unterscheiden.

Unstreitig nämlich kommen uns nach allgemeinerer Fassung des Bewußtseins die Träume zum Bewußtsein, sonst könnten wir eben nichts davon wissen; sie können also nicht unter die Schwelle des Bewußtseins fallend gedacht werden; wohl aber kann es sein, daß während die eine Componente des Bewußtseins, die A, unter ihrer Schwelle ist, das Bewußtsein durch die überwiegende Stärke der anderen Componente, d. i. des P, über die Schwelle gehoben wird, ja es kann lebhaft dadurch erregt werden, aber statt des Gefühls der Selbstthätigkeit in Verfolgung und Hervorrufung der P mit der Möglichkeit willkürlicher Verlegung, was als Charakter einer die Schwelle übersteigenden A und hiermit des Wachens angesehen werden kann, tritt eine passive Hingabe an die unfreiwillig sich entwickelnden P ein, was der Zustand des Träumens ist.

Auch bei der schlafenden, d. i. unter ihre Schwelle gesunkenen, A aber fehlt nicht eine ihr unterliegende ps.-ph. Thätigkeit schlechthin, sie ist eben nur unter der Schwelle, und so geht die A nach einem sonst gebräuchlichen Ausdruck unbewußt in dem durch das P überwiegend positiv bestimmten Totalbewußtsein auf. Mit steigender Lebhaftigkeit der Traumphänomene erhebt sich die ps.-ph. Thätigkeit der A, indem die A überhaupt durch die Stärke der P wesentlich mitbestimmt wird, und dies kann so weit gehen, daß der Schläfer erwacht, indem die A bis über die Schwelle steigt, aber so lange dieser Punct nicht erreicht ist, bleibt es Traum eines Schlafenden; und selbst der Traum schwindet, wenn die P, in denen er abläuft, sich so weit abschwächen, oder selbst unter die Schwelle sinken, daß sie mit der negativen A zusammen das Totalbewußtsein nicht mehr über der Schwelle zu halten vermögen. Das giebt dann den traumlosen

Schlaf, dessen Thatsache zwar nicht experimental zu beweisen, dessen Möglichkeit aber nach Vorigem leicht einzusehen ist.

Auch im Wachen giebt es Zustände (nach S. 278 zu + P + A gehörig), wo man, wie man sagt, wachend träumt. Das werden solche sein, wo die A zwar über ihrer Schwelle, doch derselben sehr nahe und von den P überwogen ist, indeß sie beim wirklichen Traume unter der Schwelle ist. Denn man wüßte überhaupt keinen wesentlichen Unterschied zwischen dem Bewußtseinszustande des Wachenden und Träumenden, wenn nicht aus diesem Gesichtspuncte, zu finden.

Wenn wir während des Wachens unsere A auf die äußeren Vorgänge richten, finden wir, daß sie trotz lebhaftester Beschäftigung der A damit, unabhängig von derselben von statten gehen, und das läßt uns dieselben als gegenständlich erscheinen, obschon die von ihnen in uns abhängigen Vorgänge eben auch innere sind; wogegen unsere Gedankengänge uns nicht als gegenständlich, vielmehr als eigne innere Erzeugnisse erscheinen, weil ihr Auftreten wesentlich abhängig von der, mit dem Gefühl der Selbstthätigkeit behafteten, A ist, mit der wir sie verfolgen, indem diese die, dazu durch eigne Höhe hinreichend vorbereiteten, P über die Totalschwelle des Bewußtseins erhebt. Sofern nun beim Träumenden die A unter der Schwelle bleibt, fehlt eine spürbare Wirkung derselben in letzterer Hinsicht, und so erscheinen uns die Traumvorgänge nicht minder gegenständlich als die äußeren Vorgänge im Wachen.

Mit dem bisher ins Auge gefaßten wesentlichsten, d. i. inneren Unterschiede zwischen den Bewußtseinszuständen des wachen und Traumlebens trifft aber meines Erachtens noch ein äußerer Unterschied zusammen, ohne dessen Berücksichtigung nicht Alles zu erklären wäre, was zu erklären ist. Schon in den „Elem.“ nämlich habe ich in dieser Hinsicht die Ansicht aufgestellt, „daß der [psychophysische] Schauplatz der Träume ein anderer als der des wachen Vorstellungslebens ist.“ In der That hat es an sich nichts Unwahrscheinliches, daß die zeitliche Oscillation der ps.-ph. Thätigkeit unseres Organismus von Wachen zu Schlaf mit einer räumlichen Oscillation oder Kreislaufsbewegung in ähnlicher Weise zusammenhängt, als wir es auch sonst in und außer dem Organismus zu finden gewohnt sind. So beim Pulse, so bei Wechsel von Tag und Nacht an jedem Orte. Also mag von Schlaf zu Wachen und von Wachen zu Schlaf das Spiel der gesammten ps.-ph. Thätigkeit des Menschen den Schauplatz wechseln, in der Art, daß während des Wachens der Schauplatz der Träume ganz unter der Schwelle bleibt, indeß der Schauplatz des wachen Vorstellungslebens irgendwo und irgendwie darüber ist, wo-

gegen im Schlafe der Schauplatz des wachen Vorstellungslebens ganz unter die Schwelle sinkt, indeß der Schauplatz der Träume sich relativ gegen den ganz herabgesunkenen Schauplatz der wachen Vorstellungen erhöht, und bei Eintreten wirklichen Traums sogar bis über die Schwelle des Bewußtseins erhebt.

Sollte der ps.-ph. Schauplatz der Träume und des wachen Vorstellungslebens derselbe sein, so könnte der Traum meines Erachtens bloß eine Fortsetzung des wachen Vorstellungslebens sein, wie sie auch bei geschlossenen Augen in der Stille der Nacht stattfindet, und müßte übrigens dessen Stoff und Form theilen, aber es verhält sich ganz anders, worüber man die Ausführungen in den „Elem." a. a. O. nachlesen kann.

Unstreitig ist der Schauplatz des Traumlebens den äußeren Sinneserregungen und dem äußeren Verkehr nicht so zugänglich, als der Schauplatz des wachen Vorstellungslebens, daher auch nicht durch diesen Verkehr ebenso auf diesen Verkehr und auf Vorstellungswege, die hineinpassen, eingerichtet, als der Schauplatz wachen Vorstellungslebens. Schon daraus erklärt sich bis zu gewissen Grenzen das Wirrsal oder der ungezügelte Gang der Träume, wozu aber unstreitig auch beiträgt, daß die willkürliche Richtung der A dabei fehlt.

Bei all' dem ist im Auge zu behalten, daß zwischen dem Schauplatz des wachen Lebens und des Traumlebens — unterscheiden wir beide kurz als Wch und Tr —, keine Scheidewand besteht, vielmehr Fortwirkungen aus dem einen in den anderen sich erstrecken können. Der Traum wird durch solche, die er in Wch hineinerstreckt, einen Ansatz zu Erinnerungen an den Traum hinterlassen können, die mit dem Wachen zum Bewußtsein kommen, und umgekehrt der Traum Vorgänge des wachen Lebens reproduciren können, von denen sich die Fortwirkungen während des Wachens in Tr hineinerstreckt haben; auch wird der Traum Einfluß von gleichzeitigen äußeren Anregungen der Sinne, die sich von Wch in Tr fortpflanzen, erfahren können, wodurch sein Gang beeinflußt wird; umgekehrt werden während des Wachens abnorm starke Erregungen des Schauplatzes Tr in Wch hinüberspielen können, was Grund von Hallucinationen sein mag. Überhaupt aber werden die normalen Bezugsverhältnisse zwischen beiden Schauplätzen in verschiedenem Sinne gestört sein können, und dies namentlich bei Geisteskrankheiten Beachtung verdienen.

Zu den abnormen Verhältnissen kann gerechnet werden, wenn in Tr die, normalerweise selbst im Traume unter der Schwelle bleibende, ps.-ph. Thätigkeit der A über die Schwelle aufsteigt, wir mithin die

Verhältnisse des wachen Lebens an dem eigentlich für den Schlaf bestimmten Schauplatz wiederfinden. Ich halte dafür, daß dies der, schon durch seinen Namen als Schlafwachen bezeichnete, sog. somnambule Zustand ist. Hiebei scheint das abnorme Aufsteigen von B über die Schwelle durch Aufsteigen von A in Tr mit einem abnormen Sinken von A und hiemit B in Wch unter die Schwelle in Zusammenhang zu stehen. Schon im gewöhnlichen Schlafe empfinden wir die Einwirkung schwacher Sinnesreize nicht, die wir während des Wachens empfinden würden, weil A zu sehr davon abgezogen ist[1]; beim Somnambulen kann das so weit gehen, daß er gegen äußere Reize ganz unempfindlich wird; obwohl das doch gewöhnlich nicht alle Sinne, sondern nur diese oder jene, hiemit nur einen Theil des Schauplatzes Wch trifft, indeß ein Theil von Wch mit Tr zugleich wach bleibt und dadurch einen Verkehr des Somnambulen mit der äußeren Welt vermittelt. Er lebt dann so zu sagen in zwei Welten zugleich oder vielmehr halb in der einen halb der anderen.

Zu voriger, wie ich gestehe sehr flüchtigen, Betrachtung dieses Zustandes nur noch ein Wort mehr. Es scheint sich im somnambulen Zustande mehr oder weniger, insgemein wohl nicht deutlich, manchmal aber sehr auffällig, ein Sinn für Veränderungen, die über die beschränkte Tragweite der wachen Sinne hinaus liegen, aufzuthun; die Klugen mögen davon halten, was sie wollen; es wäre müßig, hier darum zu streiten. Nur scheint es zunächst in Widerspruch damit, daß der Schauplatz des Traumlebens sogar von der Außenwelt mehr abgewandt sein, den Einwirkungen derselben ferner liegen soll, als der Schauplatz des wachen Lebens. Jedoch gilt das bloß von den Verkehrsmitteln mit der Außenwelt durch die äußeren Sinne und Bewegungsorgane; hingegen bleibt der Sitz des Traumlebens durch seinen Zusammenhang mit dem übrigen Körper nicht minder in Zusammenhang mit der ganzen übrigen Welt, als der Sitz des wachen Lebens; und es könnte wohl sein, daß Einwirkungen von weither, deren Natur und Tragweite wir freilich nicht kennen, um so leichter in uns spürbar würden, je weniger sie von den Einwirkungen der Sinneswelt und den davon zurückgelassenen Phänomenen überwogen würden, wie es im Wachsein von Wch der Fall ist.

---

1) Wenn der schlafende Müller vom Stillstehen der Mühle erweckt werden kann, so rührt das von der Eigenschaft des Contrastes her, die Aufmerksamkeit in gewisser Richtung zu steigern; außerdem können manche sehr schwache Reize durch Hervorrufung starker Associationsvorstellungen wirken, was in „Elem." II. 446 besprochen ist. Aber dabei bleibt die obige Thatsache im Allgemeinen bestehen.

Auch mögen solche manchmal in unsere Träume merkbar mit hineinspielen. Doch ist natürlich hier nicht der Ort, unbestimmte Vermuthungen der Art weiter zu verfolgen.

In allem Vorigen ist von den mannichfachen Hypothesen über die physiologischen beziehentlich chemischen Bedingungen des Schlafes ganz abgesehen. Unstreitig hat es ein erhebliches physiologisches Interesse, diese Bedingungen zu ermitteln, aber ein psychophysisches Interesse werden sie erst dann gewinnen können, wenn sie eine Unterlage, sei es für Erklärung oder sicherere Begründung der vorbesprochenen Verhältnisse bieten. Hier handelte es sich nur um die nächsten oder wesentlichen ps.-ph. Bedingungen von Wachen, Schlaf, Traum. Diese können aber, um mich so auszudrücken, in sehr verschiedenen physiologischen Formen stecken; und man thut wohl, die Frage nach den einen und den anderen nicht mit einander zu vermischen und zu verwechseln. Bis jetzt habe ich jedenfalls in dem, was ich von physiologischen Forschungen und Vermuthungen über die Bedingungen des Schlafes kenne, weder eine wesentliche Unterstützung noch einen Widerspruch gegen die vorhin aufgestellten psychophysischen Ansichten gefunden; indeß folgende, schon in „Elem." II. 443 und 448 erwähnten, äußerlich zu beobachtenden, Thatsachen, ohne für diese Ansichten zu beweisen, doch denselben sich gut fügen. Der Beweis für dieselben aber liegt, insoweit er sich bis jetzt führen läßt, im eigenen Zusammenhange der Psychophysik selbst.

Das Gehirn sinkt im Schlafe ein, was man bei Schädelverwundungen und durch die Schädelfontanellen kleiner Kinder zu beobachten Gelegenheit hat. Angemessen angebrachter Druck auf das Gehirn führt nach Versuchen an trepanirten Thieren wie Menschen sicher Schlaf herbei. Puls und Athem gehen im Schlafe langsamer und die Temperatur des Körpers ist erniedrigt; diese, den ganzen Körper im Schlafe betreffenden, Verhältnisse müssen sich aber auch auf das Gehirn erstrecken, und werden aller Wahrscheinlichkeit nach die ph.-ps. Vorgänge mit betreffen. Das aber stimmt gar wohl mit der Annahme eines Sinkens der ps.-ph. Thätigkeit unter die Schwelle im Schlafe zusammen.

Noch muß ich betonen, daß ich mir in diesem wie in dem vorigen und folgenden Abschnitte durchaus nur die Aufgabe gestellt habe, meine eigenen Ansichten, wie sie im Zusammenhange des von mir vertretenen ps.-ph. Systems begründet sind, zu entwickeln, ohne auf die sehr ausgedehnte Literatur anderweit vorliegender Besprechungen derselben Gegenstände einzugehen und den sich dabei darbietenden Gelegenheiten zur Discussion mit fremden Ansichten Folge zu geben. Und so gilt dies auch von

der ausführlichen Abhandlung Delboeufs über Schlaf, Träume und Beziehung derselben zum Gedächtniß, welche durch die letzten Hefte des Jahrgangs 1879 und ersten Hefte des Jahrg. 1880 von Ribots Revue philosophique läuft. Ich will aber nicht verfehlen, auf diese Untersuchung eines so sinnreichen, durch exacte Versuche um die Psychophysik so verdienten, und mit einer eigenen Theorie daran betheiligten, Forschers diejenigen hinzuweisen, welche mehr als meine eigene psychophysische Ansicht über jene Gegenstände kennen lernen wollen. Eben so wenig aber sind in dieser Hinsicht Wundts Ausführungen über Schlaf und Traum in seiner physiolog. Psychol. II 359 ff. zu übergehen.

XXI. Einige Gedanken über die psychophysische Repräsentation der Erinnerungen.

Die sinnlichen Empfindungen und Anschauungen hängen an Processen, die durch Empfindungsreize in unseren Nerven vermittelt sind, und zum Bewußtsein kommen, indem sie in das allgemeine System psychophysischer Processe, das unser gesammtes Bewußtsein trägt, eintreten. Die Erinnerungen aber sind an Nachwirkungen geknüpft, welche diese Processe im Gehirn hinterlassen. In Gemäßheit oder Gestattung unserer jetzigen anatomischen Kenntnisse nun nehme ich an, daß jede Faser, welche eine Sinneserregung ins Gehirn zuführt, sich von einer, durch eine Ganglienzelle bezeichneten, centralen Stelle des Gehirns aus nach verschiedenen Seiten verzweigt, und mit Verzweigungen und Unterverzweigungen von anderen Sinnesnerven her in einem netzförmigen Gewebe zusammentrifft, in welches sich die Ganglienzellen als Knotenpuncte einschieben. In diesem, die graue Gehirnmasse durchziehenden und großentheils constituirenden, Gewebe denke ich das Zustandekommen der Erinnerungen localisirt. In der That dürfte mit diesen Vorstellungen von einer Seite dem Stande unserer bisherigen Kenntnisse vom Baue und den Functionen des Gehirns, von anderer Seite dem Bedürfniß, die geistigen Vorgänge, in denen Erinnerungen zur Erzeugung neuer und höherer geistiger Producte zusammentreffen, einer ps.-ph. Repräsentirbarkeit zugänglich zu machen, zunächst in allgemeinster Weise entsprochen sein.

Die physischen Vorgänge selbst, welche den Empfindungen so wie deren Nachklängen, den Erinnerungen, unterliegen, denke ich unter der

Form von Schwingungsvorgängen, die in den Sinnesnerven vor Anlangen an den Centren verhältnißmäßig einfach verlaufen, in dem Gewebe der Verzweigungen dieser Nerven aber mit den von anderen Sinnesnerven her kommenden Schwingungen zusammentreffen, womit die von diesen Schwingungen getragenen Erinnerungen Einfluß auf einander gewinnen. In der That läßt weder die Structur der nervösen Fasern an andere als Schwingungsvorgänge darin denken, noch würden andersartige Vorgänge sich der Repräsentirbarkeit der Erinnerungsvorgänge fügen.

Die Function der Ganglienzellen möchte aus mehrfachen Gesichtspuncten zu betrachten sein. Einmal sprechen physiologische Thatsachen dafür, daß die Fortpflanzung der Schwingungen durch sie sich verlangsamt (vergl. S. 239 f.). Also werden die Schwingungen der Fasern, zwischen denen sie sich einschieben, nicht so rasch in einander überfließen können, als wenn dies Hemmniß nicht vorhanden wäre, und werden insofern in gewisser Weise dadurch auseinandergehalten; zweitens aber mischen sich die Schwingungen der verschiedenen Fasern, welche in dieselbe Ganglienzelle münden, während des, doch nicht aufgehobenen, nur verzögerten, Durchganges durch dieselbe und treten in neuen Verbindungen daraus wieder hervor. Also haben die Ganglienzellen aus gewissem Gesichtspuncte eine trennende, aus anderem eine verbindende Eigenschaft, und hindern den zu raschen Ablauf der psychischen Phänomene überhaupt. Außerdem mögen die Ernährungsvorgänge, die in ihnen vorgehen, als hauptsächlichster Quell der psychophysischen lebendigen Kraft dienen, ohne daß doch hierüber schon irgendwie klare Vorstellungen bestehen.

Das Totalbewußtsein des Menschen nun hängt nach meiner Ansicht an dem Schwingungscomplex seines ganzen ps.-ph. Systems, so weit es im Zusammenhange die Schwelle übersteigt, und ich wüßte nicht, warum, wie es Manche freilich meinen, bloß die Schwingungen oder chemischen Processe in den G a n g l i e n z e l l e n dabei in Betracht kommen sollten; sie werden nur die angegebene functionelle Bedeutung dabei haben. Jede, dem Totalcomplex angehörige, Schwingung, wie jeder darein eingehender Schwingungscomplex, sei es in oder außer den Ganglien, wird etwas beitragen, das Bewußtsein im Ganzen zu heben, die Helligkeit desselben zu verstärken, den Inhalt desselben mit zu bestimmen; um aber ein besonders unterscheidbares, nicht bloß in einem allgemeinern Phänomen oder dem ganzen Bewußtsein aufgehendes psychisches Phänomen zu geben, wird der besondere Schwingungsvorgang, der dem betreffenden Phänomen charakteristisch zugehört, sich (nach dem

Princip der Mischungsschwelle (S. 179 f.) in gewissem Verhältnisse über die mitgehenden erheben müssen.

Fragt sich jetzt, wie die lange Aufbehaltung von Erinnerungen oder vielmehr die lang dauernde Reproductionsfähigkeit derselben und verhältnißmäßige Ungestörtheit derselben durch einander möchte repräsentirbar sein.

Daß die, durch einen Empfindungsreiz erweckten, Schwingungen auch nach Fortpflanzung in die von den Ganglienzellen ausstrahlenden Erinnerungsfasern, um diesen kurzen Ausdruck zu gebrauchen, noch eine Zeit lang darin fortklingen können, hat an sich nichts Auffälliges, und ebenso versteht sich leicht, daß sie schon wegen ihrer Zerstreuung und Mischung mit andersher kommenden Schwingungen bald unter die Schwelle der Unterscheidbarkeit fallen, ohne mit Verlust der Unterscheidbarkeit sofort verloren zu sein; aber allmälig müssen sie doch nach noch so vielen Zusammensetzungen und etwaigen Zurückwerfungen, die sie im Laufe ihrer Fortpflanzung durch das Gehirn erfahren mögen, ihren Weg über das Gehirn hinaus finden[1]). An ihrer beschränkten Nachdauer im Gehirn kann also die nachhaltige Aufbewahrung oder Reproducirbarkeit der Erinnerungen nicht hängen; sondern es wird anzunehmen sein, daß die, einmal in den Ganglienzellen und Erinnerungsfasern erweckten, Schwingungsvorgänge eine mehr oder weniger nachhaltige Einrichtung derselben hinterlassen, welche die Wiederkehr derselben Schwingungsweise erleichtert; eine Vorstellungsweise, die übrigens nichts Neues ist, sondern von jedem getheilt wird, der an eine ps.-ph. Vermittlung der Erinnerungen überhaupt denkt. Nur kann man denselben allgemeinen Gedanken noch verschieden ausführen, und so fahre ich fort.

Zunächst kann man einige Erläuterung in folgender Analogie finden. Ein Fußweg wird bis zu gewissen Grenzen um so gangbarer, je öfter er begangen ist; und nicht nur, daß man auch in uns Gedanken gehen, laufen, sich begegnen läßt u. s. w., so hängt, wie ich mir habe sagen lassen, im Sanskrit sogar das Wort Denken von einem Wurzelwort,

---

1) Sie könnten auch durch Reibung scheinbar erlöschen. Aber solch' Erlöschen bedeutet nur eine Verwandlung in Wärmeschwingungen; und da Wärmeschwingungen so gut als Lichtschwingungen eine verschiedene Periode haben, wüßte ich zunächst nicht, weßhalb die Periode der Wärmeschwingungen nicht von der Periode der Schwingungen, die sich in sie umsetzen, abhängen sollte. Unstreitig aber zerstreuen sich die Schwingungen bei diesem Umsatz, und tragen zwar immer noch zur Hebung des Allgemeinbewußtseins bei — ein gefrorenes Gehirn wäre ein todtes Gehirn —, geben aber auch nur einen für sich ununterscheidbaren Beitrag dazu.

welches Gehen bedeutet, ab. Nun sind in den Fasern des Gehirns schon unzählige Fußwege für den psychophysischen Gang des Vorstellens und Denkens vorgezeichnet, welche von vorn herein bestimmte Anlagen dafür begründen; unstreitig aber hindert nichts, daß auch von diesen Wegen ganze Complexe durch öfteres Begehen gangbarer als andere werden, ja der weiche Bau des Gehirns und die unsägliche Feinheit der Faserung läßt es selbst als möglich erscheinen, daß mit der Entwickelung des Geistes im Laufe des Lebens neue Verbindungswege sich ausbilden.

Um jedoch nicht bei einer bloßen Analogie stehen zu bleiben, so kann man zum Beweise, daß ein Princip, wie wir es für die Reproducirbarkeit von Schwingungen voraussetzen, der materiellen Welt nicht überhaupt fehlt, daran erinnern, daß Resonanzböden musikalischer Instrumente durch häufiges Spiel um so geeigneter werden, deren Töne wiederzugeben; es wird nur dies Princip in dem so entwickelungsfähigen ps.-ph. System unendlich entwickelter anzunehmen sein, als in festen Resonanzböden. Allgemein aber wird man zu denken haben, daß die verschiedenen Schwingungsweisen, an welche sich die verschiedenen Empfindungen und deren Erinnerungen knüpfen, solidarisch mit verschiedenen Anordnungen der Theilchen oder ihrer Schwingungscentren sind (s. unten S. 298 f.). Wird nun ein Empfindungsreiz entfernt, und erlöscht die Erinnerung durch Sinken ihres ps.-ph. Processes unter die Schwelle, so bleibt doch die, durch diesen Proceß hervorgerufene, ihm adäquate Anordnung der Theilchen mehr oder weniger nachhaltig zurück, und erleichtert damit die Wiederkehr einer Empfindung oder Erinnerung derselben Art, erschwert die Hervorrufung einer solchen von verschiedener Art in denselben Fasertracten, indem die neue Anregung die Theilchen schon in einer für eine gewisse Empfindungen oder Erinnerungen adäquaten Einrichtung vorfindet. Für die durch die specifischen Sinnesnerven vermittelten Empfindungen nun kann dies bloß den Einfluß haben, daß durch Übung der Nerv um so geeigneter zur Functionirung für seine Art von Empfindungen wird, für die weiter auslaufenden verzweigten Fasertracte aber, deren Schwingungen den Erinnerungen dienen, kann der Erfolg der sein, daß, wenn von vorn herein alle gleich gut geeignet waren, Schwingungen der verschiedensten Art aufzunehmen, diejenigen, welche öfter zu gewissen Arten Schwingungen veranlaßt wurden, auch sich mehr und mehr auf die denselben adäquaten Anordnungen der Theilchen einrichten.

Aus diesen Vordersätzen versteht sich zunächst leicht, weßhalb der Mensch aus den ersten Kinderjahren keine oder keine deutlichen Erin-

nerungen zurückbehält; indeß er im hohen Alter von manchen Ereignissen der spätern Kinderjahre die deutlichsten Erinnerungen zurückbehalten kann, wogegen kurz vorhergegangene Ereignisse leicht seinem Gedächtnisse entschwinden. In den ersten Lebensjahren müssen sich durch wiederholte Erfahrungen in bestimmten Richtungen die mehr oder weniger festen Einrichtungen erst bilden, welche die Reproductionsfähigkeit der Erinnerungen begründen. Im höheren Lebensalter sind theils durch wiederholte Erfahrungen, theils den Einfluß des, die Beweglichkeit der Theilchen überhaupt mindernden, Alters, die Einrichtungen schon so befestigt, um keiner neuen Modification mehr Raum zu geben.

Mit der allmäligen Ausbildung sich mehr und mehr festigender Einrichtungen und Einrichtungscomplexe muß aber auch eine allmälige Sonderung derselben für verschiedene Erinnerungen und Erinnerungscomplexe Hand in Hand gehen. Denn unstreitig zwar werden dieselben Fasertracte, so lange die Einrichtung derselben nicht ganz fest geworden ist — und g a n z fest wird sie nie während des Lebens werden — sich fortgehends auch Änderungen der Anordnung der Theilchen und damit zusammenhängenden Schwingungsweisen gefallen lassen müssen; aber nach Maßgabe, als sich eine Einrichtung schon in gewissen Erinnerungsfasern und Complexen derselben befestigt hat, werden Schwingungen anderer Art es leichter finden, sich durch andere Faserverzweigungen fortzupflanzen und diese ihrerseits für sich einzurichten. Durch diese räumliche Ausbreitung der Einrichtungen mit Sonderung derselben für verschiedenartige Erinnerungen und Erinnerungscomplexe wird nicht nur das Zustandekommen und die Wiederholung von Erinnerungen verschiedener Art, sondern auch die Ungestörtheit derselben durch einander erleichtert; und hierin suche ich einen Hauptgesichtspunct des ps.-ph. Gedächtnißmechanismus.

In der That versteht sich hienach die Bedeutung, welche die Größe des Gehirns, insbesondere der grauen Masse desselben, für die geistige Entwickelung hat. Unstreitig zwar können bei schon gegebenen Einrichtungen des ps.-ph. Systems dieselben Fasern und Zellen bis zu gewissen Grenzen verschiedenen Erinnerungscomplexen dienen, sofern diesen doch bis zu gewissen Grenzen gemeinsame Erinnerungsmomente zukommen, und selbst die verschiedene Folge und Richtung, in welcher die Erinnerungsfasern erregt werden, auch bei ungeänderter Einrichtung derselben eine Verschiedenheit der Erinnerungen bedingen kann, endlich, weil eine gewisse Umänderung der Einrichtungen derselben Fasern doch immer möglich bleibt; aber alles das reicht nur bis zu gewissen Grenzen, und

für ein reich entwickeltes Erinnerungssystem bedarf es auch eines entsprechenden Reichthums der Mittel in einer Vielheit mit einander bestehender Einrichtungen. Demgemäß hat der Mensch, welcher unstreitig mehr Erinnerungen als jedes Thier aufbehalten kann, auch eine größere graue Gehirnmasse — nur in dieser aber ist der Complex des Erinnerungsgewebes zu suchen.

Es giebt freilich bis zu gewissen Grenzen sehr kluge Thiere, die ein sehr kleines Gehirn haben, wie die Ameisen. Aber sie werden gewiß außerordentlich wenig Erinnerungen und diese nur in Beziehung auf ein sehr bestimmtes Lebensgebiet haben, indeß sie von vorn herein so eingerichtet sein können, daß sie ohne Erinnerung bis zu gewissen Grenzen zweckmäßig auf äußere Anregungen, welche ihr gewohntes Lebensgebiet nicht überschreiten, zugleich psychisch und physisch zweckmäßig reagiren; wie sich denn überhaupt die Thiere darin von den Menschen unterscheiden, daß ihnen Einrichtungen für beschränkte Zwecke schon vorgegeben sind, welche sich die Menschen erst erwerben müssen; womit aber diese auch das Vermögen haben, sich für verschiedenartigere Zwecke einzurichten, als die Thiere.

Man kann den vorigen directen Betrachtungen noch mit Vergleichen und Analogien von manchen Seiten zu Hülfe kommen, welche jedenfalls das Interesse haben, zu zeigen, daß die für das ps.-ph. System in Anspruch genommenen Verhältnisse eine Geltung auch darüber hinaus beweisen; und näher zugesehen dürfte sich sogar zeigen lassen, womit ich mich doch hier nicht bemühen will, daß sie ihre Bedeutung selbst nur durch Vermittlung entsprechender Verhältnisse im ps.-ph. System gewinnen.

Wo es bei schriftlicher Darstellung auf Raumersparniß ankommt, wie bei Briefen mit theuerem Porto, schreibt man wohl längs und quer, ja gar noch diagonal durch einander, und der Brief ist immer noch lesbar, indem man die Zeilen nach den verschiedenen Richtungen verfolgt; und ich meine, daß dasselbe Princip in der Gehirnschrift, wo die Aufmerksamkeit den Leser vertritt, in viel höherem Grade entwickelt sein mag. Aber über gewisse Grenzen hinaus reicht doch das Princip solcher Raumersparniß bei Briefen nicht, und so legt man, wo es viel zu schreiben gilt, ein neues Blatt an. Entsprechend mag es mit der Gehirnschrift sein.

Man kann auf einer Harfe mit bloß *einer* Saite jede Melodie spielen, wenn man für jeden neuen Ton die Saite neu stimmt. Aber unendlich praktischer ist es, verschiedene Saiten neben einander

aufzuziehen, und diese für die verschiedenen Töne verschieden zu stimmen. Harmonie läßt sich mit einer Saite gar nicht erzielen; je mehr verschieden gestimmte Saiten, desto reicher, entwickelter kann die Harmonie werden. Zu viel Saiten aber würden doch das ganze Instrument zu schwerfällig und zu schwierig zu handhaben machen; also bleibt man in gewissen Grenzen stehen. Man kann nun nach der sonst in der organischen Welt herrschenden Teleologie voraussetzen, daß sie es zur zweckmäßigsten Abwägung in dieser Hinsicht gebracht haben wird.

Jedoch wenden wir uns wieder zu directeren Betrachtungen.

Man darf bei allem Vorigen nicht vergessen, daß die Aufbehaltungsfähigkeit von Erinnerungen und die Ungestörtheit derselben durch die Menge und Mannichfaltigkeit ihrer Kreuzungen, wie wunderbar sie uns erscheint, doch ihre nahe liegenden Schranken hat, und daß selbst zu diesen beschränkten Leistungen ein ungeheuer verwickelter Apparat hat aufgeboten werden müssen, an dessen Verletzungen leicht auch Verletzungen der Erinnerungsfähigkeit hängen, was zu verfolgen nicht ohne Interesse wäre, doch theils hier zu weit führen würde, theils nicht hinlänglich von mir studirt ist. Von dem Unzähligen, was uns im Leben begegnet ist, und was wir während desselben gedacht haben, können wir uns doch verhältnißmäßig nur eines kleinen Theils erinnern, können es nur unter beschränkten Bedingungen und in beschränkter Deutlichkeit. Im Grunde vergessen wir überhaupt das Meiste von Specialitäten im Leben; wer kann sich noch jedes Weges erinnern, den er an diesem und jenem Tage gemacht hat, jedes Wortes, was er hier oder da gesprochen oder gehört hat; indeß er sich freilich des Weges überhaupt erinnern mag, wenn er ihn oft gemacht hat oder ihm etwas Merkwürdiges darauf begegnet ist, und der Worte überhaupt erinnern kann, die er so oft gebraucht oder gehört hat, oder einer merkwürdige Rede, die ihn besonders frappirt hat, weil in Bezug auf solche Erinnerungen sich die begünstigenden Einflüsse der möglichen Reproduction summiren oder besonders stark sind. Also kann man sich nur wundern, daß bei so vielem Vergessenen doch noch die Möglichkeit so vieler Erinnerungen übrig bleibt, hätte sich aber von der anderen Seite über die ungeheure Complication unseres Gehirns zu wundern, wenn sie nicht zu sehr complicirten Leistungen dienen müßte. Dabei können doch die Principien, nach denen diese complicirten Leistungen erfolgen, sehr einfach sein.

Unstreitig, so lange der Mensch lebt, sind alle Gehirnfasern und Ganglienzellen desselben in Schwingungen begriffen; indem solche fortgehends durch den Lebensproceß darin unterhalten, oder nach Maßgabe,

als die frühern sich über das Gehirn hinaus verbreiten, neu nacherzeugt werden; — ganz stille Atome giebt es ja überhaupt nicht in der Welt. Die neu erzeugten Schwingungen nehmen unter dem Einflusse der von den früheren Schwingungen hinterlassenen Einrichtungen von selbst die Form der früheren an. Dies ganze Erinnerungsnachspiel aber bleibt insoweit unbewußt, als es nicht eine gewisse Stärke übersteigt; geschieht es aber, so ist es immer eine Wiederholung der, durch die hinterlassenen Einrichtungen bedingten, Schwingungsweise, insoweit nicht neue Anlässe zur Abänderung eintreten. Und so kann es sein, daß, wenn ein Mensch ohne Antriebe, sich innerlich selbst fortzubilden, im gewohnten periodischen Wechsel der äußeren Lebensverhältnisse bleibt, auch immer nur Erinnerungen derselben Art in seinem Gehirn kreisen, indem alle neuen Anregungen nur die den früheren adäquaten Einrichtungen wiederfinden und für die Reproduction in Erinnerungen hinterlassen. Aber es können auch von innen mit dem Gefühle innerer Selbstthätigkeit oder von außen durch wesentlich neue Lebensverhältnisse die vorhandenen Einrichtungen mehr und mehr umgeändert und hiemit der Mensch geistig fortgebildet werden.

Nach alledem scheint eine unüberwindliche Schwierigkeit darin zu liegen, und jedenfalls eine gewisse ist darin zu finden, daß mitunter, allerdings nur unter eigenthümlichen Bedingungen, ganz verschollene Erinnerungen mit großer Bestimmtheit wieder auftauchen können. Namentlich bei Sterbenden und in somnabulen Zuständen, doch selbst in gewöhnlichen Träumen, kommen Fälle dieser Art nach glaubhaften Zeugnissen vor, wonach mehrfach die Ansicht ausgesprochen worden ist, daß im Grunde für nichts, was der Mensch erlebt hat, die Möglichkeit der Erinnerung daran verloren gehe, nur daß diese Möglichkeit sich für ganz erloschen scheinende Erinnerungen nur unter besonderen, nicht hinreichend erkannten, Bedingungen verwirklichen könne.

Inzwischen handelt es sich auch für die Psychophysik nur um den Mangel einer hinreichenden Erkenntniß dieser Bedingungen, indeß sie allgemeine Gesichtspuncte dafür wohl aufstellen kann. Allerdings erscheint zunächst für sie die Möglichkeit der Reproduction einer Erinnerung verloren, wenn sich von der Einrichtung, die zu dieser Reproduction gehört, nichts mehr im ps.-ph. Apparat vorfindet, sei es, daß sie sich in andere Einrichtungen verwandelt hat oder in zusammengesetztere Einrichtungen ein- und aufgegangen ist, und eines oder das andere scheint doch für Erinnerungen, über die ein langes Leben mit immer neuer Durcharbeitung des ganzen ps.-ph. Apparates hingegangen ist, der Fall sein zu

müssen. Aber so lange der Mensch lebt, wird auch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen sein, daß die neuen Einrichtungen, die sich in einer gewissen Folge aus den früheren hervorgebildet haben, am Faden derselben, nur rückwärts sich abspinnenden, Folge bis zu irgendwelcher früheren Einrichtung zurückführen, analog, wie man von einer vorwärts gelesenen Rede durch umgekehrten Verfolg ihrer Buchstaben oder Worte bis zu irgendwelchem früheren Buchstaben oder Worte derselben zurückkommen kann. Oder auch, es läßt sich denken, daß die zusammengesetzten Einrichtungen, in welche die früheren eingegangen und gleichsam darin aufgehoben sind, durch Wiederzerlegung eine frühere, die so zu sagen lange darin wie gebannt und verloren gesteckt hat, wieder frei werden lassen, analog folgendem Falle: Der Ton eines musikalischen Instrumentes werde deutlich gehört. Aber es treten andere stärker tönende Instrumente hinzu, und in dem Tonergebnisse der ganzen aus allen diesen Instrumenten zusammengesetzten musikalischen Einrichtung geht der Ton jenes Instrumentes ununterscheidbar auf und unter. Werden aber die anderen musikalischen Instrumente entfernt, sei es auch erst in einer noch so späten Zeit, so tritt der Ton jenes Instruments wie früher deutlich hervor. Daß aber Bedingungen der Art nicht sollten eintreten können, ist jedenfalls nicht a priori zu behaupten; nur wissen wir das Wie davon bis jetzt nicht anzugeben.

Wenn ich annehme, daß Einrichtungen zu Schwingungen sich so gut als Schwingungen selbst zusammensetzen und zerlegen können, so liegt hiebei folgende Vorstellungsweise zu Grunde.

Allgemeingesprochen erfährt jedes Theilchen eine um so zusammengesetztere oder verwickeltere Schwingung, durch je mehr Theilchen von andersher es zur Schwingung bestimmt wird, und je verschiedener diese dazu angeordnet sind[1]; wobei für Gruppen aus verhältnißmäßig einander nahen Theilchen die Mitbestimmung durch viel fernere vernachlässigt werden kann. Die ganze Schwingungszusammensetzung aber, die hieraus für ein Theilchen hervorgeht, läßt sich nach einem bekannten mathematischen Princip in einfachste Schwingungen von im Allgemeinen verschiedener Amplitude, Periode und verschiedenem Schwingungscentrum zerlegen. Die Zusammensetzung dieser Schwingungscentren repräsentirt nun schon für jedes einzelne Theilchen eine seiner verwickelten Schwingungsweise zugehörige Einrichtung. Diese aber hängt in solidarischer Wechselbestimmtheit zusammen mit einer zugehörigen zusammengesetzten Einrichtung der anderen Theilchen, durch welche jenes Theilchen zu seiner Schwingungsweise bestimmt wird, und die es seinerseits beiträgt, zu ihrer Schwin-

1) Unstreitig sind die Anordnungs- und Bewegungsverhältnisse in dieser Hinsicht verwickelter im organischen als unorganischen Reiche, worüber ich eine Hypothese in m. Schr. „Einige Ideen über die Schöpfungs- und Entwickelungsgeschichte der Organismen" (1873) entwickelt habe.

gungsweise zu bestimmen; wodurch eine um so zusammengesetztere Einrichtung für die ganze Gruppe von Theilchen entsteht, deren Auseinanderwirken merkbar ist. Fällt nun von einer Gruppe ein Theilchen weg, um sich anderen entfernten zuzuwenden oder spaltet sich gar eine ganze Gruppe, so hat man darin den Fall der Zerlegung einer zusammengesetzten Einrichtung, womit sich auch die zugehörige zusammengesetzte Schwingung zerlegt; umgekehrt versteht sich danach das Eingehen von einfacheren Einrichtungen und Schwingungen in zusammengesetztere durch Zutritt von Theilchen aus anderen Gruppen oder Verschmelzung von Gruppen. Dies ist nicht mehr bloße Analogie, sondern voraussätzlich der Sachverhalt, doch kann das obige Beispiel der Instrumente immer noch zur Erläuterung dieses Sachverhalts dienen. Hieran ließen sich Gedanken über die Bedeutung eines lebhaften Stoffwechsels im Gehirn für die Lebhaftigkeit der psychischen Functionen knüpfen; und ich halte überhaupt den Gesichtspunct der vorigen Betrachtung für sehr fruchtbar, nur bis jetzt noch nicht ins Sichere verfolgbar.

Überhaupt meine ich nicht, daß mit vorigen Betrachtungen das Thema erschöpft und alles Dunkel desselben aufgeklärt ist. Zur Weiterentwickelung des Themas aber wird vornehmlich gehören, die vorhin entwickelten Gesichtspuncte mit denen, die im XIX. Abschn. über die Rolle der Aufmerksamkeit entwickelt sind, in Beziehung zu setzen, sofern diese, je nachdem sie sich von Erinnerungsphänomenen abzieht oder auf dieselben bezieht, solche aus dem Bewußtsein oder in das Bewußtsein zu heben vermag; und Erinnerungen sich um so leichter und stärker einprägen, je aufmerksamer die Gegenstände, an die es gilt sich zu erinnern, betrachtet worden sind. Ferner wird es gelten, die beim Gedächtniß eine so große Rolle spielenden Associationsvorgänge psychophysisch zu repräsentiren, wofür zwar der allgemeine Gesichtspunct leicht angebbar ist, der Versuch eines eingehenden Verfolgs aber alsbald in nicht ebenso leicht lösbare Verwickelungen führt.

Siebente Abtheilung.

Verhandlungen mit verschiedenen Autoren.

XXII. Prof. Dr. J. Delboeuf.

Delboeuf hat in der Revue philosophique par Ribot, 1878 Jan. et Févr. eine Kritik meiner Schrift „In Sachen" veröffentlicht, und darin theils frühere Angriffe gegen mich neu aufgenommen und zu verschärfen gesucht, theils seine eigene ps.=ph. Grundansicht gegen die von mir erhobenen Einwürfe zu halten gesucht; ich vermöchte mich aber weder in der einen noch anderen Hinsicht seinen Betrachtungen zu fügen.

Hauptsächlich sind es mathematische Gesichtspuncte, aus denen er meine Aufstellung der Psychophysik angreift. Anstatt aber dem mathematischen Gange, nach dem ich vom Weberschen Gesetze und der Thatsache der Schwelle zur Fundamentalformel, Maßformel und Unterschiedsmaßformel mit ihren Consequenzen aufsteige, gefolgt zu sein, setzt er mir allgemeine Erörterungen über die Weise, wie Maße zu verstehen, Maßeinheiten zu bestimmen, Maße functionell von einander abhängig zu machen sind, entgegen, wogegen ich verbrochen haben soll, und die in einem Hauptvorwurfe gipfeln, den ich folgends unter 1) beleuchte; fügt auch dazu noch verschiedene andere Einwürfe, auf welche die folgenden Nummern gehen. Hiegegen mache ich meinerseits Delboeuf den Hauptvorwurf, daß er gegen mich schreibt, ohne näher zugesehen zu haben, was ich selbst geschrieben habe; denn hätte er es gethan, so hätte er zu seinem Hauptvorwurf gar nicht kommen können. Bei der großen Achtung, die ich vor Delboeuf als exactem Forscher hege, thut es mir in der That leid, daß nicht auch meinem Buche etwas mehr von dieser Eigenschaft seitens desselben zu Gute gekommen ist.

1) Auf p. 60 besteht Delboeuf, und ganz mit Recht, darauf, daß dem Maße der Empfindung auch eine Einheit der Empfindung unterliegen müsse; aber, sagt er, „bei Fechner wird die Empfindung durch den

Reiz (excitation) gemessen", und führt zum Belege eine mißverstandene und falsch citirte Stelle (s. unten) von mir an, während ganz ausdrückliche, ein Mißverständniß gar nicht zulassende, Erklärungen von mir mit consequenter Entwickelung meines ganzen Formelsystems im Sinne dieser Erklärungen beweisen, daß ich weder den Reiz selbst, noch die dadurch hervorgebrachte innere körperliche Erregung als Maß der E. brauche, sondern den Reiz bloß nach seinem functionellen Verhältniß zur E. zur Erlangung eines Maßes benutze, in welchem die, von Delboeuf richtig gestellte, Forderung auch erfüllt ist.

In der That muß Delboeuf meine fundamentalsten Betrachtungen gar nicht angesehen haben. In „Elem." II. p. 18 sage ich wörtlich: „In der Maßformel und ihren Ableitungen ist sowohl die Größe des Reizes als der Empfindung jede auf eine Einheit ihrer Art zu beziehen. Denn da Reiz und Empfindung ganz heterogener Natur sind, so können sie auch nur durch Einheiten ihrer Art besonders gemessen, nicht aber ihnen eine gemeinsame Einheit untergelegt werden. In der That erklären wir in unserem Maße der E. diese nicht als ein Wievielmal des Reizes, sondern als ein Wievielmal einer als Einheit untergelegten Empfindungsgröße derselben Art, und nur die Beziehung der E. zu ihrer Einheit wird nach der Beziehung des Reizes zu seiner Einheit bestimmt, indem beide Beziehungen eine Function von einander sind, welche derartig ist, daß, wenn die eine Beziehung gegeben ist, die andere daraus zu folgern ist."

Nun ist die Maßeinheit an sich willkürlich; ich zeige aber im Fortgang, welche Einheit der E. man am zweckmäßigsten annimmt, um die Maßformel möglichst einfach darzustellen. Verlangt man nun die Aufzeigung dieser Empfindungseinheit, wie man eine physische Maßeinheit, z. B. ein Pfund, eine Linie als Maßeinheit aufzeigen kann, so geschieht die Aufzeigung durch Verweisung auf die Empfindung, die einem aufzeigbaren Reize zugehört, der den aufzeigbaren Schwellenwerth des Reizes in gegebenem Verhältnisse übersteigt.

Und welches ist nun die Stelle, in der ich mich allem Vorigen entgegen nach Delboeuf „sehr klar" ausgedrückt haben soll, daß ich die Empfindung durch den Reiz gemessen haben will? Sie lautet nach Delboeuf wörtlich (mit Anführungszeichen) so: »s'il est, — dit il — impossible d'obtenir la mesure de la sensation par la superposition intérieure de sensations, de la même manière qu'on mesure extérieurement un morceau d'étoffe au moyen du mètre, cependant on peut la faire reposer sur le rapport de dépendance qui existe entre la force de l'excitation et celle de la sensation provoquée

par elle et, de cette façon, mesurer la sensation intérieure par un mètre extérieur.« Diese Stelle soll p. 1 bei mir stehen. Nun habe ich mich aber danach nicht nur auf p. 1 meiner „Elemente" und „In Sachen", sondern überall, wo sie nach dem Zusammenhange gesucht werden könnte, umsonst umgesehen, und nur in „Elem." I. p. 56 f. folgende Stelle gefunden, die in obiger nicht sowohl wiedergegeben, als verstümmelt und verdreht ist. Sie lautet unter Vervollständigung durch den bei Delboeuf fehlenden, für sich allein schon seinem Vorwurf widersprechenden, Eingang so:

„Also werden wir, wenn wir an ein Maß des Psychischen, als wie der Stärke von Empfindungen und Trieben, und, im weiteren Verfolg, der Intensität unserer Aufmerksamkeit, der Helligkeit unseres Bewußtseins denken wollen, dafür allerdings auch eine Maßeinheit derselben Art verlangen müssen, aber nicht die Maßmittel und das Maßverfahren nothwendig auch im reinen Gebiete des Psychischen, d. i. der inneren Wahrnehmung, zu suchen, sondern solche nur so einzurichten haben, daß eine reine Beziehung auf die psychische Maßeinheit daraus hervorgeht. Es wird niemals möglich sein, eine Empfindung unmittelbar so über die andere zu legen, daß ein Maß der einen durch die andere erwüchse; aber es kann durch Zuziehung von etwas Anderem, woran die Empfindungen so gut geknüpft sind, als die Ausdehnung der Elle an die Materie der Elle, möglich sein, ein Maß der Empfindungen zu gewinnen."

Ich sage also am Schlusse dieser Stelle, daß ein Maß der E. durch „Zuziehung" von etwas Anderem als E., aber nicht durch dies Andere selbst zu gewinnen sein soll; und wie ich das meine, ist so eingehend von mir erläutert, daß ich beim Fehlen aller Spur, Delboeuf sei etwas davon zu Gesicht gekommen, in der That nicht anders als vermuthen kann, es habe ihm statt meiner „Elemente" überhaupt bloß ein irgendwo vorfindlicher oberflächlicher Auszug daraus vorgelegen, und der folgende Punct scheint mir das nur zu bestätigen.

2) p. 61 sagt Delboeuf: „Man kann heutzutage mit vollem Fuge den durch einen Körper durchlaufenen Raum dadurch messen, daß man bloß die Zeit bestimmt, welche seit Anfang des Falls verflossen ist, und umgekehrt; aber zuvor war es nöthig festzustellen, daß eine constante Beziehung zwischen diesen beiden Größen besteht."

Ganz recht; aber befolge ich nicht diese Regel bei Construction des Empfindungsmaßes dadurch, daß ich vor Allem in Bewährung des Weberschen Gesetzes die constante Beziehung zwischen gleich merklichen kleinen Empfindungszuwüchsen und gleichen relativen Reizzuwüchsen oder,

nach anderer Fassung des Gesetzes, zwischen gleich groß gefundenen Unterschiedsempfindungen und gleichen Reizverhältnissen feststelle? Nach dieser Feststellung aber folgt, insoweit man das Webersche Gesetz als fundamental ansieht, alles Übrige mathematisch von selbst.

3) Nach p. 45 soll ich mich in meiner Argumentation gegen Hering („In Sachen" p. 42 ff.) begnügen, zu versichern, „daß die eben merklichen Unterschiede (les sensations des minima perceptibles) immer gleich sind." Man sehe aber selbst nach, ob ich nicht am betreffenden Orte vielmehr die Anweisung gebe, die eben merklichen Unterschiede bei der Methode d. e. m. U. möglichst gleich für die Empfindung zu machen; das führt aber zu anderen Folgerungen, als beliebige sehr kleine Unterschiede für gleich zu nehmen.

4) Auf p. 39 sagt Delboeuf, „es könnte recht wohl sein, daß die [von Fechner als Zwischenglied zwischen Reiz und Empfindung eingeführte] psychophysische Thätigkeit [fälschlich force von Delboeuf genannt] gar nicht bestände" und p. 42 äußert er sich über dieses Zwischenglied: „zwischen zwei wohlbekannte Glieder führt man eine unbequeme (embarrassante) Unbekannte ein, welche mir viel mehr gemacht scheint, die Frage zu compliciren als aufzuklären."

Wohlan, so viel man deutscherseits an meiner Psychophysik auszusetzen gefunden hat, so doch nicht die überall als nothwendig anerkannte Einschiebung der ps.-ph. Thätigkeit als Zwischenglied zwischen Reiz und E.; und daß Delboeuf diese Einschiebung ablehnt, wird allein hinreichen, seiner Theorie den Eingang bei uns zu verwehren.

5) Nachdem ich („In Sachen" p. 31. 82. 95 ff.) gegen Delboeufs psychophysische Lehre eingewandt, wie ich auch noch thue, daß sie die Thatsache der Schwelle überhaupt nicht berücksichtigt, sucht er p. 128 diese Thatsache durch aprioristische Gründe in einer Weise zu beseitigen, der ich gestehe, überhaupt nicht folgen zu können. Er geht davon aus und führt es weit durch, daß alle physischen Bewegungen in der Natur, die uns in unmerklichen Übergängen continuirlich erscheinen, eigentlich sprungweise erfolgen, wie die Bewegungen der Zeiger einer Uhr, was er mit der atomistischen Constitution der Körper in Beziehung setzt. Wie es aber physisch sei, sei es auch psychisch, und so sagt er u. a. in dieser Hinsicht (p. 133): »Je conçois bien la sensation comme ayant la faculté de s'accroître d'une manière continue; mais les différences finies frappent seules l'esprit, et les différences intermédiaires aussi finies et en nombre indéfini restent non perçues.« Freilich kann ich hiemit nicht die ganze Fülle von Delboeufs Ausführungen in

dieser Angelegenheit ersetzen, sondern wollte nur eine Andeutung davon geben, und muß es Anderen überlassen, ihnen weiter nachzugehen.

6) Auf p. 151 erklärt sich Delboeuf gegen die von mir aufgestellte, und bei uns wohl meistens zugestandene, Ansicht, daß die Empfindung des Schwarz noch als positive Lichtempfindung zu betrachten sei, und glaubt eine ganz einfache experimentale Widerlegung dieser Auffassung darin finden zu können, daß sich das Webersche Gesetz nach seiner Versuchsmethode mit weißen Sectoren, die sich vor einem schwarzen Grunde drehen, bestätigen läßt, nicht aber, wenn man den Versuch umkehrt, indem man schwarze Sectoren von entsprechender Winkelbreite sich vor einem weißen Grunde drehen läßt. Aber das ist sehr natürlich; die Helligkeit weißer Sectoren schwächt sich durch die Umdrehung ab, indem sie sich, kurz ausgedrückt, über den ganzen Umkreis vertheilt; die Helligkeit schwarzer Sectoren kann sich nicht dadurch schwächen, weil während der ganzen Drehung schwarzer Augengrund dahinter bleibt. Bliebe hinter den weißen Sectoren während der Drehung ein weißer Augengrund, so würde sich das Webersche Gesetz auch nicht dadurch bestätigen lassen, und bestätigt sich nach Delboeufs eigenen Versuchen mit Drehung von weißen Sectoren vor einem schwarzen Grunde auch nur insofern, als man den kleinen Werth c dabei berücksichtigt, der sich als Helligkeit des Augenschwarz deuten läßt, wenn er auch von Delboeuf selbst nicht so gedeutet wird. (Vergl. S. 152 ff.).

7) Delboeufs Einwände gegen meine negativen Empfindungswerthe sind schon S. 212 und 215 beleuchtet. In Betreff seiner Behandlung eines eigenthümlichen Zeitphänomens vergl. S. 175.

So viel über die neuerdings von Seiten Delboeufs gegen mich geübte Opposition. Was anderseits die Einwände anlangt, die ich „In Sachen" p. 27 ff. und 113 ff. gegen Delboeufs eigene ps.-ph. Theorie erhoben habe, so kann ich sie auch durch seine Erwiederung (p. 150 ff.) keineswegs entkräftet finden.

Er sagt betreffs des einen Haupteinwandes („In Sachen" p. 32): „Fechner hält mir entgegen: Das Grau ist eine positive und unveränderliche Empfindung, mag man zuerst Weiß oder Schwarz betrachtet haben. Das stelle ich nicht in Abrede; aber ich sage: wenn ein bestimmtes Grau und ein bestimmtes Weiß gegeben sind, so nenne ich p o s i t i v den Contrast in der Richtung (allant) vom Grau zum Weiß, d. i. vom Weniger zum Mehr, n e g a t i v den Contrast in der Richtung vom selben Weiß zum Grau, d. i. in der Richtung vom Mehr zum Weniger. Das ist eine reine Sache des Wortes." Darin nun soll ich Delboeuf bei Erhe-

bung meines Einwurfes mißverstanden haben. Aber im Gegentheil habe ich diese Fassung der Contrastempfindung ausdrücklich a. a. O. gelten lassen; nur zugleich geltend gemacht, daß es sich außer dem Unterschiede der contrastirenden Empfindungen auch um den absoluten Werth einer jeden derselben handle, was Delboeuf zwar hier „nicht in Abrede stellt," wofür aber seine theoretischen Betrachtungen und seine Formeln den Ausdruck vermissen lassen; denn diese geben für das Grau je nach vorgängiger Betrachtung von Schwarz und Weiß bald einen positiven bald negativen Werth, ohne daß sich für den überall nur als positiv faßbaren Ausdruck des absoluten Helligkeitswerthes, welcher dem Grau innerhalb wie außerhalb des Contrastes zukommt, bei ihm eine Stelle findet. Und freilich, da nach Delboeuf die Empfindungen ihre Entstehung erst dem Contrast verdanken, so liegt seine Fassung der Sache in seiner Consequenz; aber die natürlichere Auffassung wird immer die bleiben, daß die Verschiedenheit der absoluten Werthe der Empfindungen (respectiv der ihnen unterliegenden ps.-ph. Thätigkeiten) vielmehr den Contrast bedingt, als daß umgekehrt der Contrast nöthig ist, die absoluten Werthe der E. selbst hervorzurufen.

Die Mangelhaftigkeit der Delboeufschen Formeln in betreffender Hinsicht meinen Formeln gegenüber dürfte um so leichter erhellen, wenn ich darauf hinweise, daß von diesen die Unterschiedsformel den eben so wohl positiv wie negativ faßbaren Ausdruck für den Contrast giebt, die Maßformel den positiven Ausdruck für den absoluten Werth der einfachen wirklichen E., einen negativen nur zur Bezeichnung von Fällen, wo Empfindungen unmöglich werden; sofern negative Werthe absoluter Größen an sich selbst unmöglich sind, wie S. 207 ff. genügend besprochen.

Den Einwurf, den ich „In Sachen" p. 33 in Betreff der E. des Schwarz erhoben habe, glaubt Delboeuf p. 151 theils wie den vorigen, theils dadurch abweisen zu können, daß er überhaupt nicht anerkennt „das Schwarz sei etwas", also einen positiven Werth seiner E. leugnet, indem er, unter Verweisung auf eine andere Abhandlung („Über die Bildung der Idee des Raumes"), nur „das Resultat des Contrastes zwischen dem Dunkeln und weniger Dunkeln" darin sieht. Hiegegen will ich nicht Alles wiederholen, was ich in „Elem." I. 165 ff. zur Begründung, daß das Schwarz noch als wirkliche Gesichtsempfindung anzusehen sei, gesagt habe, und wovon ich durch Delboeuf nichts widerlegt finde; ein unglücklicher Versuch dazu seitens desselben wurde schon oben S. 304 f. besprochen.

Endlich beantwortet Delboeuf die von mir („In Sachen“ p. 33) erhobene Schwierigkeit, „daß ich mir keine Vorstellung zu machen vermag, wie nach Delboeuf überhaupt eine dauernde E. von Schwarz bestehen könne“, wesentlich nur durch Zurückkommen auf seine „In Sachen“ p. 114 besprochene Behauptung, daß, wenn aller Contrast zwischen den Anregungen von E. ausgeschlossen wäre, es keine E. geben würde, daß er aber absolut nicht auszuschließen sei.

XXIII. Prof. Dr. Georg Elias Müller (Göttingen).

Prof. Dr. G. E. Müller war zur Zeit der Abfassung der Schriften, deren folgends zu gedenken sein wird, noch Privatdocent der Philosophie in Göttingen, erhielt aber im J. 1880 einen Ruf als Professor der Philosophie nach Czernowitz, und wurde sehr bald darauf nach Göttingen zurückberufen, um nach Lotzes Weggang von da dessen Professur einzunehmen. Ein ehrenvoller Ruf! Unter den Anlässen zu dieser Berufung aber zählte jedenfalls die Schrift, gegen die ich mich im Vorigen hauptsächlich gewendet habe, weil sie sich hauptsächlich gegen mich gewendet hat, vorzugsweise mit, in Betracht der Bedeutung, die sie nicht mit Unrecht in Anspruch nahm. Einen solchen Gegner hatte ich also keinesfalls leicht zu nehmen; und daß es nicht geschehen ist, beweist sich damit, daß ich seinem Buche ein Buch entgegengesetzt habe.

Sein Buch, oder seine Hauptschrift, führt den Titel: „Zur Grundlegung der Psychophysik. Kritische Beiträge. Von Dr. Georg Elias Müller. Berlin, Theobald Grieben 1878.“ Der allgemeinen Tendenz desselben mit vorzugsweiser Richtung gegen meine Aufstellung der Psychophysik in den „Elementen“ ist schon im Vorworte kurz gedacht worden, und etwas näher gehe ich im Folgenden darauf ein. Da jedoch der Verf. bei Herausgabe seiner Schrift auf meine nur kurz zuvor erschienene Nachtragsschrift zu den „Elementen“ noch nicht Rücksicht nehmen konnte, ist dies von ihm unter Fortführung seiner Opposition später in einer besonderen Recension dieser Schrift in den „Göttinger gelehrten Anzeigen“, 1878, Stück 26 und 27, geschehen, und in einer Selbstanzeige seiner Schrift in denselben Anzeigen 1879, Stück 6, darauf mit Bezug genommen. Außerdem ist von ihm im Jahr 1879 eine Abhandlung „Über die Maßbestimmungen des Ortssinnes der Haut mittelst der Methode der richtigen und falschen Fälle. Bonn, Strauß.“ (als Separatabdruck aus

Pflügers Archiv. Bd. XIV) erschienen, die sich zwar nicht kritisch gegen mich verhält, da ich früher diesen Gegenstand nicht bearbeitet hatte, mit der ich aber in einem späteren Abschnitte meinerseits zu verhandeln Anlaß finden werde. Der früher erschienenen Habilitationsschrift des Verf. über Aufmerksamkeit ist S. 246 gedacht.

Hienach einige Bemerkungen zur Hauptschrift des Verf.

Der Verf. selbst erklärt (p. 45) beiläufig nach Hervorhebung einiger wesentlicher Fehler, die er in meiner Behandlung der Methode der r. u. f. F. findet, er „halte es für überflüssig, die gewaltigen Fortschritte hervorzuheben, die trotz alle dem das psychophysische Maßverfahren und die Analyse und Ausbildung der psychophysischen Maßmethoden in Folge der theoretischen und experimentellen Arbeiten Fechners gemacht habe, und betrachte selbstverständlich alles das, was etwa seine eigenen Entwickelungen Richtiges enthalten sollten, nur für eine durch Fechners Arbeiten angeregte kritische Ergänzung derselben.“

Inzwischen entsprechen diesem Compliment für mich und diesem Ausdruck bescheidener eigener Zurückstellung die Ausführungen seiner Schrift keinesweges. Vielmehr trägt seine mit großem Selbstvertrauen geführte Kritik meiner Untersuchungen den Charakter einer gründlich auf- und ausräumenden, statt bloß ergänzenden, und ich wüßte im Grunde nicht, was danach noch Gutes an meinen Untersuchungen bliebe. Zwar auch Anderen wird nichts von ihm geschenkt, mir aber nichts gelassen. Nun ist es freilich das Recht der Jugend, über das Alter hinauszugehen; sonst ginge es überhaupt nicht vorwärts; aber ist die Psychophysik wirklich durch die Leistung des Verf. vorwärts gebracht?

Von vorn herein erkenne ich an: daß die Gesichtspuncte, von denen Müller bei seiner Kritik ausgegangen, allgemeingesprochen etwas für sich haben, daß Scharfsinn dazu gehörte, sie nur zu finden, daß sie nicht minder mit Scharfsinn und Consequenz durchgeführt sind, und sich dabei ein unbedingtes Streben nach Strenge und Schärfe bewiesen hat. Dazu kommt, daß dem Verfasser eine vollkommene Beherrschung der zur Durchführung seiner kritischen Aufgabe erforderlichen mathematischen Hülfsmittel und vollständige Kenntniß der bisherigen Leistungen in der Psychophysik selbst und dahin mit einschlagenden Arbeiten in Nebenfächern zu Gebote gestanden hat. Und das sind unstreitig sehr schätzbare Vorzüge und Vortheile. Mit diesen Vorzügen der Müllerschen Kritik aber verbinden sich allerdings auch einige Nachtheile, und als wesentlichstes Resultat dieser Verbindung kann ich doch zuletzt nur den schon im Vorwort geltend gemachten Vortheil für die Psychophysik anerkennen, daß seine Schrift zu

einer gründlicheren Erwägung wichtiger Puncte der Psychophysik, als bisher stattgefunden, angeregt hat. Wenn ich nun in dieser Schrift dieser Anregung gefolgt bin, kann es ja sein, und wird es hier und da gewiß sein, daß ich meinerseits geirrt habe oder über das rechte Ziel hinausgegangen bin; und wenn sich dies durch eine neue Untersuchung nach der meinigen herausstellt, oder Müller selbst es herauszustellen vermag, wohl, so wird dies der Psychophysik auch zum neuen Vortheil gereichen. Bei jeder neuen mit Ernst geführten Erwägung wird sie sei es einen neuen Ansatz zu größerer Sicherstellung und Vollendung machen, oder derselben wirklich einen Schritt näher kommen; denn glücklicherweise hat sie die Anlage dazu in ihrem Fußen auf Erfahrung und Rechnung; und ich meine doch, gar Manches hat sich schon in diesen Wegen abthun und Manches fester stellen lassen.

Jedenfalls ist die Psychophysik in dieser Hinsicht noch nicht am Ziele, und die dahin zielende Absicht des Verf. also an sich gerechtfertigt; aber das Streben, überall Fehler zu finden und Alles bessern zu wollen, schlägt nur zu leicht in das Gegentheil um, und bei aller Scharfsicht des Verf. hat es mitunter an Vorsicht gefehlt. Dazu hat der Umstand, daß Müller ein weites experimentales Gebiet seiner Kritik unterzogen hat, ohne selbst Versuche in diesem Gebiete, wäre es auch nur zur Prüfung seiner eigenen Verbesserungsvorschläge, angestellt zu haben, seiner Kritik nicht zum Vortheil gereicht. Bei all' dem aber habe ich viel Verdienst in seiner Kritik nicht nur nach Beziehungen anzuerkennen, wo ich nicht mit ihm in Conflict komme, sondern auch selbst gar manche Zugeständnisse im Einzelnen zu machen gefunden. Nachdem aber der größere Theil dieses Buches sich schon in Discussionen hierüber mit ihm bewegt hat, mag das Vorige an Allgemeinheiten darüber genug sein.

Es ist mir nicht bekannt, daß die Müllersche Schrift schon einer einsichtigen oder nur eingehenden Besprechung unterzogen worden wäre, obwohl es mir auch recht wohl entgangen sein könnte, und mich nicht eben wundern würde, wenn irgend ein junger Kritiker sich einem Auftrage dazu, dessen Schwierigkeiten er nicht kennt, gewachsen gefunden haben sollte. Jedenfalls aber ist die Schrift nicht ohne Eindruck, Einfluß und Anschluß auch seitens solcher, die keine Neulinge sind, geblieben; und nachdem ich bisher nichts darauf erwiedert habe, glaube ich wohl, daß meine Psychophysik bei Vielen nur noch als eine historische Ruine gilt. Der Grund aber, daß diese Erwiederung so spät erscheint, liegt theils darin, daß eine Privatcorrespondenz, die ich mit Müller über einige seiner Angriffspuncte geführt, sich durch längere Zeit fortgezogen hat,

ohne endlich einen Abschluß zu finden, theils daß die, durch den Streit mit ihm veranlaßte, weiter gefaßte Aufgabe dieser Schrift, die durch den Titel derselben bezeichnet wird, sich nicht von heute zu morgen abthun ließ, theils endlich, daß sich andere Arbeiten zwischengeschoben haben.

Ich schließe mit dem aufrichtigen Wunsche, daß der Lehrstuhl, den der Verf. jetzt einnimmt, einst einen nicht minder berühmten Vertreter, als es seine beiden Vorgänger auf demselben waren, in ihm finden möge, und theile meinerseits, zum Theil trotz der Opposition, zum Theil wegen der Opposition des Verf. gegen mich, die Ansicht, die Lotze selbst über die wissenschaftliche Zukunft des Verf. gegen mich aussprach, und die in der That geeignet ist, noch große Ansprüche an ihn zu stellen. Möchten ihre Erfüllung der Psychophysik dereinst auch in positivem Sinne zu Gute kommen.

XXIV. Prof. Dr. Ad. Nitsche (Innsbruck).

Prof. Dr. Ad. Nitsche hat im „Dreißigsten Programm des k. k. Staats-Gymnasiums zu Innsbruck 1879“ (Innsbr. Wagnersche Universitätsbuchdruckerei) eine Abhandlung unter dem Titel veröffentlicht „Über Psychophysik im Allgemeinen und einige besondere Leistungen derselben,“ worin er auf Grund einer psychologisch-physiologischen Analyse nicht nur im Allgemeinen auseinandersetzt, wie er sich selbst das Zustandekommen der bis jetzt gefundenen psychophysischen Gesetzlichkeiten und als gültig angesehenen Formeln denkt, sondern auch kritisch auf die dahin einschlagenden bis jetzt vorliegenden Untersuchungen eingeht, unter vorzugsweiser Berücksichtigung von Müllers Werk und seiner corrigirten Formeln, und unter Anschluß an dessen Vertretung der physiologischen Ansicht. Inzwischen finde ich in den Auseinandersetzungen des Verf. weder eine so scharfe Präcisirung seiner eigenen Ansicht (von p. 13 an), noch in seiner Kritik ein so directes Eingehen auf die Puncte, in denen ich selbst den Halt meiner Ansicht suche — im Hauptpuncte hält er mich ja schon durch Müller widerlegt (p. 21) —, um eine Verhandlung mit ihm anknüpfen zu können, und muß daher des Näheren auf seine Abhandlung selbst verweisen. Was er gegen die negativen Empfindungswerthe insbesondere sagt, ist oben S. 214. 216 berücksichtigt.

XXV. Prof. Dr. Wilhelm Wundt.

Insofern die Psychophysik von den gesetzlichen Abhängigkeits-Beziehungen zwischen physischen und psychischen Zuständen und Änderungen zu handeln hat, bedarf es natürlich auch einer Bekanntschaft mit dem, wozwischen die Beziehung zu betrachten ist, hiemit anatomisch-physiologischer Kenntnisse einerseits, psychologischer Kenntnisse anderseits. In meinen „Elementen" nun ist das Notorische in dieser Hinsicht auch als solches vorausgesetzt und das nicht Notorische nach den darüber zu Gebote stehenden Quellen so weit zugezogen und besprochen, als es zur Unterlage unmittelbar nöthig schien, was bei der bisher noch sehr beschränkten Tragweite psychophysischer Untersuchung überhaupt und demgemäß noch sehr beschränkter Anwendung, die sich von unseren specialen Erkenntnissen in beiden Gebieten machen läßt, nicht weit ausgelaufen ist.

Hiegegen sind in den „Grundzügen der physiologischen Psychologie" von Wundt (im J. 1874 in erster, im J. 1880 in zweiter, wesentlich umgearbeiteter Auflage erschienen) die mit einander in Beziehung zu setzenden Gebiete verhältnißmäßig viel selbständiger, in weiteren Grenzen und tiefer eingehend als von mir behandelt, ohne doch den Gesichtspunct ihrer, wenn auch noch fern liegenden, psychophysischen Bezugsetzung dabei aus den Augen zu verlieren; und zwar ist dies nicht bloß leihweise aus bekannten Quellen, sondern wesentlich mit auf Grund eigener theoretischer und experimentaler Forschung geschehen. Hienach bietet das Wundtsche Werk über das momentane und subjective Bedürfniß hinaus, dem ich bei Abfassung meines Werkes folgte, allgemeinere, weitergreifende und tiefergehende Unterlagen für die psychophysische Untersuchung zugleich mit einer solchen selbst dar. Diesen anerkennenswerthen und gern von mir anerkannten Vorzügen des Wundtschen Werkes gegenüber habe ich nur als Vortheil der weit beschränkteren Behandlung des bis zu gewissen Grenzen gemeinsamen Gebietes von meiner Seite in Anspruch zu nehmen, daß die, nach dem jetzigen Stande unseres Wissens in Frage kommenden, Gesichtspuncte und vorliegenden Thatsachen der Psychophysik sich danach einerseits mehr concentriren, anderseits auf vieles Einzelne mehr eingehend in Betracht nehmen ließen, als es im Wundtschen Werke nach dessen allgemeinerem Plane der Fall sein konnte.

Insoweit wir nun doch in demselben Felde der Untersuchung zusammentreffen, ist es theils in Einstimmung, theils in Widerstreit, daß wir uns begegnen; eine eingehende vergleichende Analyse des ohnehin allbekannten und geschätzten Werkes in dieser Hinsicht aber kann nicht

meine Absicht sein. Der Hauptgesichtspunct der Übereinstimmung liegt in der Anerkenntniß des Principes und Werthes psychophysischer Untersuchung überhaupt, so wie des psychischen Maßprincipes insbesondere, gegenüber so mancher Anfechtung seitens der Philosophie.

In der Ausführung weichen wir vielfach von einander ab. Die wichtigste theoretische Abweichung zwischen uns besteht in der Auffassung des Weberschen Gesetzes (S. 263 ff.), worauf ich hier nicht zurückkomme; hiegegen suche ich einen der wichtigsten Gewinne der Psychophysik in der bis jetzt schärfsten Bewährung dieses Fundamentes der Physik im Gebiete der Schallempfindung durch die von ihm veranstalteten, nur eben veröffentlichten, Versuche, worauf ich später komme; denn wer möchte hienach noch dieses Gesetz in der Unbestimmtheit von Müllers φ-Formeln verloren geben. Auf so viele Versuche von rein psychophysischem Interesse aber, welche aus dem Institute des Verf. hervorgegangen sind, bin ich in dieser Schrift nicht eingegangen, weil sie mir doch nicht eigentliche Hauptpuncte oder principielle Fragen der Psychophysik zu betreffen scheinen; habe daher auch bei der auf solche beschränkten Aufgabe dieser Schrift und dadurch in Anspruch genommenen Aufmerksamkeit das Detail jener Versuche bisher nicht verfolgt.

In jedem Falle kann ich nicht umhin, dem Verf. Glück zu wünschen, auf einer Bahn noch rüstig mit Ausführung und Veranstaltung erfolgreicher Versuche für die Psychophysik fortschreiten zu können, auf die mir nur noch übrig ist, einen letzten Blick zurückzuwerfen.

Zu den mancherlei Puncten der Abweichung vom Verf., über die ich früher in dieser Schrift mit ihm verhandelt habe (S. 55 ff. 111. 119 ff. 239 f.) will ich nur noch beiläufig folgenden als Gegenstand der Discussion fügen.

1) Wundt legt (I. 323) außer auf die Reizschwelle noch besonderes Gewicht auf die von ihm sogenannte Reizhöhe. Die ganze Scala der, durch die verschiedenen Intensitäten eines Reizes erweckbaren, Empfindungen hält sich nämlich nach ihm zwischen der Reizschwelle S, d. i. dem Werthe des Reizes, bei dem die E. merklich zu werden beginnt, und der Reizhöhe H, über die sie, auch abgesehen von der bei stärkeren Reizen stärkeren Ermüdung, durch noch so große Verstärkung des Reizes nicht gesteigert werden kann, und er setzt der Reizschwelle die Reizempfindlichkeit, der Reizhöhe die Reizempfänglichkeit umgekehrt proportional. Über die Weise, wie die Reizhöhe zu bestimmen, äußert er sich so: „Zur Ermittlung der Reizhöhe läßt sich nur eine einzige Methode anwenden: man läßt einen Reiz, welcher etwas unter dem

Werthe H liegt, bis zu der Größe zunehmen, über welche hinaus eine merkliche Steigerung der E. nicht mehr bewirkt werden kann [1]. Das umgekehrte Verfahren ist hier wegen der starken Ermüdung, welche übermaximale Reize herbeiführen, ausgeschlossen; da aber der nämliche Einfluß schon diesseits der Reizhöhe sich in störender Weise geltend macht, so sind überhaupt numerische Ermittelungen der oberen Reizgrenze sehr unsicher."

Meinerseits aber vermöchte ich der Reizhöhe Wundts aus folgenden Gründen nicht dieselbe Bedeutung beizulegen, als von ihm geschieht.

Zuvörderst vermisse ich bestimmte Thatsachen, welche eben so für das Dasein einer Reizhöhe als einer Reizschwelle sprächen. Allerdings ist in Betreff der Empfindlichkeit für Licht — denn für andere Reize ist mir nichts davon bekannt, — gewiß, daß, wenn die Lichtintensitäten, zwischen denen ein Unterschied zu beobachten, immer höher aufsteigen, indeß das Verhältniß und mithin der relative Unterschied beider derselbe bleibt, die E. des Unterschiedes wegen der oberen Abweichung vom Weberschen Gesetze von einem gewissen Puncte an abnimmt, statt constant zu bleiben, und so könnte man, wenn man wollte, von einer Höhe der relativen Unterschiedsempfindlichkeit bezüglich Lichtreizen sprechen, ja eine solche ist nicht zu bezweifeln; aber was folgt daraus für das Dasein einer Reizhöhe in Wundts Sinne. In der That könnte die E. danach asymptotisch oder in irgend einem unbekannten Verhältnisse mit dem Reize wachsen, und selbst jede Ermüdung, wollte man sie in die Betrachtung mit aufnehmen, durch neue Steigerung des Reizes überwunden werden, bis das Empfindungsorgan dadurch alterirt oder zerstört wird, worauf sich aber Wundts Reizhöhe nicht bezieht.

In jedem Falle lassen sich meines Erachtens Reizschwelle und Reizhöhe nicht als einander entsprechende Grenzfälle oder Cardinalpuncte unter den Gesichtspunct derselben einfachen Gesetzlichkeit bringen, sofern die Reizschwelle nach den Erörterungen des XV. Abschnitts (S. 174. 194) als Folgerung des Weberschen Gesetzes gelten kann, wogegen eine Reizhöhe in Wundts Sinne nur eine obere Abweichung von demselben bedeuten könnte, da nach den Folgerungen des reinen Weberschen Gesetzes die E. mit dem Reize continuirlich, wenn schon in langsameren Verhältnisse als der Reiz aufsteigt.

Wenn man freilich mit Müller im Weberschen Gesetze selbst kein

---

1) Fraglich, ob der Verf. über diesen Punct hinaus eine Constanz oder Wiederabnahme der E. statuirt.

fundamentales Gesetz sieht, sondern nur ein solches Gesetz als fundamental gelten läßt, welches die Abweichungen vom Weberschen in sich aufnimmt, so wird auch die Reizhöhe Wundts dieselbe fundamentale Bedeutung als die Reizschwelle haben, wenn sich ihr Dasein wirklich ebenso erweisen läßt. In der That nimmt Müller (p. 23) eine Reizhöhe in Wundts Sinne unter die fundamentalen Bedingungen, welchen seine sog. corrigirte Maßformel genügen soll, mit auf, ohne sie doch aus dieser Formel ableiten zu können, aus der sich überhaupt nichts Bestimmtes ableiten läßt, oder sonst Gründe, welche ihr Dasein beweisen, anzuführen.

2) Wundt vermuthet (I. p. 316. 317), daß der als periodischer Vorgang (Schwingungsvorgang) anzusehende Schallreiz auch einen entsprechenden periodischen Vorgang (Schwingungen von entsprechender Periode) im Hörnerv auslöse. „Was aber die übrigen Sinnesnerven betreffe, so scheine hier die größte Wahrscheinlichkeit dafür obzuwalten, daß der Erregungsvorgang in ihnen kein periodischer und nicht einmal ein intermittirender sei. Hiefür spreche namentlich die bei denselben vorhandene Nachdauer der E. [z. B. in Nachbildern], welche auf bleibende und allmälig sich ausgleichende Veränderungen durch die Reizung hindeutet. Auch besitzen wir hiefür in den Erscheinungen der Muskelreizung eine Analogie," welche der Verf. ausführt. Jedenfalls bei den sog. chemischen Sinnen, wozu der Verf. außer Geschmacks- und Geruchssinn namentlich auch den Gesichtssinn rechnet, ist nach Wundt der durch den Reiz ausgelöste Reiz ein chemischer Vorgang.

Dies zugestanden jedoch scheint mir nach den Erörterungen „In Sachen" p. 117 ff. immer noch am wahrscheinlichsten, daß der chemische Proceß wesentlich Schwingungen mitführe (in gewissem Sinne thut er es gewiß), deren Form, Schnelligkeit, Zusammensetzung mit der Constitution oder Zusammensetzung der in den chemischen Proceß eingehenden Substanzen und der Natur des chemischen Processes selbst variirt, und die sich als Träger demgemäß verschiedener Empfindungen durch den Empfindungsnerven zum Centralorgan fortpflanzen; und ich vermisse die Berücksichtigung dieser Möglichkeit, der ich meinerseits allein eine gewisse Klarheit über die Rolle des chemischen Processes bei der Reizung und Fortpflanzung der Reizung abzugewinnen vermöchte.

XXVI. Einige philosophische Gegner. Gutberlet, Koch, v. Kries, F. A. Müller, Ulrici, Zeller.

Ich zweifle nicht, daß es außer obgenannten philosophischen Gegnern noch Andre giebt, die dazu zu rechnen, von deren Angriffen ich aber keine Kenntniß erhalten habe, da ich, nicht ohne Vortheil für meine philosophische Altersruhe, der philosophischen Literatur überhaupt nicht mehr folge, freilich fachmäßig niemals gefolgt bin. Auf die Gutberletsche Abhandlung wurde ich durch eine Erwähnung derselben im „Literarischen Centralblatt", auf die Zellersche durch Prof. Wundt aufmerksam gemacht; die Abhandlungen der anderen vier Autoren sind mir von diesen selbst zugesandt worden, wodurch ich mich denselben nur verbunden halten kann und zu einer Mitberücksichtigung derselben verpflichtet finde, von der sie selbst wünschen werden, daß sie eine offene sei.

Hienach kann man fragen, warum ich nicht auch Delboeuf, Müller von Göttingen, Wundt unter den philosophischen Gegnern mit aufzähle, da sie nicht minder Philosophen von Fach als die obgenannten sind. Der Grund ist dieser: Ausgesprochenermaßen („Elem." I. Vorwort) habe ich von vorn herein die Psychophysik möglichst frei von philosophischer Einmischung, nur auf Thatsachen, schlußweise und rechnungsweise Verknüpfung von Thatsachen, zu gründen gesucht, daher im Eingange der „Elemente" zwar kurz angegeben, wie ich die Psychophysik meinen allgemeinen Ansichten über Leib und Seele einordne, ohne aber diese Ansichten in Ausführung der Psychophysik weiter zur Sprache oder Geltung zu bringen. Jene drei Forscher sind auf diese Auffassung und Absicht eingegangen. Die obgenannten andern Gegner aber sind nicht auf diese Auffassung und Absicht eingegangen, sondern bestreiten mich von ihren Definitionen, ihren Grundansichten über die Beziehung von Leib und Seele, ihren philosophischen Postulaten, und einer Zurechtlegung und Deutung der Thatsachen im Sinne dieser Definitionen, Ansichten und Postulate, mögen auch hier und da sachliche Einwände mit unterlaufen. Das kann ich nun nicht hindern, und meine selbst, daß die Psychophysik nicht so weit abseits von der Philosophie liegt, um nicht auch das Interesse ihrer Vertreter auf sich zu ziehen; aber es läßt mich doch einen wesentlichen Unterschied zwischen den einen und andern Gegnern sowie deren Einwänden machen. Um mir einen scherzhaften Vergleich zu erlauben, so kommt es mir vor, als ob die einen mit der Pistole in der Hand von der Psychophysik die Börse, die andern ohne Pistole das Leben forderten, oder wenn mit einer solchen im Kopfe, so doch nicht

in der Hand. Nun war ich von vorn herein in Zweifel, ob ich auf einen, durch meine Aufstellungsweise der Psychophysik nicht provocirten, Streit überhaupt eingehen sollte, bei dem die Psychophysik weder rückwärts noch vorwärts kommt; insofern es aber doch geschehen ist, wird man wenigstens nicht verlangen, daß ich, indem ich den Gegnern bezüglich des Hauptpunctes oder der Hauptpuncte ihres Angriffes, in so weit ich solche klar herauszufinden vermochte, folge, auch in alles untergeordnete Detail mit eingehe.

Ohne voraussetzen zu können, daß mit Folgendem alle möglichen Controversen der Philosophie mit der Psychophysik überhaupt und mit meiner Fassungsweise derselben insbesondere erschöpft sind, wozu die philosophischen Richtungen selbst schon erschöpft sein müßten, dürfte man doch folgends hinreichende Beispiele finden, aus welchen Puncten der philosophischen Windrose, um mich so auszudrücken, die Einwürfe insgemein wehen.

1) Prof. C. Gutberlet.

Prof. Gutberlet hat in der Zeitschrift „Natur und Offenbarung" einen, durch die Hefte XI und XII des 25. Bandes (1879) und II. III. V. VIII. X. XII. des 26. Bandes (1880) laufenden, Aufsatz, überschrieben „Die Psychophysik" veröffentlicht, worin er den jetzigen Stand der Psychophysik insbesondere nach meinen Arbeiten, unter Mitberücksichtigung jedoch derer von Delboeuf, Hering und Wundt, darlegt, indeß er Müllers Werk nicht gekannt zu haben scheint.

Vor Allem erklärt er sich gegen den, im Eingange meiner „Elemente" kurz dargelegten, ihm jedoch außerdem aus meinem „Zendavesta" bekannt gewordenen, allgemeinen, wenn man will philosophischen, Standpunct, den ich betreffs der Beziehung zwischen Leib und Seele einnehme, indem er mir vorwirft, daß dieser Standpunct sich im Grunde nur „in Worten" vom materialistischen unterscheide (p. 666), ich den wesentlichen Unterschied von Geist und Materie von Grund aus verkenne (p. 667), und meine Ansichten mit religiösen Ansichten nicht bestehen können (p. 666. 671 f.). Wogegen zunächst Folgendes.

Darüber, daß mein fundamentaler Standpunct in allgemeinsten, höchsten und letzten Dingen vielmehr ein monistisch-idealistischer als materialistischer ist, kann man die bestimmtesten Erklärungen in m. Schrift „Über die Seelenfrage" p. 198 ff. finden; insofern es aber doch bei jeder monistischen Ansicht auch aus gewissem Gesichtspuncte gilt, Geistiges und Materielles zu unterscheiden, erkenne ich nicht eine einseitige,

sondern Wechselbedingtheit des Bestandes und Wirkens zwischen Leib und Seele an; und wenn die Psychophysik Grund hat, die Bedingtheit vielmehr in einer als der andern Richtung zu verfolgen, habe ich sie in andern Schriften, die mir sogar Spott und Hohn von Materialisten eingetragen, nicht minder in entgegengesetzter Richtung geltend gemacht. Aber es gefällt Gutberlet, hievon zu abstrahiren.

Allen meinen philosophisch-religiösen Schriften liegt überhaupt die Tendenz unter, den immer wachsenden Zwiespalt zwischen religiösen und naturwissenschaftlichen Interessen durch widerspruchslose Befriedigung beider in einer einheitlichen Grundansicht zu schlichten. Man kann nun andere Ansichten in dieser Hinsicht haben, oder braucht sich um meinen Versuch, die Aufgabe zu lösen, nicht zu kümmern; der Verf. aber entladet wegen der Weise, wie ich es versuche, von oben herab eine Art Gewitter über mich (p. 672) mit dem Vorwurfe, daß „ich die zwingenden Beweise für Gott und Unsterblichkeit, welche die christliche Speculation bietet" nicht kenne. Und wirklich ist dem so. In der Bibel finde ich überhaupt nicht speculirt, sondern nur auf Glauben gedrungen; in den eigenen Speculationen der philosophischen Theologen oder theologischen Philosophen aber, wozu die des Verfassers doch nur gehören können, habe ich nichts Zwingendes finden können, so weit ich solche kenne, was allerdings von denen des Verf. nicht gilt. Um nun doch nicht grundlos zu glauben, habe ich mir selbst die Gründe des Glaubens an Gott und Unsterblichkeit in den „Drei Motiven und Gründen des Glaubens" klar zu entwickeln gesucht, wodurch ich mich zu den wesentlichsten Heilswahrheiten des Christenthums zurückgeführt, über die orthodoxe Gestaltung desselben aber freilich hinausgeführt finde (hiezu „Tagesansicht" Abschnitt VI und VII); bin auch mancher Theilnahme daran begegnet; glaube aber gern, daß der Verf. seinerseits diese Gründe nicht kennt, oder, wenn er sie kennt, seinen eigenen Speculationen und Glaubensforderungen gegenüber nicht zwingend findet; da es ja über das logisch-mathematische Gebiet hinaus überhaupt keine zwingenden, wenn schon bessere und schlechtere Gründe giebt. Genug hievon.

Auf die Psychophysik selbst übergehend, so habe ich anzuerkennen, daß der Verf. den wesentlichsten Inhalt der bisher vorliegenden Untersuchungen darüber sorgfältig ins Auge gefaßt und nach bestem Wissen darüber referirt hat, auch mit den psycho-physischen Formeln umzugehen weiß. Seine Kritik und eigenen Ansichten darüber aber sind nicht eben so unabhängig von seinen philosophischen Ansichten gehalten, als es meinerseits mit der Psychophysik der Fall gewesen, sondern fußen sämmt-

lich auf dem Princip der reinen Immaterialität des Geistes, welcher in einer trägen Materie keinen wesentlichen Träger anerkennen könne, wenn schon man „für jede geistige Zuständlichkeit eine specielle leibliche als Vorbedingung postuliren könne“ (p. 667).

Nach dem nun, was ich im ersten Abschnitt über diesen Gegenstand gesagt habe, kann es mir nicht beifallen, Gutberlet in die Consequenzen seines gegen mich gewandten Standpuncts überhaupt zu folgen; auch will ich auf die mit ihm oben (S. 217 ff.) geführte Verhandlung über bewußt und unbewußt nicht zurückkommen; und finde es nur auffällig, daß der Verf., dem man sonst Unkenntniß in mathematischen und physikalischen Dingen nicht vorwerfen kann, doch mehrfach, insbesondere bei Entwickelung seiner eigenen Ansichten, auf Sätze kommt, nach denen man doch Bedenken tragen muß, ihn außer zu den philosophischen und theologischen Forschern auch zu den exacten zu rechnen, und es unthunlich findet, sich auf Discussion von Ansichten, worin solche Sätze spielen, überhaupt einzulassen.

So sagt der Verf. p. 717: „Die Amplitude einer Schwingung nimmt mit der Masse der oscillirenden Theilchen ab und zu; ein Ton ist darum bei größerer Amplitude der Schwingungen stärker, weil mehr Lufttheilchen hin- und hergehen.“ Wie der Verf. das meint, verstehe ich gar nicht. Amplitude soll von Masse abhängig sein!

Weiter sucht er (p. 718) einen Widerspruch, den er in meinen Formeln zu finden glaubt, dadurch lösen zu können, daß er zur Amplitude auch noch die Schnelligkeit der Fortpflanzung der Erregung innerhalb des empfindenden Organs als maßgebend für die Stärke der E. zuzieht, und diese Schnelligkeit der Fortpflanzung soll nach ihm mit der Stärke der unter Form von Schwingungen vorgestellten psychophysischen Thätigkeit, welche der E. unterliegt, wachsen. Aber wo wächst sonst die Schnelligkeit der Fortpflanzung von Schwingungen mit der Stärke derselben. —

Auf p. 719 findet der Verf. gegen meine, auf Abhängigkeit der Tonhöhenempfindung von der Schwingungszahl bezüglichen, Formeln einzuwenden, daß Tonhöhe eine Qualität sei, von Qualitäten aber lassen sich keine quantitativen Verhältnisse angeben. Und doch kann man von Wachsthum der Tonhöhe sprechen, läßt die musikalische Empfindung unmittelbar quantitative Beziehungen zwischen Tonhöhen finden, und hat die Schwingungszahl factisch, nur in anderer Weise, Einfluß auf die Gesammtstärke der Tonempfindung. All' das wird wird mit dem Begriffe der Qualität vom Verf. abgethan.

P. 171 äußert er: Daß „ein Empfindungsunterschied doch ganz gewiß nur wieder Empfindung sein könne,“ und „der Empfindungs-Intensitäts-Unterschied wieder nur E. von bestimmter Intensität sein könne,“ wonach der nothwendig zu machende Unterschied zwischen Empfindungsunterschieden und empfundenen Unterschieden (S. 183) nicht nur ignorirt, sondern in Abrede gestellt wird; ferner (p. 172): „daß ein stärkerer Reiz nach dem Weberschen Gesetze eine schwächere Empfindung auslöst“. [!]

Aber mehr als genug hievon.

2) Dr. J. L. A. Koch (Zwiefalten).

Die Abhandlung des Verf. in Fichte-Ulricis Zeitschr. (1882? p. 171 ff.), mit der Überschrift „Zur Psychophysik", beginnt mit der Erklärung, daß der Verf. „zu denen gehöre, welche das psychophysische Grundgesetz, sofern es angeben soll, um welche Größen die Intensität einer E. zunimmt, wenn man den Reiz in bestimmter Weise anwachsen läßt, welcher dieselbe hervorruft, nicht für triftig halten", wonach der Verf. zu der weiteren Erklärung übergeht, sich mit so manchen Schwierigkeiten der Psychophysik, welche das ganze Gebiet derselben von vorn herein ins Unsichere stellen, nicht befassen zu wollen, und endlich so fortfährt:

„Ich will hiegegen gleich auf die wichtige, fundamentale Frage zu sprechen kommen, ob ein eben merklicher Empfindungszuwachs so groß ist, wie jeder andere, ob wirklich die Aufstellungen richtig sind, welche Fechner auf das Webersche Gesetz gegründet hat. Da sehe ich nun gar nicht ein, warum solche Zuwächse gleich groß sein sollten[1]). Gesetzt ich müßte zu einem Gewicht von der Schwere eines Loths $\frac{1}{100}$ Loth, ich will einmal sagen allmälig zusetzen, um einen Unterschied zwischen dem neuen Gewicht und dem alten bemerken zu können, so muß ich nach dem Weberschen Gesetze zu einem Zentner nach und nach ein Pfund hinzufügen, wenn ich soll einen Unterschied zwischen den beiden Gewichten wahrnehmen können. Ich habe nun gar keinen Grund daran zu zweifeln, daß nicht bloß in beiden Fällen, nämlich während des Zusetzens von 0—$\frac{1}{100}$ Loth sowohl wie während des Zusetzens von 0—1 Pfund, wirklich E. zugewachsen ist, sondern daß auch beim Hinzufügen von 0—1 Pfund zu einem Zentner mehr Empfindung zuwächst als beim Hinzufügen von 0—$\frac{1}{100}$ Loth zu einem Loth. Unser somatisch-psychischer Apparat wird wohl kaum so eingerichtet sein, daß während des Zusetzens von 0 bis fast $\frac{1}{100}$ Loth oder von 0 bis fast 1 Pfund gar nichts oder doch jedenfalls nichts eintritt, was eine Empfindung wäre, sondern daß diese erst beim Hinzufügen des letzten Gewichtsbruchtheilchens, welches das hundertstel Loth, beziehungsweise das Pfund voll macht, auf einmal als etwas Neues herausspringt. Nein, die Empfindung wächst mit dem allmäligen Erhöhtwerden der Gewichte nothwendig auch allmälig an, und sie wächst natürlich um mehr, wenn

[1]) Das würde ich auch nicht einsehen, wenn man nicht bei der Methode der e. m. U. darauf hielte sie für die Empfindung gleich zu machen. Vgl. S. 120. 122. F.

man allmälig ein Pfund, als wenn man ein hundertstel Loth zusetzt; aber es bedarf bei einer vorher schon bestehenden größeren Belastung des somatisch-psychischen Apparates — um mich kurz so auszudrücken — eines an sich stärkeren Empfindungszuwachses, wenn derselbe merklich, wenn das neue Gewicht unterscheidbar werden soll vom früheren, es bedarf eines an sich stärkeren Zuwachses als dann, wenn der Apparat weniger belastet ist.“

Nun gestehe ich, daß mir merkwürdig erscheint, wie der Verf. Widersprüche mit meiner Psychophysik in Puncten finden kann, die ich theils als unmittelbare Thatsache der Psychophysik selbst anerkenne, theils aus solchen folgere und in scharfem Ausdruck durch meine Formeln repräsentire. In der That erkenne ich nicht minder, als es der Verf. am Schlusse voriger Auslassung thut, an, daß ein Empfindungszuwachs erst merklich wird, wenn der Zuwachs in Folge der Reizerhöhung eine gewisse Grenze übersteigt, daß aber dennoch, wie es sich der Verf. von vorn herein denkt, der kleinste Zuwachs eines die Schwelle übersteigenden Reizes die Empfindung des Reizes um etwas steigert. Ersteres ist die Aussage meiner Unterschiedsmaßformel, letzteres die Aussage meiner Maßformel; und der scheinbare Widerspruch zwischen beiden Aussagen löst sich durch den Unterschied der zwischen Empfindungsunterschieden und Unterschiedsempfindungen zu machen ist, wovon unten. Wo liegt also der fundamentale Widerspruch, in dem er sich mit meiner Psychophysik zu befinden glaubt?

Freilich, das folgt nicht aus meinen Formeln, weil nicht aus den Thatsachen, auf welche sie sich stützen, was sich der Verf. auch noch denkt: daß beim Zufügen von $\frac{1}{100}$ Zentner (1 Pfund) zu einem Zentner mehr Empfindung zuwachse, als beim Hinzufügen von $\frac{1}{100}$ Loth zu einem Loth, sondern vielmehr, daß, so weit das Webersche Gesetz besteht, der Zuwachs beidesfalls gleich ist. Ich kann aber doch das Webersche Gesetz, so weit es besteht, und es besteht jedenfalls in weiten Grenzen, nicht deßhalb aufgeben, weil der Verf. sich etwas andres denkt, als das Gesetz besagt. Und wo ist denn die aprioristische Nothwendigkeit, aus welcher der Gedanke des Verf. fließt. Warum kann der psychische Unterschied nicht vielmehr dem relativen als absoluten Unterschiede der Reize folgen. Nur die Erfahrung und bindende Schlüsse aus der Erfahrung können hier entscheiden. Wo hat der Verf. solche angestellt, wo die meinigen geprüft; er hält sie schon durch seinen Gedanken widerlegt.

Mit vorigem Puncte steht Folgendes in Beziehung. Gewiß ist, daß Unterschiede zwischen Empfindungen bestehen können, es größere und

kleinere geben kann, ohne daß der Unterschied zwischen den größeren und kleineren ins Bewußtsein fällt, wonach ich Unterschiede zwischen Empfindungen, Empfindungsunterschiede von empfundenen Unterschieden, Unterschiedsempfindungen unterschieden, und diese Unterscheidung consequent festgehalten habe („Elem." II. 82 ff. und oben S. 183). Aber nachdem der Verf. letztere, die Unterschiedsempfindungen, thatsächlich als merklich werdende von ersteren als nicht merklich werdenden unterschieden hat (p. 173), glaubt er sie nachher (p. 175) wieder dadurch wegbringen zu können, daß er sich der Erklärung Ulricis anschließt: „Von Unterschiedsempfindungen kann überhaupt nicht die Rede sein. Unterschiede als solche bewirken keine Empfindungen, denn sie vermögen als solche keine Nervenerregungen hervorzubringen, Unterschiede können wir also nicht empfinden, nur bemerken." Hiegegen sage ich hier nichts, da der Verf. das, was dagegen zu sagen, in meinen Auseinandersetzungen mit Ulrici unter Nr. 5 finden wird.

Wenn endlich der Verf. (p. 174) ganz rücksichtslos auf meine, in den „Elementen" eingehends gepflogenen, Erörterungen, wie zu einem Empfindungsmaße zu kommen, auf die alte Behauptung zurückkommt, man könne wohl von stärkeren und schwächeren Empfindungen, aber nicht von einem Maße derselben sprechen, nach welchem eine E. so oder so viel mal so stark als die andere sei, so finde ich doch nichts in seiner Rückkehr zu dieser Behauptung, wodurch meine factische Deduction des Maßes überhaupt nur berührt würde. Wer ins Feld hinaussieht, eine Zeit durchlebt, weiß auch nicht unmittelbar anzugeben, wie vielmal so groß die eine Raum- oder Zeitstrecke als die andere sei; es bedarf der Anlegung eines Maßstabes. Ein solcher kann nun freilich für psychische Größen nicht unmittelbar in einer physischen Elle gefunden werden, wie man auch Zeit nicht unmittelbar durch Raum noch umgekehrt messen kann, doch giebt es Uhren; und so kann auch nach einer functionellen Abhängigkeit des Psychischen vom Physischen eine psychische Elle von einer physischen abhängig gemacht werden, ohne in ihr gefunden zu werden; und ehe man nicht näher zugesehen, ob und wie sich's hat machen lassen, darf man nicht behaupten, daß sich's nicht machen lasse, weil man findet, daß sich's in der That rein aus dem Kopfe nicht machen läßt.

3) Prof. Dr. J. v. Kries[1]) (Freiburg i. B.).

„Über die Messung intensiver Größen und über das sogenannte psychophysische Gesetz“ in „Vierteljahrsschr. f. wissenschaftl. Philosophie“ VI. 3.

Der Verf. leitet seine Abhandlung mit sehr ins Speciale gehenden Ausführungen über die Meßbarkeit physischer Größen ein, deren kurz zusammengezogenes Resultat mir bezüglich der hier davon zu machenden Anwendung das zu sein scheint, daß zur Meßbarkeit von Größen überhaupt die Gleichheitsbestimmung gleichartiger Elemente gehöre, wie solche physischerseits durch Raum, Zeit, Masse geboten werden, wonach das Maß in einem Zahlausdruck als Vielfaches des Gleichen gewonnen werden könne. Die Maße aller physischen Größen seien auf jene zurückführbar. Aber die psychischen Werthe entsprechen nach dem Verf. nicht dieser Bedingung. Die Stelle, worin er sich entschieden in dieser Hinsicht ausspricht, und worin meines Erachtens der Kern seiner Einwürfe liegt, ist diese (p. 273):

„Wir wollen, um für das Folgende uns den Ausdruck etwas zu vereinfachen, hier zunächst die (sachlich indifferente) Annahme machen, daß der gesammte Sinnesapparat unveränderlich wäre, daß also einem (objectiv) bestimmten Reize stets dauernd dieselbe Empfindung correspondirte. Es mögen E_1 E_2 E_3 . . . die Empfindungen sein, welche den Reizen R_1 R_2 R_3 entsprechen und zwar mag die Reihe R_1 R_2 . . . eine Reihe zunehmender Intensitäten sein. Einem jeden Versuche der Größenbestimmung wäre nun die Frage vorauszuschicken, ob es einen Sinn und welchen es habe, zu sagen, daß die Veränderung der Empfindung von E_1 auf E_2 gleich sei z. B. der Veränderung von E_k zu E_l, oder, was auf dasselbe herauskommt, daß die Empfindung E_m so und so viel mal so groß sei als die Empfindung E_n. Die unbefangene Überlegung ergiebt nun meines Erachtens unweigerlich, daß sich mit diesen Aussagen überhaupt gar kein Sinn verbinden läßt. Die Gleichartigkeit der Elemente, welche unsere Raum- und Zeitvorstellung auszeichnet, fehlt eben den intensiven Empfindungsreihen. Belasten wir z. B. eine Hautstelle mit zwei und dann mit 3 Pfund, danach mit 10 und dann mit 15 Pfund,

---

1) Der Verf. ist freilich vielmehr Prof. der Physiologie als Philosophie, hat sich aber selbst damit unter die Philosophen, mit denen hier zu verhandeln, gestellt, daß er seine Abhandlung in einer philosophischen Zeitschrift hat erscheinen lassen, und auch abgesehen davon glaube ich, daß seine Einwürfe den besten Anschluß unter den philosophischen finden.

so liegen die beiden letzteren Druckempfindungen an einer ganz anderen Stelle der gesammten Empfindungsreihe als die beiden ersteren. Der eine Zuwachs ist daher von dem andern etwas völlig Verschiedenes und sie gestatten zunächst keine Vergleichung. Die Behauptung, sie seien gleich, hat gar keinen Sinn. Es ist das in der That nichts Anderes, als die Behauptung der Gleichheit z. B. einer Schall- und einer Lichtbewegung. Hier wie dort gewinnt die Behauptung einen Sinn erst dann, wenn willkürlich festgesetzt ist, was als gleich betrachtet, was unter „gleich" verstanden werden soll. Es ist vielleicht bedauerlich, liegt aber in der Natur der Sache, daß, was ich hier behaupte, nicht eigentlich bewiesen werden kann. Ich kann nur in Abrede stellen, daß der Sinn der betreffenden Gleichheitsurtheile ohne Weiteres einleuchtend sei; streiten läßt sich über ein derartiges letztes Element unseres urtheilenden Verstandes ebenso wenig, wie sich einfache Elemente unserer Empfindung (Roth oder Süß) beschreiben lassen. Auch wenn Jemand sich bemühte, festzustellen, welche Längengröße einer Secunde gleich wäre, würden wir ihm nur sagen können, daß die Gleichsetzung einer Raum- und einer Zeitgröße für uns keinen Sinn habe. Der zuversichtlichen Behauptung aber, daß die Aufgabe zwar schwierig, aber doch principiell lösbar sei, würden wir nichts weiter entgegensetzen können, als die Berufung auf das unmittelbare Ergebniß innerer Erfahrung, welches uns das Gegentheil lehrt. Ganz dasselbe findet auch für die Gleichsetzung zweier verschiedener Empfindungszuwüchse statt."

Nun ist es aber doch eigen, daß die Gleichheitsschätzung von Unterschieden in verschiedenen Höhen der Reizscala, welche nach dem Verf. keinen Sinn hat, von Allen, die sich bisher mit experimentaler Prüfung des Weberschen Gesetzes beschäftigt haben, theils direct, theils rechnungsweise ohne allen Anstand, und ohne daß man sich des Unsinns bewußt geworden ist, bewirkt worden ist; und ich gestehe, gar nicht zu verstehen, wie sich der Verf. in Betreff seiner Behauptung auf das unmittelbare Ergebniß innerer Erfahrung berufen kann. Wäre dieses im Sinne des Verf., so würden beispielsweise die ganz unbefangenen Beobachtungssubjecte, welche von Plateau und Delboeuf zu ihren Versuchen zugezogen sind, statt ohne Weiteres auf die geforderten Gleichschätzungen einzugehen, ganz einfach gesagt haben, es geht nicht, und die vielen Astronomen, die sich auf Sterngrößenschätzungen eingelassen haben, den Unsinn solcher Schätzungen unmittelbar empfunden haben. Nun freilich sucht der Verf. diese und alle Gleichschätzungen, worauf sich das Webersche Gesetz stützt, nur als scheinbar auf psychische Größen bezüglich zu deuten; näher

zugesehen kommen sie nach ihm auf versteckt objective physische zurück. Aber das sind eben Deutungen des Verfassers; unmittelbar stimmen die subjectiven Schätzungen gar nicht mit den objectiven Messungen überein; und möchten sie selbst die Möglichkeit seiner Deutung zulassen, so hat sich jedenfalls dieselbe nicht auf unmittelbare Aussage der inneren Erfahrung zu berufen. Meinerseits aber finde ich auch des Verf. Deutungen selbst so gezwungen, daß ich zweifle, jemand könne sie überzeugend finden.

Auch habe ich die Rolle nicht verstanden, welche nach mir die eben merklichen Unterschiede zur Begründung eines psychischen Maßstabes spielen sollen, die übrigens nichts weniger als allein zu dieser Begründung von mir verwandt worden sind; und jedenfalls wird man aus meiner eigenen Darlegung S. 119 ff. besser als aus der des Verf. (p. 276. 277. 282. 284) verstehen, wie ich selbst diese Rolle verstehe [1]).

Wenn der Verf. p. 280 ff. geltend macht, daß das auf Gleichheitsschätzung zu gründende psychische Maß bald „durch die Ausdehnung der percipirenden Flächen und die dadurch gegebene Möglichkeit, den Reiz auf verschiedene Theile des Sinnesapparates wirken zu lassen", bald „durch die verschiedene Qualität des Reizes" complicirt werde, so können hievon Schwierigkeiten des Maßes abhängen; einen principiellen Gegengrund dagegen weiß ich nicht darin zu finden.

Nachdem ich nun dem Verf. in der wesentlichen Begründung seiner Ansicht nicht zuzustimmen vermöchte, finde ich auch keinen Anlaß, auf seine Ausführung derselben näher einzugehen. Um jedoch seine Ansicht über die Zurückführbarkeit der scheinbar psychischen Schätzung auf physisches Maß durch einige Stellen bestimmter zu bezeichnen, mögen die folgenden aus seiner Abhandlung hier Platz finden.

p. 287. „Hering hat ausführlich gezeigt [2]), daß wir die Gewichte im Allgemeinen richtig taxiren und nicht etwa nach den Logarithmen der

---

1) Was soll ich dazu sagen, wenn der Verf. p. 276 sagt: „Wir können festsetzen, daß die eben merklichen Empfindungszuwüchse in einer ganzen Intensitätsreihe als gleich betrachtet werden sollen. . . . Wir können eben so gut auch festsetzen, daß Empfindungszuwüchse als gleich gelten sollen, welche gleichen Reizzuwüchsen entsprechen." Und p. 284 mit Bezug auf meine angebliche Auffassung: „Wir definiren also nach einer psychischen Verursachung [?], wenn wir sagen: wir betrachten als gleich diejenigen Empfindungszuwüchse, welche eine Unterschiedswahrnehmung hervorbringen." Meinerseits halte ich ausgesprochenermaßen eben merkliche Unterschiede nur für gleich, sofern ich sie in der Empfindung als gleich taxire, das ist aber für mich nicht willkürlich.

2) Hiegegen vergleiche man doch „In Sachen" p. 187 f.

wirklichen Gewichte." — p. 288. „Wenn wir in der Taxirung von Schallstärken ebenso geübt wären, so würden wir vermuthlich auch als die doppelte Intensität einer Schallempfindung diejenige bezeichnen, welche von der verdoppelten Schallquelle herrührt" [1]) — p. 289 f. Der Erfolg von Delboeufs Versuchen und den Sterngrößenschätzungen hängt davon ab, daß wir nach objectiven Abänderungen der Beleuchtung, denen wir in der Welt begegnen, „uns gewöhnen, Lichtintensitäten nach ihrem Verhältnisse, also nicht arithmetisch, sondern geometrisch zu beurtheilen." Man muß die penible Ausführung in dieser Hinsicht selbst nachlesen.

Übrigens möchte ich bei der Wichtigkeit der Aufgabe, die sich der Verf. gestellt hat, der Psychophysik den Boden zu entziehen, vielmehr zur eigenen Einsicht in seine Abhandlung anregen, als durch vorige Bemerkungen von meinem Parteistandpuncte aus, die überhaupt nichts weniger als erschöpfend sein konnten, davon abgehalten haben. Findet man danach, daß der Verf. im Rechte ist, nun so wird man den Vortheil davon haben, daß man den ganzen, schon zu einer großen Masse aufgestauten, Unsinn der Psychophysik auf einmal los ist, und wird nur die zu bedauern haben, die doch nach wie vor in ihrem Wuste zu wühlen fortfahren. Es gilt dies aber nicht bloß von dem Angriffe des Verf. gegen die Fundamente der Psychophysik, sondern mehr oder weniger von den philosophischen Angriffen dagegen überhaupt; und so namentlich von dem des Autors, zu dem ich mich jetzt wende.

4) Dr. Ferdinand August Müller (Göding oder Wien) [2]).

Der obgenannte philosophisch und mathematisch zugleich wohlgeschulte Autor hat ein Schriftchen unter folgendem Titel veröffentlicht: „Das Axiom der Psychophysik und die psychologische Bedeutung der Weberschen Versuche. Eine Untersuchung auf Kantischer Grundlage. Marburg, bei Elwert 1882", ein Schriftchen, welches, nach offener Erklärung im Vorwort, „gegen alle Untersuchungen gerichtet ist, die, in welcher Form immer, darauf ausgehen, den functionellen Zusammenhang zwi-

---

1) In „Elem." I. 182 habe ich der Angabe eines Musikers erwähnt, man habe bei den Rheinischen Sängerfesten die Erfahrung gemacht, daß ein Chor von 400 Männerstimmen keinen bedeutend stärkeren Eindruck mache als von 200. Sollte der Verf. das auch auf mangelnde Übung schieben können? Und wenn Übung dazu gehört, die Schätzung richtig in objectivem Maße vorzunehmen, woher die Schätzung in unrichtigem Maße vor der Übung?

2) Die Zuschrift, womit der Verf. die Übersendung des Schriftchens an mich begleitet hat, ist von Göding, das Vorwort des Schriftchens von Wien datirt.

schen Physischem und Psychischem zu ermitteln." Demgemäß bezeichnet der Verf. (p. 36) als das von vorn herein zu bekämpfende „Axiom" der Psychophysik die Behauptung, „es bestehe functionaler Zusammenhang zwischen dem, durch eine Maßzahl ausgedrückten, Reizquantum und dem durch eine Maßzahl ausgedrückten Empfindungsquantum." — Aber wann und wo ist es der Psychophysik je eingefallen, hierin „ein Axiom" zu sehen. Die Philosophen sahen vielmehr im Gegentheil dieser Behauptung eine Art Axiom, und erst diesem Axiom gegenüber hat die Psychophysik in einer durch Erfahrung und Mathematik verfolgbaren Weise eine Maßbeziehung zwischen psychischen und physischen Werthen hergestellt, wonach mir schwer verständlich ist, wie der Verfasser glauben kann, durch philosophische Definitionen, Deductionen und Deutungen der Thatsachen im Sinne derselben, jene mathematisch aufzeigliche Maßbeziehung wegdemonstriren zu können.

Freilich, der Verfasser beweist aus Kantischen Principien, daß „die Größe nur Objecten beigelegt werden kann," wonach es natürlich auch keine psychischen Größen, mithin auch kein Maß derselben geben kann. Aber der Verf. wird doch zugeben, daß sich von einer schwächeren zu einer stärkeren Licht- oder Schallempfindung etwas ändert, und daß man von verschiedenen Größen dieser Änderung sprechen kann, oder meint er nicht so, so hat er einen anderen Sprachgebrauch als alle Welt; ich meine aber auch gezeigt zu haben, daß man die Größen jener Änderungen als Änderungen von Größen behandeln und dabei von erfahrungsmäßigen Ausgangspuncten zu erfahrungsmäßigen Folgerungen gelangen kann; wozu mich da um Kantische Definitionen kümmern. Freilich der Verf. sieht in den Unterschiedsempfindungen, mit denen ich bei Verfolgung meiner Maßbeziehungen zu thun habe (p. 105. 106), nur „Contrastgefühle von verschiedenem Charakter", was ihm natürlich niemand wehren kann, ohne daß mir aber dadurch meinerseits gewehrt ist, mit den Größenänderungen dieser sog. Contrastgefühle zu verfahren, wie ich verfahren bin. Zwar, wenn ich eine Unterschiedsempfindung für null in dem Falle erkläre, daß die Empfindungen, die ich von zwei Objecten habe, gleich sind, so wirft mir der Verf. (p. 106) vor, „es sei absurd, zu behaupten, die Bewußtseinsbestimmung sei gleich null, wenn in allerdeutlichster Weise zwei Objecte ihrer Qualität, Extension und Intensität nach gleich zu sein scheinen." Und gewiß wäre es absurd, wenn ich die Empfindungen, die ich von diesen Objecten habe, für null erklärte; aber warum nicht die, die ich von ihrem Unterschiede habe? und durch Betrachtungen dieser Art, deren Ausführung selbst einzusehen ich dem Leser

überlassen muß, soll man „gezwungen sein, die Contrastempfindung von variabler Intensität [für das Contrastgefühl von variablem Charakter] aufzugeben."

Auf p. 48 hat der Verf. den Satz „damit zwei Vorstellungen durch den Größenbegriff als Größen objectiv verbunden werden können, müssen sie gleichartig sein." Dennoch kann man den Fallraum mit der zum Fallen gebrauchten Zeit so verbinden, nur freilich nicht eine Größe als ein wievielmal der heterogenen fassen; aber habe ich das gethan? Weiter: „Zwei gleichartige Objecte als Zahlen vergleichen, heißt, das eine Object durch das andere messen, wobei das eine Object Maßeinheit ist und das andere durch eine gewisse Zahl von Maßeinheiten dargestellt wird." Ganz recht, und genau in diesem Sinne mißt meine Maßformel die Empfindung nicht zwar direct, sondern durch Vermittlung ihrer functionellen Abhängigkeit vom Reize; aber der Zahlenvergleich bleibt danach derselbe, als wenn er direct geschähe.

In Betreff der Bemerkung des Verf. p. 28, daß die Constantenbestimmung bei Integration der Fundamentalformel nicht auf das Schwellengesetz gestützt zu werden brauche, verweise ich auf S. 196.

Das Webersche Gesetz, auf dem ich psychophysisch fuße, deutet der Verfasser psychologisch; auch das steht ihm ja frei; schon Wundt hat es gethan, aber wenigstens in seinen späteren Darstellungen nicht übersehen, daß es außer der ihm zugeschriebenen psychologischen Bedeutung auch seine psychophysische hat, und nur um diese kann es sich natürlich in einer Psychophysik handeln. Die Seelenvorgänge hängen in sich zusammen, die leiblichen Vorgänge hängen in sich zusammen, aber auch die einen hängen mit den anderen zusammen; und so kann überhaupt durch Psychologie und Physiologie die Psychophysik nicht beseitigt werden.

Auf p. 64 kann sich der Verf. nicht darein finden, daß ich das Webersche Gesetz für das Augenmaß in Anspruch nehme und doch für die Auffassung extensiver Größen nicht bestätigt finde. Offenbar hat er meine Auseinandersetzungen in „Elem." II. 336 ff. nicht gelesen. Ich beziehe ja die Augenmaßversuche gar nicht direct auf extensive Raumempfindungen, sondern auf Augenbewegungen.

Nach Vorigem schiene es mir nutzlos, noch auf weitere und speciellere Auseinandersetzungen mit dem Verf. einzugehen, wenn schon seine Schrift noch manchen Anlaß dazu darböte.

5) Prof. Dr. H. Ulrici.

Prof. Ulrici hat im 72. Bande der „Zeitschr. f. Philosophie und philos. Kritik“ p. 281 ff. eine Abhandlung unter dem Titel „Psychophysische Fragen und Bedenken“ mit Beziehung auf meine Schrift „In Sachen“ herausgegeben, worin er im flüchtigen Überblick über die ihn interessirenden Hauptpuncte meiner Psychophysik mir mangelhafte Erklärungen, Unklarheiten, Verwechselungen, Widersprüche mancher Art vorwirft, und seine Vertretung der von mir so genannten Differenzansicht gegen meine Bemerkungen „In Sachen“ Abschn. XII. aufrecht zu halten sucht.

Nun steht der Verf. von vorn herein auf einem wesentlich anderen Standpunct, als den ich in der Psychophysik eingenommen und im ersten Abschnitt dieser Schrift resumirt habe, indem er über das sinnliche Gebiet hinaus ein höheres geistiges Gebiet statuirt, worin die Thätigkeiten der Unterscheidung und der, nach ihm schließlich auf diese zurückführbaren, Aufmerksamkeit fallen, ein Gebiet, welches zu dem Gebiete der psychophysisch unterbauten oder, wie ich mich ausgedrückt habe, ps.-ph. repräsentirten sinnlichen Empfindung hinzutritt, ohne selbst noch ps.-ph. repräsentirbar zu sein; wogegen ich nach der im ersten Abschnitt geführten Erörterung das höhere nicht minder als das niedere Gebiet ps.-ph. unterbaut halte. Hienach würde es mir leicht sein, zu zeigen, daß Vorwürfe jener Art, die der Verf. von seinem Standpunct aus erhebt, theils von mangelnder Einsicht in das, von meinem Standpunct aus consequent entwickelte, System, theils mangelnder Berücksichtigung ausdrücklich von mir gegebener Erklärungen und Erörterungen über wesentliche Puncte desselben abhängen; nur würde es weitläufig, unerquicklich und ohne positive Frucht sein, dies ins Einzelne auszuführen; auch gestehe ich, daß ich zu müde dazu bin, und meine, daß in dem Abschnitt XVI über die negativen resp. unbewußten Empfindungen und dem Abschn. XIX über die Aufmerksamkeitsverhältnisse in dieser Schrift schon wesentlich Alles enthalten ist, was gegen die Ausführungen des Verf. von p. 288 [1]) bis 292 von meiner Seite zu sagen wäre.

Aber auf seine Bemerkungen von p. 292 an scheint mir doch etwas näher einzugehen. Er sagt p. 293: „Nicht nur Fechner, sondern auch seine Gegner, beachten nicht den bedeutsamen Unterschied, der zwischen der Empfindung als solcher und der merklichen respectiv bemerkten

1) Beiläufig verwechselt der Verf. auf p. 288 das Schwellengesetz mit dem Weberschen Gesetze, doch kommt darauf nichts wesentlich an.

Empfindung zu machen ist. Daher vermögen sie denn auch die Schwierigkeiten, die sie gegen Fechners Theorie erhoben, ihrerseits so wenig zu lösen als Fechner. . . . . Ich werde nachweisen, daß nicht nur jene logischen sondern auch diese thatsächlichen Discrepanzen [welche der Verf. inzwischen hervorgehoben hat] sich lösen lassen, wenn man annimmt, daß das Bewußtwerden der Empfindungen nicht bloß von ihnen und ihrer Beschaffenheit, sondern noch außerdem von einem besonderen psychischen Act abhängt, oder, was dasselbe ist, daß dieser Act hinzutreten muß, wenn das Dasein und resp. die Beschaffenheit einer E. bemerkt werden soll."

Als diesen Act bezeichnet der Verf. die Thätigkeit des Unterscheidens, und in sofern die Aufmerksamkeit wesentlichst dazu beiträgt, Phänomene nicht nur bemerken, sondern auch ihrer Beschaffenheit nach erkennen zu lassen, erklärt er (p. 306) dies durch die „Annahme, daß die Aufmerksamkeit nichts Anderes ist, als die auf ein bestimmtes Object (einen gegebenen oder zu erwartenden Sinneseindruck) gerichtete Thätigkeit des Unterscheidens."

Nun kann natürlich eine Unterscheidung zwischen Empfindungen nicht stattfinden, ohne daß zu einer Empfindung noch eine andere davon verschiedene kommt; und insofern eine Empfindung nur mittelst Unterscheidung bemerkt werden soll, gehört auch nach dem Verf. dazu, daß zur einen Empfindung noch eine davon unterscheidbare hinzutritt; und überträgt sich dies auf die Reize und ps.-ph. Erregungen, wovon Empfindungen abhängen. Eine E. für sich allein kann zwar „als solche" existiren, aber ohne Unterscheidung von einer andern nicht bemerkt werden.

Kann ich nun schon dem Verf. nicht in alle Ausführungen hierüber folgen, so glaube ich doch, daß die wesentlichsten Gesichtspuncte des Streites zwischen uns sich im Folgenden genügend herausstellen werden.

Auf p. 294 macht der Verf. für seinen Satz, daß zum Merklichwerden einer E. außer dem ihr besonders unterliegenden psychophysischen Processe noch der so zu sagen darüber schwebende psychische Act der Unterscheidung von einer anderen E. gehöre, Thatsachen wie folgt geltend: daß wir die Sterne nicht am Tageshimmel sehen, das Ticken einer Uhr nicht im Tagesgeräusch hören u. s. w. Der Stern scheine doch Tages wie Nachts, unsere Netzhaut, unser psychophysischer Apparat seien Tages wie Nachts dieselben, auch sei unstreitig Tages wie Nachts Empfindung des Sternenlichts (Empfindung als solche), nur keine merkliche, vorhanden, weil die Unterscheidung derselben von einer anderen Empfindung fehle.

Nun aber, das Sternenlicht am Tageshimmel — und für alle analogen Beispiele gilt das Entsprechende — entzieht sich ja keineswegs der Merklichkeit; sondern jeder Stern steigert sogar die sehr merkliche Helligkeit des Tageshimmels da wo er steht, und hat dann natürlich auch Theil an der Merklichkeit der Helligkeit, die durch ihn gesteigert ist. Wie kann also zur Merklichkeit einer Empfindung Unterscheidung derselben von einer anderen gehören. Der Verf. verwechselt hiebei meines Erachtens Merklichkeit einer Empfindung mit Merklichkeit des Unterschiedes zwischen zwei Empfindungen. Denn in der That vermag man die durch Zutritt des Sterns gesteigerte Helligkeitsempfindung des Himmels nicht von der Helligkeitsempfindung des Himmels in der Umgebung des Sterns zu unterscheiden, wenn der physische Helligkeitsunterschied nicht eine gewisse Grenze, die Unterschiedsschwelle, oder das Verhältniß der physischen Helligkeiten nicht die Verhältnißschwelle überschreitet. Daß aber derselbe Stern um so weniger beiträgt, die spürbare Helligkeit des Himmels zu steigern, je größer dessen Helligkeit schon ist, und daß die Unterschiedsschwelle für die Unterscheidung des Sterns mit der Helligkeit des Himmels wächst, hingegen die Verhältnißschwelle nach Weberschem Gesetze nicht damit wächst, sind Grundthatsachen der Psychophysik, die sie klar zu fassen, zu formuliren und in Folgerungen zu verwerthen hat; und ich verstehe nicht, wie des Verf. Unterscheidung einer E. als solcher und einer merklichen E., und die Rolle, welche er der Unterscheidungsthätigkeit dabei beilegt, eine Stütze in vorigen Thatsachen finden soll, und was sie zur richtigen Verwerthung derselben beitragen kann.

Hiezu folgende Frage: der physische Unterschied des Sterns vom umgebenden Tageshimmel ist da, die psychische Unterscheidungsthätigkeit ist auch dazu da, warum wird der Unterschied dennoch nicht bemerkt? Will man sagen, deßhalb nicht, weil die Unterscheidungsthätigkeit in einem zu kleinen Unterschiede keinen hinreichenden Anlaß findet, in Wirkung zu treten? Aber sie schwebt ja immateriell über den physischen wie psychophysischen Unterschieden, kann ja willkürlich gesteigert werden. Aber möge der Verf. sie noch so sehr steigern, er wird bei Tage keinen Stern am Himmel unterscheiden können, nicht einmal den Sirius, der doch mit seinem gewaltigen physischen Helligkeitsunterschiede von der umgebenden Helligkeit des Tageshimmels, auf die er so zu sagen aufgesetzt ist, einer Steigerung der Unterscheidungsthätigkeit aufs hülfsreichste entgegenkommt.

Auf p. 303 erklärt der Verfasser, von einer „Unterschiedsempfindung“ könne eigentlich gar nicht die Rede sein. Zur Empfindung gehöre

eine Nervenerregung, wie aber mache es ein Unterschied zwischen Hell und Dunkel, Roth und Blau, zwischen zwei Klängen oder Gerüchen, eine Nervenerregung hervorzubringen, um empfunden werden zu können. Nur bemerken lasse sich ein Unterschied, sofern die Thätigkeit der Unterscheidung dazu in Kraft trete. „Auf jene Frage," so sagt er, „sind Fechner wie seine Gegner, — obwohl sie unbedenklich von Unterschiedsempfindungen sprechen, als bedürfe das Wort gar keiner Definition — die Antwort schuldig geblieben."

Die Antwort ist aber doch für mich sehr einfach, und liegt schon in meiner, von jeher gemachten und oben (S. 183) reproducirten, dem Verf. aber wie es scheint nicht geläufigen, Unterscheidung zwischen Empfindungsunterschieden und Unterschiedsempfindungen. Wenn zwei Empfindungen in zwei verschiedene Menschen fallen oder die erste vergessen ist, wenn die andere eintritt, so wird weder ein Unterschied dazwischen empfunden noch bemerkt, trotz dem, daß ein Unterschied zwischen beiden besteht, aber er weiß es nicht zu machen, aus einem bloßen Empfindungsunterschiede zur Unterschiedsempfindung zu werden. Liegen hingegen im selben Menschen beide Empfindungen, d. i. die ihnen zugehörigen ps.-ph. Erregungen, hinreichend nahe in der Zeit bei einander, und ist der Unterschied nicht zu klein, so wird er sowohl empfunden als bemerkt, wenn die Aufmerksamkeit bezüglich desselben nur nicht unter der Schwelle ist, — also weiß ich einen klaren Unterschied zwischen beiden nicht zu machen. Wie aber deute ich den Unterschied des zweiten vom ersten Falle? Zweitenfalls finden psychophysische Vermittlungen, Wirkungsbeziehungen zwischen den ps.-ph. Erregungen Platz, die erstenfalls fehlen oder nicht kräftig genug sind. Solche aber führen den ps.-ph. Proceß mit, den der Verf. zur Begründung einer Unterschiedsempfindung bei mir vermißt.

Natürlich stimmt das nicht mit der Ansicht des Verf.; aber es fragte sich nur eben, ob ich eine Antwort im Sinne meiner Ansicht schuldig bleiben müsse; und ich frage nun entgegen, welche Antwort der Verf. auf die vorhin (S. 329) meinerseits gethane Frage hat, zweifle freilich nicht, daß er als Philosoph auch eine philosophische Antwort darauf finden wird.

Die Ansicht, daß der Act der Unterscheidung zum Bemerkbarwerden einer E. und ihrer Beschaffenheit gehöre, ist überhaupt für den Verf. fundamental und stimmt, abgesehen von der, ihr vom Verf. beigelegten, philosophischen Wichtigkeit und seiner Ausführung derselben in dieser Richtung, im Factischen wesentlich mit der Differenzansicht von Schneider und Delboeuf überein, welche „In Sachen" Abschn. XII

besprochen wurde, und wobei auch des Anschlusses daran seitens Ulrici nach einer früheren Quelle kurz gedacht ist.

Ich kann aber nicht umhin, meine dort gemachten Bemerkungen gegen die Differenzansicht noch jetzt aufrecht zu halten. Sie sind mit ausdrücklicher Verweisung auf den XI. Abschn. der Schrift „In Sachen" „Über Contrastempfindung" geführt, den Ulrici bei Abfassung seiner Abhandlung, wenn überhaupt eingesehen, jedenfalls nicht erforderlich berücksichtigt hat, was mich veranlaßt, mit einigen Erörterungen darauf zurückzukommen. Er sagt u. a. (p. 300): „Noch kein Physiolog hat erklärt, wie es denkbar sei und geschehen könne, daß das von einer weißen Fläche reflectirte Licht oder vielmehr die dadurch hervorgerufene Empfindung des Weißen verstärkt werden könne durch die Entstehung der Empfindung des Schwarzen, oder, wie Fechner sagt, daß der Contrast eine relative Verstärkung der „„Componenten"" des Unterschiedes (der beiden unterschiedenen Empfindungen) [1]) mit sich führen könne."

Nun habe ich aber in dem Abschnitte über Contrastempfindung, in Übereinstimmung mit Hering und Mach, gezeigt, wie mit eintretendem Contrast nicht nur psychischerseits sondern auch psychophysischerseits eine, die sog. Hebung der contrastirenden Empfindungen mitführende, Veränderung eintritt, die ps.-ph. Thätigkeit des Schwarz nimmt damit ab [2]), die des Weiß steigt damit; und möchte man auch die absolute Beweiskraft der hieher gehörigen Versuche bezweifeln, die an ihrem Orte nachzusehen sind, so widerlegt sich jedenfalls dadurch die Behauptung einer Unmöglichkeit, das Hebungsphänomen anders als durch eine psychische Zuthat zum Physischen ohne zugehörige Änderung des Physischen selbst zu erklären.

Es ist wahr, was Ulrici an einer anderen Stelle geltend macht: wenn ich von einer sehr schwach mit Carmin gefärbten Flüssigkeit den einen Theil neben dem anderen betrachte, so kann es sein, daß mir die röthliche Färbung nicht merklich wird, wohl aber, wenn ich sie neben einer ganz farblosen oder andersfarbigen betrachte. Aber wäre die Flüssigkeit gar zu schwach, etwa homöopathisch, mit Carmin gefärbt, so würde ich die röthliche Färbung trotz solchen Contrastes nicht wahrnehmen, und wäre sie hinreichend stark mit Carmin gefärbt, so würde ich die Färbung auch ohne Contrast, so weit sich Contrast überhaupt aus-

1) Einschaltung von Ulrici.

2) Wenn sich Manche einbilden, die Empfindung des Schwarz sei überhaupt keine Empfindung, und es liege ihr also auch keine ps.-ph. Thätigkeit unter, so ist hierüber anderwärts von mir genug gesagt.

schließen läßt, wahrnehmen. Zwischen beiden Extremen aber giebt es eine gewisse Breite, innerhalb deren der Contrast die psychophysische Repräsentante der Rothempfindung auf der Carminlösung, die ohne Contrast unter der Schwelle wäre, bis über die Schwelle steigern kann. Entsprechend bei anderen Beispielen von ähnlichem Charakter.

Überhaupt ändert sich vermöge des organischen Zusammenhanges, in welchem die psychophysischen Thätigkeiten in uns stehen, die Intensität derselben nicht bloß nach der Intensität, sondern auch nach der räumlichen Vertheilung der Reize, wofür Mach allgemeine Formeln aufgestellt hat, deren im XI. Abschn. „In Sachen" nicht nur gedacht, sondern wovon auch Anwendung auf die Contrastphänomene gemacht ist. Um so leichter läßt sich bei zeitlicher Vertheilung denken, daß ein gegebener Reiz in einem ausgeruhten Organ unter sonst gleichen Umständen eine stärkere ps.-ph. Thätigkeit hervorruft als in einem durch Fortdauer des Reizes ermüdeten; wodurch sich eine ganze Anzahl Contrasterscheinungen erklären, ohne daß man irgendwie veranlaßt ist, Hülfe in der Differenzansicht des Verf. zu suchen.

Nach Allem ist gar keine Schwierigkeit, sich die ps.-ph. Unterlage der E. und geistigen Thätigkeit überhaupt eben so veränderlich als diese selbst und die eine der anderen überall (nur nicht nach einfacher Proportion) folgsam zu denken, auch wo das Experiment direct nicht folgen kann. Ich folge nun meinerseits dieser Möglichkeit nach dem Faden meines Systems, wie ich im ersten Abschnitt dieser Schrift dargelegt habe; wenn sie aber im System des Verfassers irgendwo abbricht, so bricht eben damit auch die Möglichkeit ab, uns auf gemeinsamer Unterlage weiter über die hier einschlagenden Fragen zu unterhalten, und verzichte ich also auch hier darauf.

6) Prof. Eduard Zeller.

Der berühmte Geschichtsforscher in der Philosophie, Prof. Zeller, hat in den Abhandlungen der Berliner Akademie 1881 eine Abhandlung unter dem Titel „Über die Messung psychischer Vorgänge" veröffentlicht[1]), worin er die Unmöglichkeit der Messung psychischer Größen in einer Weise darzuthun sucht, welche mir zu beweisen scheint, daß er meine Begründungsweise des psychischen Maßes in den „Elementen" gar nicht kennt, weil seine Betrachtungsweisen keinen Bezug dazu nehmen; und ich wüßte nicht, warum ich ausführlich gegen seine Ausführungen

---

1) Im Separatabdruck bei Dümmler in Berlin erschien.

sein sollte, da die Schwierigkeiten, die er erhebt, meine Weise der Begründung theils gar nicht treffen, theils an ihrem Orte berücksichtigt sind. Daß das psychische Maß keine so einfache Sache ist, als das physische Maß, ist von mir zugestanden, aber das Interesse des psychischen Maßes liegt auch gar nicht in seiner praktischen Ausführbarkeit.

Der Verf. vermißt insbesondere „einen festen Maßstab, den wir besitzen müßten, um die absolute Größe der Intensität einer psychischen Thätigkeit bestimmen zu können," d. h. er vermißt eine, als psychische Maßeinheit brauchbare, psychische Größe, die sich überall wiederfinden läßt, und wozu sich andere gleichartige psychische Größen in Verhältniß setzen lassen. Und freilich kann eine solche in einer „ebenmerklichen Empfindung" — und weiter scheint ihm nichts einzufallen — nicht gefunden werden. Nach den von mir aufgestellten und entwickelten Principien aber kann jede beliebige psychische Größe als eine immer wiederzufindende Maßeinheit für psychische Größen derselben Art gelten, welche einem Reize angehört, der seinen Schwellenwerth in gegebenem Verhältnisse übersteigt, und sofern der Schwellenwerth selbst ein für jedes Individuum und jeden Zustand desselben constatirbarer Werth ist, ist es auch die psychische Einheit, welche, nicht dem Schwellenwerthe selbst, aber seiner Übersteigung in gegebenem Verhältnisse zugehört. Wie man nun als Einheit des Raummaßes jede beliebige, nur in consequenter Verwerthung überall festzuhaltende, Raumgröße nehmen kann, so als Einheit des psychischen Maßes jede psychische Größe, welche einer Übersteigung der Schwelle in beliebig angenommenem Verhältnisse zugehört.

Wohl zu bemerken, setzt dieses Maß keineswegs principiell und wesentlich die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes voraus, sondern stellt sich nur unter Voraussetzung dieser Gültigkeit in einfachster Form dar, und die in meinen „Elementen" geschehene Erläuterung des Maßes daran hat wegen der jedenfalls approximativen Gültigkeit des Gesetzes in der äußeren Psychophysik und wahrscheinlich unbeschränkten Gültigkeit in der inneren Psychophysik auch ein fundamentales Interesse; Abweichungen vom Gesetze aber lassen sich, nachdem sie empirisch ermittelt sind, auch in den functionellen Ausdruck des Maßes aufnehmen, wie in „Elem." II. 191 ff. näher besprochen ist. Principiell fußt die Gewinnung des Maßes überhaupt darauf „die Gleichheit kleiner Änderungen, Zuwüchse der Empfindung für zugehörige Reizzuwüchse in verschiedenen Theilen der Reizscala zu constatiren," wozu die Maßmethoden der Unterschiedsempfindlichkeit dienen, und hieraus das Abhängigkeitsverhältniß zwischen der aus den Zuwüchsen von Null an erwachsenen Empfindung, und dem

aus den Zuwüchsen von Null an erwachsenen Reize abzuleiten, wozu es, auch wo das Webersche Gesetz nicht zutrifft, immer irgend eine, wenn auch nur empirische, Formel geben wird; in so weit es aber zutrifft, ist die Maßformel einfach genug und ganz rationell abzuleiten.

Nun konnten ja möglicherweise bei dem von mir eingeschlagenen Gange Fehlschlüsse oder Rechnungsfehler begangen sein, und konnte der Verf. sich die Aufgabe stellen, solche nachzuweisen, was nicht geschehen ist; er hat meinen Gang, ja die Principien dieses Ganges eben nicht verfolgt. Denn wäre es der Fall, so hätte ihm meine Bestimmungsweise der psychischen Maßeinheit, worauf Alles ankommt, nicht entgehen können.

Das ist ja freilich gewiß, und wenn der Verf. nichts anderes zeigen wollte, so ist ihm nicht zu widersprechen, daß man nicht eine Empfindung über eine andere Empfindung legen kann, wie eine materielle Elle über ein Stück Zeug, und daß insofern kein directes Maß psychischer Größen möglich ist, daß es vielmehr des Mittelgliedes der functionellen Beziehung zwischen psychischen und physischen Werthen dazu bedarf; aber ich sollte meinen, einen Unterschied des psychischen vom physischen Maße, der von mir selbst klar aufgezeigt ist, noch einmal aufzuzeigen, hatte kein sonderliches Interesse, wohl aber konnte eine neue Prüfung interessiren, ob mein indirecter Weg, zu einem psychischen Maße zu gelangen, stichhaltig sei, nachdem man früher überhaupt von einem psychischen Maße nichts hat wissen wollen. Von einer solchen Prüfung aber ist bei dem Verf. nichts zu finden.

Auf anderweite Ausführungen desselben einzugehen, finde ich keinen Anlaß, da ich abgesehen vom oben besprochenen Puncte nichts sachlich Wesentliches, was ich vertreten möchte, dadurch in Frage gestellt finde. Übrigens ist schon Wundt in Betreff mancher ihm näher liegenden Puncte auf eine Entgegnung gegen Zeller im zweiten Hefte seiner „Phil. Stud." 250 ff. und, nachdem Zeller hiegegen in den Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1882 p. 295 ff. replicirt hat, nochmals im dritten Hefte der Studien p. 379 ff. eingegangen.

XXVII. Augenmaßversuche von Fechner, Volkmann, Chodin.

In meinen „Elem." I. 211 habe ich Augenmaßversuche nach der Methode d. m. F. von mir selbst und von Volkmann angeführt, welche für die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes in diesem Gebiete in weiten

Grenzen sprechen. Ich komme auf diese Versuche hier zurück, weil ihre Zusammenstellung mit späteren Versuchen Volkmanns und seiner Mitbeobachter in s. „Physiolog. Unters." I. 117 ff. um so größere Beweiskraft für die Gültigkeit des Gesetzes gewinnt. Außerdem wird der mit meinen und Volkmanns Versuchen schlecht stimmenden, meines Erachtens aber unzweckmäßig angestellten, Versuche Chodins (Gräfes Arch. XXIII. 92) zu gedenken und Müllers (p. 205 ff.) kritischen Bemerkungen zu begegnen sein.

Auch ist außer den, nach der Methode d. m. F. angestellten, Versuchen noch einiger, nach der Methode d. e. m. U. angestellter, Augenmaßversuche Volkmanns (a. a. O.), Chodins (a. a. O.) und Wundts (Ps. II. 95) zu gedenken, von welchen letztere jedoch mit den übrigen bloß verwandt sind.

Demgemäß theile ich die folgenden Untersuchungen in nachstehende Abtheilungen.

A) Versuche nach der Methode der mittleren Fehler.

a) Mit größeren Distanzen von mir, Volkmann, Solger und Chodin.

b) Mit mikrometrischen Distanzen von Volkmann und dessen Mitbeobachtern.

B) Versuche nach der Methode der eben merklichen Unterschiede.

a) Von mir.

b) Von Volkmann und Krause (mikrometrisch).

c) Von Chodin (nicht mikrometrisch).

d) Von Wundt (üb. Convergenzänderungen der Augenstellung).

C) Gegenbemerkungen gegen Müllers Kritik.

Allgemein gilt im Folgenden D als Bezeichnung einer Distanz, für welche der mittlere Fehler oder eben merkliche Unterschied gesucht wird. Abgesehen von meiner Versuchsreihe (S. 336) ist sie überall in Millimetern ausgedrückt.

A) Versuche nach der Methode der mittleren Fehler.

Das Allgemeine dieser Methode nehme ich hier nach „Elem." I. 120 oder dem VII. Abschnitt dieser Schrift als bekannt an. Überall handelt es sich im Folgenden um reine variable Fehler, welche für Rechts- und Linkslage, oder obere und untere Lage der Normaldistanz zusammengenommen sind. Die Summe so zusammengenommener reiner Fehler für

eine gegebene Distanz D heiße allgemein S (nicht zu verwechseln mit der sonst üblichen Bedeutung für Unterschiedsschwelle).

a) Versuche mit größeren Distanzen von mir, Volkmann, Solger und Chodin.

Die Bestätigung des Weberschen Gesetzes hängt hier daran, daß die Fehlersummen S den Distanzen D proportional gehen, mithin $\frac{S}{D}$ sich für die verschiedenen Distanzen so nahe constant findet, um die Abweichungen auf unausgeglichene Zufälligkeiten schreiben zu können. In der That fand es sich zunächst so bei meinen, in „Elem." I. 214 angeführten, Versuchen, welche an den Abständen zwischen den Spitzen zweier neben einander gelegter, bis auf die Spitzen verdeckter, Zirkel angestellt waren, indem ich mit 120 Versuchen für jede Distanz (60 mit Rechtslage, 60 mit Linkslage für jedes D) erhielt:

D	10	20	30	40	50
$\frac{S}{D}$	3,864	3,843	4,030	3,862	3,708

Die Einheit der D's war hiebei $\frac{1}{2}$ par. Dec.-Linie = 0,72 par. Duod.-Linie = 1,624 Millim.

Zur Bestätigung dienten die, in „Elem." I. 215 angeführten, Versuche Volkmanns, welche später in seinen „Physiolog. Untersuchungen" dadurch vervollständigt worden sind, daß der, folgends unter II (in den „Elementen" unter III, bei Volkmann unter Nr. 68) angeführten Versuchsreihe Volkmanns noch die erst später nachgeholten Bestimmungen bei D = 10 und 20 Mill. hinzugefügt worden, außerdem zwei, unter Volkmanns Leitung angestellte, Versuchsreihen des Stud. Solger hinzugekommen sind. Allgemein gelten für diese Versuche folgende Bemerkungen.

„Benutzt wurden 3 an einem horizontalen Maßstabe in verschiebbarer Weise angebrachte Fäden, welche in Folge angehängter Gewichte eine lothrechte Richtung haben. Die horizontalen Distanzen lassen sich an dem Maßstabe bis auf 1^{mm} direct messen und bis auf $\frac{1}{10}^{mm}$ abschätzen." — Überall wurde sowohl bei Linkslage als Rechtslage beobachtet; die im Original specificirten reinen Fehlersummen dafür aber sind folgends zusammengezogen. Sie unterscheiden sich in kleinen Bruchtheilen von den in den „Elementen" angegebenen, welche aus den mir früher manuscriptlich mitgetheilten Versuchstabellen abgeleitet waren, ohne daß ich den Grund

davon bestimmt anzugeben weiß; doch kommt auf diese Kleinigkeiten nichts wesentlich an.

Heiße nun folgends Z die Totalzahl der Versuche einer Reihe für die gesammten geprüften Distanzen, n die Zahl der Distanzen, μ die Zahl der Fractionen, in welche die Beobachtungen für jede einzelne Distanz getheilt wurden, um aus jeder Fraction die reinen Fehler besonders zu berechnen und nachher zur Totalsumme S für die betreffende Distanz zusammenzulegen, m die Anzahl der Beobachtungen, die auf jede Fraction insbesondere kommen; wonach μm die Zahl der Beobachtungen für jede Distanz und $Z = n\mu m$ ist, Sehw. die Sehweite, d. i. der Abstand des Apparates von der Hornhaut, welche nach Volkmanns Bestimmungen noch um 7 Mill. vom Kreuzungspunct der Richtungslinien im Auge entfernt ist. Die Paginaverweisungen bei Volkmann auf dessen „Physiol. Unt." I. zu beziehen.

Zu bemerken ist, daß man folgends für μ die doppelte Zahl als bei Volkmann angegeben findet, weil Volkmann μ für Rechts- und Linkslagen zusammen bloß 1, ich 2 setze; sonst käme auch $Z = \mu mn$ nicht heraus.

Den folgenden 4 Versuchsreihen, wovon die ersten zwei schon in den „Elementen" angeführt sind, liegen nun folgende Verhältnisse unter; die Nr. beziehen sich auf die von Volkmann selbst angegebenen Versuchsnummern.

	Z	m	μ	n	Sehw.
I. Volkmann p. 121. Nr. 67 („Elem." I. 215)	768	16	6	8	800
II. Volkmann p. 123. Nr. 68 („Elem." I. 216)	768	16	6	8	800
III. Solger p. 123. Nr. 69	1200	10	20	6	343
IV. Solger p. 124. Nr. 70	1200	10	20	6	343

Die uns hier interessirenden Ergebnisse dieser Reihen aber sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Der obere Theil derselben giebt die direct erhaltenen S für jede Distanz D, der untere die mit D dividirten, nach deren Constanz man das Zutreffen zum Weberschen Gesetze zu beurtheilen hat, wobei man in Rücksicht der, S. 336 gemachten, Bemerkung, daß die Beobachtungen in Reihe II bei 10 und 20 Mill. erst später nachgeholt, also mit den übrigen nicht in Zusammenhange angestellt sind, vielleicht wohl thut, von denselben zu abstrahiren.

Volkmann			Solger		
D	I	II	D	III	IV
	S	S		S	S
10	11,5	11,6	10	23,80	22,58
20	18,1	20,1	20	45,32	32,24
40	44,2	29,2	30	59,94	54,16
80	81,5	73,9	40	72,22	68,60
120	134,3	121,2	50	95,70	81,70
160	181,8	153,9	60	112,74	97,02
200	183,4	188,9			
240	241,4	216,1			
	$\frac{S}{D}$	$\frac{S}{D}$		$\frac{S}{D}$	$\frac{S}{D}$
10	1,150	1,160	10	2,380	2,258
20	0,905	1,005	20	2,266	1,612
40	1,105	0,730	30	1,998	1,805
80	1,019	0,924	40	1,806	1,715
120	1,119	1,010	50	1,914	1,634
160	1,136	0,962	60	1,879	1,617
200	0,917	0,945			
240	1,039	0,900			

Man sieht, daß die Übereinstimmung der Werthe $\frac{S}{D}$ bei den Volkmannschen Reihen, insbesondere mit Rücksicht auf die nur precär zu benutzenden Werthe bei den ersten zwei D in Reihe II, vorzüglich ist, nur etwas geringer, mit Rücksicht auf die etwas starken Abweichungen bei D = 10, in den Solgerschen Reihen.

Statt in voriger Weise könnte man die Prüfung des Gesetzes in vorigen Reihen auch so vornehmen, daß man unter Voraussetzung dieses Gesetzes aus den gesammten Versuchen den wahrscheinlichsten Werth der, mit W zu bezeichnenden, Fehlersumme, welche der Einheit der Distanz zugehört, bestimmt, und zusieht, wiefern die danach berechneten Werthe DW mit den beobachteten S übereinstimmen. Nach der Methode der kl. Qu. aber erhält man als wahrscheinlichsten Werth aus den Versuchen

$$W = \frac{\Sigma(DS)}{\Sigma D^2}$$

d. h. man dividirt die Summe der Producte aus den S in ihr zugehöriges

D mit der Summe der Quadrate der D. So erhielt ich folgende Werthe W, denen ich die, nach bekannter Weise berechneten, wahrsch. Fehler zufüge.

Werthe W.

Volkm.	I.	1,0170	$\pm$ 0,01975
„	II.[1]	0,9338	$\pm$ 0,01045
Solger	I.	1,9099	$\pm$ 0,03175
„	II.	1,6644	$\pm$ 0,02603

Die mit diesen Werthen von W erhaltenen berechneten Fehlersummen sind denen zu substituiren, welche Volkmann mit der Bezeichnung S′ seinen Versuchen beigefügt hat, da Volkmann nicht die wahrscheinlichsten, sondern wohl nur die mittleren Werthe W dazu benutzt hat. Kürze halber jedoch übergehe ich diese Prüfungsweise, welche principiell zu keinem anderen Ergebniß führen kann, als die vorige.

Um nun aus W den mittleren Fehler für eine Beobachtung und corrigirt wegen der Endlichkeit des m zu haben, hat man W mit der Beobachtungszahl jeder Distanz, d. i. μm zu dividiren, 96 bei Volkmann, 200 bei Solger, und mit $\sqrt{\frac{m}{m-1}}$ zu multipliciren.[2] Zur Vermeidung mehrerer Nullen in den Ausdrücken aber führen wir lieber die Bestimmung für 100 Beobachtungen statt für eine ein, und nennen den so bestimmten mittleren Fehler den procentalen. Heiße nun W_1 der so erhaltene, wegen Endlichkeit des m corrigirte, procentale mittlere Fehler, so ist also

$$W_1 = \frac{100W}{\mu m}\sqrt{\frac{m}{m-1}}$$

und erhalten wir damit für W_1 bei

Volkm.	I	1,094	$\pm$ 0,0213
„	II	1,004	$\pm$ 0,0112
Solger	III	1,007	$\pm$ 0,0167
„	IV	0,8772	$\pm$ 0,0137

Während die vorigen Ergebnisse von mir, Volkmann und Solger mit dem Weberschen Gesetze sehr gut stimmen, ist dies nicht eben so der

1) Die Beobachtungen bei D = 10 und 20 mit zugezogen.

2) Die Correction wegen des endlichen m ist nämlich nicht $\frac{3m+1}{3m}$, wie in den „Elementen" (I. 228) angenommen, sondern $\sqrt{\frac{m}{m-1}}$. Vergl. „In Sachen" p. 216 und oben S. 111.

Fall mit den Versuchen Chodins. Er stellte 3 Reihen von Versuchen mit je 7 Distanzen von 2,5 bis 160 Mill. an, zwei davon mit horizontalen, eine mit verticalen Distanzen, und erhielt bei allen übereinstimmend mit wachsendem D einen erst abnehmenden, dann mit weiterem Wachsen von D wieder zunehmenden Werth des durch die Distanz dividirten mittleren Fehlers, nämlich

Bei D	2,5	5	10	20	40	80	160
Nr. 1 Horiz.	$\frac{1}{39}$	$\frac{1}{52}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{76}$	$\frac{1}{69}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{65}$
Nr. 2 Horiz.	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{78}$	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{112}$	$\frac{1}{94}$	$\frac{1}{88}$	$\frac{1}{71}$
Nr. 3 Vertic.	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{44}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{53}$	$\frac{1}{57}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{56}$

wogegen das Webersche Gesetz in jeder der 3 Reihen eine Gleichheit der vorigen Bruchwerthe für alle D fordert.

Unstreitig sind diese Ergebnisse, gegenüber den von mir, Volkmann und Solger erhaltenen, sehr auffällig, und die Verschiedenheit davon kann nur in dem abweichenden Verfahren gesucht werden. Nun pflegt man sonst, wenn man die Versuche Anderer experimental controlirt, dies entweder nach demselben Verfahren, mit wo möglich gesteigerter Sorgfalt oder nach einem verbesserten Verfahren zu thun, um Mängel, die man an den früheren Beobachtungen bemerkt zu haben glaubt, zu beseitigen. Statt dessen hat Chodin, ohne etwasvon Mängeln der früheren Versuche bemerkt oder vergleichende Versuche mit den seinigen angestellt zu haben, ein von vorn herein bedenkliches Verfahren eingeschlagen, nämlich folgendes: „Auf Papier wurde mit Bleistift eine feine Linie gezogen, auf welcher mit feinen queren Strichen eine der Distanzen angegeben wurde; dann wurde zu beiden Seiten derselben (oder oben und unten) in der Fortsetzung derselben Linie mit einem queren Striche die Distanz angemerkt, welche der gegebenen dem Augenmaße nach gleich war. Diese neue Distanz (Fehldistanz) wurde vermittelst eines genauen Maßstabes und Schätzung bis auf 0,1 Millim. gemessen."

Nun scheint mir auf der Hand zu liegen, daß sich bei diesem Verfahren die Unsicherheit der Hand nicht corrigiren ließ, vermöge deren mitunter die Fehldistanz um etwas mehr als um die Unterschiedsschwelle von der Normaldistanz abweichen konnte. Im Princip der Methode der mittleren Fehler liegt aber, wie früher (S. 113) besprochen, daß die Abweichung zwischen Normaldistanz und Fehldistanz stets kleiner als die Unterschiedsschwelle ausfallen, d. h. für den Augenschein unmerklich bleiben muß, was durch die, bei dem sonst eingeschlagenen Verfahren

möglichen, Correctionen der Einstellung in jedem Falle zu erreichen ist. Vielleicht aber verfuhr Chodin auch so, daß er, statt die Fehldistanz so zu sagen auf einen Wurf mit einemmal zu bezeichnen, dieselbe erst durch Hin- und Herverschiebung eines Bleistiftspunctes auf der Längslinie möglichst gleich mit der Normaldistanz herzustellen suchte, ehe er sie fixirte. Aber dann hatte er eine Normaldistanz zwischen zwei Querstrichelchen, eine Fehldistanz zwischen einem Querstrichelchen und einem in den schief aufgesetzten Bleistift auslaufenden Punct. Daß das aber nicht ohne Weiteres als sicher vergleichbar gelten kann, leuchtet ein.

Natürlich ist vorauszusetzen daß, wenn sei es aus einem oder dem anderen Grunde Vergleichsfehler stattfanden, diese bei den kleinsten Distanzen den größten Einfluß haben mußten, größere Distanzen aber besser stimmen mußten. Und in der That sieht man die relativen eben merklichen Unterschiede, welche durch die Bruchwerthe voriger Tabelle gegeben sind, in der ersten und dritten Reihe ungefähr von 10 bis 160 Mill. nur noch so unregelmäßig schwanken, daß man vielmehr eine Bestätigung als Widerlegung des Weberschen Gesetzes zwischen solchen Grenzen darin sehen kann; nur die zweite Reihe stimmt weniger gut.

Immerhin könnte man vermuthen, es würde durch diese Versuche jedenfalls eine, ja auch in anderen Versuchsgebieten vorkommende, Abweichung vom Weberschen Gesetze bei kleineren Reizgrößen für das Augenmaß bewiesen. Aber dem widersprechen entschieden die mikrometrischen Versuche Volkmanns und seiner Mitbeobachter, welche übereinstimmend zwar eine Abweichung finden lassen, doch eben nur eine mikrometrische, die bei Werthen von 5 Millim. schon gegen den variablen Fehler, an dem sich das Gesetz zu bewähren hatte, so gut wie verschwindet, wie unter der folgenden Abtheilung b) zu zeigen.

In jedem Falle können durch die Resultate der bedenklichen Versuche Chodins die Resultate der Versuche Anderer, welche, ohne gleichem Verdacht Raum zu geben, unter einander übereinstimmende Ergebnisse geliefert haben, nicht ungültig gemacht werden. Und mit einigem Bedauern vermißt man bei Chodin auch nur den Versuch, den Widerspruch seiner Ergebnisse mit denen der früheren Beobachter aufzuklären, da er doch nicht ohne Weiteres durch seine Resultate die der früheren Beobachter antiquirt halten konnte.

b) Mikrometrische Versuche Volkmanns und seiner Mitbeobachter.

Hienach komme ich zu denjenigen Versuchen Volkmanns und seiner Mitbeobachter, welche mit sehr kleinen Distanzen innerhalb der Grenzen von 0,2 bis 1,4 Mill. angestellt worden sind. Ein Verbindungsglied zwischen diesen und den vorigen nicht mikrometrischen Versuchen aber gewährt eine, von Volkmann selbst mit dem mikrometrischen Apparat angestellte, Reihe (p. 124) mit Distanzen von 1 bis 5 Mill., welche folgends unter 1) mit berücksichtigt werden soll.

Es sind überhaupt 8 Reihen, um die es sich handelt, 3 von Volkmann selbst, 5 von studirenden Mitbeobachtern desselben, Appel (2 Reihen), Jahn, Geiß, Krause, wovon die folgenden unter 2) 3) 4) und 8) angeführten schon nach manuscriptlicher Mittheilung in den „Elem." I. 220 ff. berücksichtigt waren, und in den „Physiol. Unters." von Volkmann mit den später hinzugekommenen wiedergegeben sind. Hier wird man zur Berechnung aller eine noch schärfere Methode als früher gebraucht finden, ohne daß dies übrigens in den Resultaten etwas wesentlich ändert.

Das Verfahren der mikrometrischen Versuche war nach p. 3 und 97 der „Physiol. Unters." folgendes. Es dienten dazu drei parallele Silberdrähte von 0,05 mm Dicke und 10 mm Länge, welche gegen den hellen Himmel betrachtet als dunkle Linien erscheinen, und von welchen die beiden äußersten mit Hülfe eines sehr genauen Schraubenmikrometers ohne Störung des Parallelismus verschoben und dem mittleren festen Drahte beliebig genähert werden können. Ist nun die Normaldistanz durch den Abstand des einen der äußeren Fäden vom mittleren bestimmt, so wird durch Verschiebung des dritten bestimmt die Fehldistanz „so weit es das Augenmaß erlaubt, der Normaldistanz gleich gemacht." Die Größe der Distanz läßt sich bis auf 0,01 mm messen und bis auf 0,001 mm schätzen.

Von den folgenden 8 Versuchsreihen sind die 7 ersten, eben so wie die früheren mit größeren Distanzen, mit horizontalen Distanzen zwischen verticalen Fäden, die letzte, achte mit verticalen Distanzen zwischen horizontalen Fäden angestellt.

Alle Versuche mit horizontalen Distanzen (1—7) sind abwechselnd mit Rechts- und Linkslage der Normaldistanz, die Versuchsreihe mit verticaler Distanz (8) abwechselnd mit oberer und unterer Lage der Normaldistanz angestellt, und folgends die aus beiden hervorgehenden Summen vereinigt.

Es zeigt sich, daß man den Beobachtungen bei so kleinen Distanzen nur genügt, wenn man sich denkt, daß der Quell der zufälligen reinen Fehler, welche im Sinne des Weberschen Gesetzes der Proportionalität mit der Distanz unterliegen, sich zusammensetzt mit einem Quell von zufälligen Fehlern, welche unabhängig von der Distanz sind und mithin, für sich genommen, einen bei allen Distanzen constanten Mittelfehler oder bei gegebener Zahl der Beobachtungen eine, bei allen Distanzen constante, Fehlersumme geben würden. Daß aber dies nicht im Widerspruch steht mit dem vorhin bei größeren Distanzen erhaltenen Resultate, wo sich nichts von einer solchen Complication zeigt und mithin das Webersche Gesetz rein hervortritt, liegt darin, daß die von der Distanz unabhängigen Fehler, nach ihrem Durchschnittswerth bemessen, sehr klein sind, so daß sie bei irgend erheblichen Distanzen gegen die davon abhängigen merklich verschwinden, und selbst in der Versuchsreihe mit Distanzen von 1 bis 5 Mill. ihren Einfluß nur noch wenig geltend machen, also schon bei 10 Mill. ganz vernachlässigt werden können, wogegen bei sehr kleinen Distanzen die denselben proportionalen Fehler selbst so klein werden, um gegen die davon unabhängigen constanten merklich zu verschwinden. Es wird Sache der Rechnung sein, herauszustellen, daß es wirklich so ist,

Sei nun bei gegebener Zahl der Beobachtungen die für eine gegebene Distanz D gefundene, von beiden Quellen zugleich abhängige, Fehlersumme, welche der Versuch giebt, S; sei DW die mit D proportionale Fehlersumme, also W die Fehlersumme für die Einheit der Distanz, wenn der Quell dieser Fehler allein bestände, V die, von der Distanz unabhängige, Fehlersumme, wenn der Quell dieser Fehler allein bestände, so hat man vermöge Zusammenwirkens dieser Fehlerquellen, nach bekannten Wahrscheinlichkeitsgesetzen [1])

$$S^2 = V^2 + D^2 W^2, \text{ mithin}$$

$$S = \sqrt{V^2 + D^2 W^2}$$

Nach diesen Formeln gilt es nun, V und W aus den Versuchen zu bestimmen, und durch Rückberechnung der Werthe S unter Anwendung der gegebenen D und gefundenen V und W zuzusehen, ob beobachtete und berechnete Werthe S bei den verschiedenen Distanzen wirklich genau genug stimmen, um der Formel und mithin dem Zerlegungsprincip, worauf sie sich gründet, Zutrauen zu schenken. Hierauf komme ich unten,

1) Mit Rücksicht, daß die Quadrate der Fehlersummen den Summen der Fehlerquadrate, auf welche zurückzugehen zu umständlich sein würde, proportional gehen.

und glaube, daß man den Erfolg des Vergleiches von Rechnung und Beobachtung sehr zufriedenstellend finden kann. Kürze halber nenne ich wie früher V die Volkmannsche Constante, W die Webersche Variable, obwohl die Bezeichnung von V als Constante nur in so fern zu verstehen ist, als V sich nicht mit D ändert; indeß doch an sich selbst eine Fehlersumme dadurch bezeichnet ist, während DW seinerseits für die Einheit der Distanz als constant anzusehen ist.

In „Elem." I. 230 habe ich den Gesichtspunct angegeben, der Volkmann von vorn herein das Dasein einer Constante, wie es V ist, vermuthen ließ, ohne daß er jedoch zu einer Rechnung dadurch geführt worden ist. Er findet den Grund in der Weberschen Ansicht, daß die Größe einer Distanz nach der Zahl der Netzhautelemente, welche sie zwischen sich faßt, geschätzt wird, wie weiter a. a. O. nachzusehen. Inzwischen glaube ich nach neuer Discussion der Versuche jetzt selbst nicht mehr, daß der vorige Erklärungsversuch der Complication, welcher das Webersche Gesetz bei kleinen Distanzen unterliegt, haltbar ist. Die Werthe V müßten nämlich, wenn sie den vorausgesetzten organischen Grund hätten, nach Reduction auf vergleichbare Werthe wegen der Zahl der Beobachtungen, sich aus verschiedenen Versuchsreihen desselben Beobachters merklich constant wiederfinden, wechseln aber, wie später zu ersehen, nicht minder als die W nach den Versuchszeiten. Auch ist im Folgenden von jedem Erklärungsversuch derselben abstrahirt, und es soll bloß nach Anführung der Versuche selbst untersucht werden, ob unsere Formel zur Repräsentation derselben genügt.

Volkmann selbst hat freilich neuerdings dieser Repräsentation widersprochen, indem er p. 125 sagt: „Werden die Distanzen, mit welchen man die Ausgleichungsversuche ausführt, sehr klein, so verschwindet der Einfluß ihrer Dimension zuletzt vollständig[1]), so daß die Fehlersummen merklich verschiedener Distanzen gleiche Werthe ergeben. — Fechner hat diese Thatsache noch nicht gekannt, und hat daher bei der Discussion der kleinsten sichtbaren Größenunterschiede eine Hypothese aufgestellt, welche mit Rücksicht auf meine neueren Erfahrungen nicht haltbar ist. Fechner vermuthete, daß die Fehlersummen, und demgemäß die kleinsten erkennbaren Unterschiede, zweigliedrige Größen seien, das eine Glied W entspreche dem Weberschen Gesetze und sei den Distanzen proportional, das andere Glied dagegen, V, sei von den Distanzen unabhängig und also constant. Diese Hypothese entsprach den Fehlersummen von 4 Versuchsreihen, welche von mir und einem meiner Schüler angestellt waren, in ziemlich befriedigender Weise. Nur die Fehlersummen der kleinsten Distanz fielen aus der Reihe, was Fechner auf Irradiationsstörungen glaubte beziehen zu dürfen. Gegenwärtig ist klar, daß dieses Herausfallen aus der Reihe nicht von

1) Dies ist, nach Aussage der folgends mitzutheilenden Versuche selbst, zu viel gesagt, und trifft sogar bei Krauses Versuchen nicht „vollständig" zu.

zufälligen Störungen, sondern davon abhängt, daß die Fehlersummen, welche sich bei Beobachtungen kleinster Distanzen anhäufen, noch von besonderen constanten Ursachen abhängen."

Aber diesen Äußerungen liegen Mißverständnisse zu Grunde.

Erstens stimmen die neuen Versuche von Volkmann und seinen Mitbeobachtern, Jahn, Geiß und Krause im Gange und den Resultaten mit den, von mir in den „Elementen" benutzten, Versuchen überein, und ist die merkliche Constanz der Fehlersummen bei sehr kleinen Werthen von D nicht in Widerspruch mit meiner Formel, sondern eine Folgerung derselben.

Zweitens habe ich in den „Elementen" nur die, auf das allerkleinste D bei Volkmanns früheren Versuchen (folgends unter 2) und 3) angeführt) fallenden Fehlersummen durch Irradiation als gestört angesehen, und zwar dies nach Volkmanns eigenen Angaben („Elem." I. 220); muß sie deßhalb auch folgends von der Berechnung ausschließen, wie sie denn in die Reihe der übrigen nicht passen. S. die Tabelle S. 348.

Um V und W zunächst auf möglichst einfache Weise zu bestimmen, und damit Näherungswerthe zu erhalten, auf welche das Correctionsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate anzuwenden, kann man wie folgt verfahren.

Man summire, wenn die Zahl der Distanz n ist, die aus S erhaltenen Werthe S^2 für die $\frac{n}{2}$ kleinsten Distanzen und ebenso für die $\frac{n}{2}$ größten Distanzen. Erstere Summe heiße A, letztere B. Man summire eben so die D^2 für die $\frac{n}{2}$ kleinsten und für die $\frac{n}{2}$ größten Distanzen. Diese Summen heißen a und b. Dann hat man

$$A = \frac{n}{2} V^2 + aW^2$$

$$B = \frac{n}{2} V^2 + bW^2$$

und hienach

$$W^2 = \frac{B-A}{b-a}$$

$$V^2 = \frac{2\,(A-aW^2)}{n}$$

Wäre n unpaar, so hätte man statt $\frac{n}{2}$ anzuwenden $\frac{n-1}{2}$, wobei das mittlere S^2 von der Berücksichtigung bei der Bestimmung ausfällt. Das Resultat dieser Methode, welche ich die Summationsmethode nenne, unterscheidet sich, wie aus der Tabelle S. 347 zu ersehen, in der Regel nur wenig von dem Resultate der schärfsten Methode, d. i. der Methode der kleinsten Quadrate.

In den „Elementen" habe ich letztere Methode darauf gestellt, daß die Summe der Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten S^2 ein Minimum wird; indessen da doch nicht die S^2 sondern S direct beobachtet sind, muß als noch schärfer die Berechnungsweise gelten, wonach die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten S die kleinstmögliche wird; und obwohl diese Methode erheblich umständlicher ist, ohne zu erheblich andern Resultaten zu führen, als die vorige, habe ich sie doch folgends nicht nur auf die neueren Versuche angewandt, sondern auch die früheren danach umgerechnet. Nach der Form der Gleichung

$$S = \sqrt{V^2 + D^2 W^2}$$

läßt sich aber die Methode nur im Ausgange von angenäherten Werthen des V und W zu kleinen Correctionen derselben verwenden; und so habe ich als Ausgangswerthe von V und W die mit der Summationsmethode erhaltenen, in der Tabelle S. 347 mit anzuführenden Werthe angewandt, und die Correctionen auf die Formel gegründet

$$\partial S = \frac{V \partial V + D^2 W \partial W}{\sqrt{V^2 + D^2 W^2}}$$

Nur bei den folgends mit 1) und 7) bezeichneten Reihen war es nöthig, über die erste Correction hinauszugehen.

Folgende Tabelle nun giebt zuvörderst die Verhältnisse der 8 Versuchsreihen bezüglich der dabei stattgefundenen Werthe von Z, m, μ, n, Sehw. Alle Reihen waren mit horizontalen Distanzen, nur die achte mit verticalen Distanzen (zwischen horizontalen Fäden) angestellt.

Verhältnisse der Versuche Z, m, μ, n, Sehw.

	Z	m	μ	n	Sehw.
1) Volkmann p. 124 Nr. 71 . . .	1000	10	20	5	333
2) Volkmann p. 127 Nr. 75 . . .	840	30	4	7	333
3) Appel p. 126 Nr. 72	792	11	12	6	300
4) Appel p. 126 Nr. 73	1344	48	4	7	370
5) Jahn p. 127 Nr. 76	1152	16	12	6	250
6) Geiß p. 127 N. 77	1344	16	14	6	250
7) Krause p. 127 Nr. 78	1152	16	12	6	200
8) Volkmann (vertic.) p. 126 Nr. 74	1152 [1])	96	2	6	333

Ferner giebt folgende Tabelle die, aus den beobachteten Summen S nach der Methode der kl. Qu. abgeleiteten Werthe V, W, so wie die nach der Summationsmethode abgeleiteten Werthe V_s, W_s. Nach ersteren ist dann die Berechnung der Werthe in der darauf folgenden Tabelle geschehen.

---

1) Volkmann (p. 126) giebt statt dessen Z = 576, aber nicht nur stimmt das nicht mit mμn, sondern auch nicht mit den mir vorliegenden Originaldatis der Versuche.

Nach der Methode der kl. Qu. bestimmte Werthe von V und W als Summenwerthe für µm einzelne Werthe, sammt den zugehörigen wahrsch. Fehlern w, so wie die nach der Summationsmethode erhaltenen Werthe V_s, W_s.

	V	w	W	w	V_s	W_s
Volkmann 1) . .	1,8111	0,32602	1,8964	0,04229	1,5157	1,9990
Volkmann 2) . .	0,9676	0,0301	1,5080	0,0227	0,9564	1,509
Appel 3)	0,9962	0,0497	1,4559	0,0607	1,0106	1,4350
Appel 4)	1,1677	0,0326	1,1688	0,01009	1,187	1,133
Jahn 5)	1,1714	0,0420	2,0992	0,0349	1,170	2,111
Geiß 6)	1,51886	0,0657	0,47312	0,0958	1,5341	0,4511
Krause 7) . . .	1,3068	0,0274	0,1933	0,178	1,285	0,3356
Volkm. (vert.) 8) .	1,4410	0,1030	4,2346	0,03923	1,438	4,223

Man sieht, daß die Summationsbestimmungen V_s, W_s von den durch die genaueste Methode erhaltenen Bestimmungen V, W nur für V bei 1) und für W bei 7) erheblich abweichen, wo zugleich die wahrscheinlichen Fehler verhältnißmäßig zu den Hauptwerthen groß, also die Bestimmungen überhaupt sehr unsicher sind. Diese Unsicherheit hat hier nichts Befremdendes. Bei 1) nämlich sind die Distanzen D so groß, daß V gegen die $D^2 W^2$ fast verschwindet, hingegen bei 7) die V so groß gegen die $D^2 W^2$, daß W gegen V fast verschwindet. Ja man würde, wenn man 7) allein hätte, wo der w. F. von W fast eben so groß als W ist, auf völlige Constanz von S bei kleinen D schließen können.

Sollte man übrigens einen Verdacht hegen, daß sich in die Berechnung von V u. W selbst Fehler eingeschlichen hätten, so würde es leicht sein, diesem Verdacht dadurch zu begegnen, daß man dieselben Werthe, nur mit irgend welchen kleinen Abänderungen in + oder —, zur Berechnung von S anwendete; immer wird man die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen den so berechneten und den beobachteten S größer finden, als wenn man die in der Tabelle angegeben V, W verwendet.

Folgende Tabelle giebt endlich die unmittelbar beobachteten Werthe S für die verschiedenen Distanzen D in Zusammenstellung mit den nach V, W in voriger Tabelle berechneten Werthen auf Grund der Formel $S = \sqrt{V^2 + D^2 W^2}$. Die in Klammern eingeschlossenen Werthe sind wegen zu starker Irradiation (S. 345) bei Bestimmung von V und W ausgeschlossen und fallen überhaupt für den Vergleich außer Rücksicht.

Beobachtete und mittelst der vorigen Werthe V, W nach der Formel $\sqrt{V^2 + D^2W^2}$ berechnete reine Fehlersummen S bei den Distanzen D. Einheit der D der Millim.

Volkm. 1)			Volkm. 2)			Appel 3)		
	S			S			S	
D	beob.	ber.	D	beob.	ber.	D	beob.	ber.
1	2,338	2,623	0,2	(1,325)		0,2	0,878	1,026
2	4,603	4,204	0,4	1,145	1,140	0,4	1,267	1,154
3	6,139	5,971	0,6	1,303	1,325	0,6	1,351	1,325
4	7,934	7,799	0,8	1,541	1,547	0,8	1,540	1,533
5	9,345	9,653	1,0	1,777	1,792	1,0	1,713	1,764
			1,2	2,121	2,052	1,2	2,025	2,011
			1,4	2,276	2,392			

Appel 4)			Jahn 5)			Geiß 6)		
0,2	1,187	1,191	0,3	1,321	1,331	0,3	0,555	0,538
0,3	1,187	1,219	0,5	1,514	1,573	0,5	0,591	0,570
0,4	1,334	1,258	0,7	1,942	1,879	0,7	0,606	0,616
0,5	1,219	1,306	0,9	2,331	2,223	0,9	0,613	0,671
0,6	1,446	1,362	1,1	2,558	2,589	1,1	0,721	0,735
0,7	1,388	1,426	1,3	2,944	2,971	1,3	0,845	0,805
0,8	1,495	1,498						

Krause 7)			Volkm. 8)		
0,3	1,254	1,308	0,4	(2,908)	
0,5	1,296	1,310	0,6	2,980	2,921
0,7	1,340	1,314	0,8	3,618	3,681
0,9	1,380	1,319	1,0	4,487	4,473
1,1	1,367	1,324	1,2	5,198	5,282
1,3	1,265	1,331	1,4	6,144	6,101

Unstreitig wird man die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung im Ganzen sehr befriedigend finden. Auf eine eingehendere Discussion in dieser Hinsicht komme ich in meinen Gegenbemerkungen gegen Müller unter C No. 2.

Die in der Tabelle S. 347 unmittelbar aus den Beobachtungen erhaltenen Werthe V, W sind Summen, welche für je μm Beobachtungen gelten, so wie es zum Vergleich zwischen Rechnung und Beobachtung nöthig war, da die Beobachtungen S auch für je μm Werthe gelten. Aber da die m und μ und mithin $m\mu$ für die verschiedenen Reihen allgemeingesprochen verschieden sind, so sind V und W, um an sich selbst

für die verschiedenen Reihen vergleichbar zu werden, ganz eben so wie die W bei den Versuchen mit großen Distanzen nach S. 338 f. zu behandeln, um Werthe für 1 Beobachtung oder, wie ich vorgezogen habe, für je 100 Beobachtungen, und corrigirt wegen Endlichkeit des m, zu erhalten; d. h. die Werthe von V und W der Tabelle so wie ihre wahrsch. Fehler sind mit $\frac{100}{m\mu}\sqrt{\frac{m}{m-1}}$ zu multipliciren. Die solchergestalt reducirten Werthe heißen V_1, W_1 und sind in der nächstfolgenden Tabelle gegeben. In den „Elem." I. 228 habe ich zur Vergleichbarkeit der V für die verschiedenen Reihen noch eine Reduction derselben auf die Sehweite $333 + 7 = 340$, bei welcher Volkmann beobachtete, hinzugefügt, indem ich sie mit $\frac{340}{\text{Sehw.} + 7}$ multiplicirte. Diese Reduction gründete sich auf die Voraussetzung der Natur der Volkmannschen Constante, ist aber hier beiseite gelassen, und V eben so wie schon früher W als ein von der absoluten Sehweite unabhängiger Verhältnißwerth angenommen; einmal da nach der, nicht mehr festgehaltenen, Ausgangshypothese kein theoretischer Grund vorliegt, V anders als W in betreffender Beziehung zu behandeln, zweitens da die ohne solche Reduction berechneten Werthe V_1 der Tafel sich enger aneinanderschließen, als wenn man die Reduction auf gleiche absolute Sehweite vornimmt, was übrigens jedem noch frei stünde nach den dazu gebotenen Datis zu thun.

V_1, W_1, nach Reduction auf 100 Beobachtungen, und corrigirt wegen Endlichkeit des m.

	V_1	w	W_1	w
Volkmann 1) . .	0,9116	0,1641	0,9545	0,0213
Volkmann 2) . .	0,8201	0,0255	1,2781	0,0192
Appel 3)	0,7915	0,0395	1,157	0,0482
Appel 4)	0,6146	0,0171	0,6152	0,0531
Jahn 5)	0,6301	0,0220	1,129	0,0188
Geiß 6)	0,2392	0,0303	0,2181	0,0135
Krause 7) . . .	0,7029	0,0147	0,1040	0,0958
Volkm. (vert.) 8) .	0,7545	0,0539	2,222	0,0205

Sehr auffällig sind die exceptionell kleinen Werthe V_1 und W_1 bei Geiß 6). Davon, daß sie nicht von Rechnungsirrthümern abhängen, kann man sich nicht nur durch Nachrechnen überzeugen, sondern kann auch aus der Tabelle der Beobachtungen S. 348 durch Vergleich mit Jahn 5) und Krause 7), die nach Tab. S. 346 unter ziemlich gleichen Umständen beobachtet haben, sich von dem viel geringeren Werthe der S bei Geiß

überzeugen. Im Allgemeinen stehen sich die V_1 der verschiedenen Reihen verhältnißmäßig näher als die W_1; wechseln aber doch auch nicht nur nach den Beobachtern sondern nach den Reihen derselben Beobachter. Vergl. 1) mit 2) und 3) mit 4). Die V_1 der verticalen Distanzen 8) schließen sich denen der horizontalen 1) bis 7) nahe an, wogegen die W_1 außerordentlich viel größer sind, wie denn auch Volkmann selbst der schwierigeren Schätzung bei verticaler Distanz gedenkt. Daß die Appelschen Reihen 3) und 4) sowohl in den Ergebnissen für V_1 als W_1 so stark von einander abweichen, kann wenigstens zum Theil auf die geringe Zuverlässigkeit der Reihe 4) geschrieben werden, sofern solche nach Tabelle S. 348 große Unregelmäßigkeiten darbietet.

B) Versuche nach der Methode der eben merklichen Unterschiede.

a) Von mir.

Auf die beiläufig angestellte kleine Versuchsreihe in „Elem." I. 233 (von Müller p. 206 wiedergegeben) will ich hier nicht zurückkommen, da sie zwar ganz gut in das Webersche Gesetz hineintritt, aber zu keinen Maßbestimmungen für den e. m. U. führt.

b) Von Volkmann und Krause (mikrometrisch).

Die Versuche sind mit Hülfe des Schraubenmikrometers bei 200 Mill. Sehweite nach folgendem Verfahren angestellt. „Es wird eine Normaldistanz unter abwechselnd linker und rechter Raumlage dazu benutzt, eine Fehldistanz herzustellen, welche, wiederum abwechselnd, um ein Minimum größer oder kleiner erscheint." Die erhaltenen Differenzen zwischen Normaldistanz und Fehldistanz sind für die zu kleinen und zu großen Fehldistanzen folgends gesondert und ihre respectiven Summen als $+$ S und $-$ S aufgeführt.

Volkmann (p. 131) stellte bei 5, Krause (p. 129) nur bei 3 Distanzen je 80 Versuche für jede Distanz, nämlich 40 bei rechter, 40 bei linker Raumlage der Normaldistanz an. Von diesen 40 Versuchen diente die Hälfte zur Herstellung zu großer, die andere Hälfte zur Herstellung zu kleiner Distanzen. Um den eben merklichen Unterschied für jede Distanz zu haben, würde jede der folgenden Zahlen $\pm$ S noch mit 40 zu dividiren sein.

Die den beobachteten $\pm$ S zugefügten berechneten S bei den Volkmannschen Versuchen sind nach der Voraussetzung erhalten, daß jedes S eine mit D proportionale Summe eben merklicher Unterschiede plus

einer positiven Constante sei, also S = DU + c, wo U die Summe der e. m. Unterschiede von je 40 Versuchen für die Einheit der Distanz, c die Constante bedeutet.

Die Berechnung der Werthe U, c geschah nach der Methode der kl. Qu., doch ist der unten eingeklammerte Werth von — S bei D = 1,2 wegen gänzlichen Herausfallens aus dem regelmäßigen Gange der Reihe von der Berechnung des U, c ausgelassen. Mit Rücksicht hierauf wurde erhalten bei Volkmann

	U	c
für + S	+ 1,107 ± 0,127	1,433 ± 0,315
für — S	+ 1,368	0,5295

Bei Krause läßt sich U wegen merklichen Verschwindens gegen c nicht bestimmen; c aber ist im Mittel = 0,578 für + S und 0,556 für — S.

Folgendes die Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werthe.

Volkmann Nr. 80					Krause Nr. 79		
	+S		—S				
D	beob.	ber.	beob.	ber.	D	+S beob.	—S beob.
0,3	1,200	1,765	0,917	0,940	0,5	0,589	0,554
0,6	1,911	2,097	1,347	1,350	0,9	0,576	0,529
1,2	3,078	2,761	(3,022)	(2,175)	1,3	0,569	0,585
2,4	5,001	4,082	3,864	3,813			
4,8	6,272	6,747	7,069	7,096			

Im Allgemeinen zeigt sich, daß die Werthe für die eben merklichen Unterschiede S, um die sich's hier handelt, einen ganz ähnlichen Gang befolgen, als die mittleren Zahlen S, um die sich's unter A. b. handelte. Es bleibt aber zweifelhaft, ob durch die einfache Einführung einer Constante c, wie solche für die Berechnung zu Grunde gelegt wurde, dem Weberschen Gesetz für die U Genüge geleistet werden könne; da für + S Rechnung mit Beobachtung ziemlich schlecht, für — S zwar sehr gut aber doch mit Ausnahme eines Werthes unter fünfen stimmt.

Die Constante c ist bei Volkmann für + S fast dreimal so groß als für — S. Daß dies aber nichts Allgemeingültiges ist, zeigen die Krauseschen Werthe, sofern hier c für — S und + S fast gleich ist.

c) Von Chodin.

Auch Chodin hat 2 Versuchsreihen nach der Methode d. e. m. U. angestellt; deren Resultate im Ganzen mit dem Gange seiner oben angeführten nach der Methode der m. F. erhaltenen Resultate stimmen, dagegen entsprechend als diese abweichen von dem Gange der Resultate von Volkmann und seinem Mitbeobachter Krause.

Sein dem obigen (S. 340) sich anschließendes Verfahren war dieses: Zu beiden Seiten der wie oben verzeichneten horizontalen Distanz wurde „nicht eine ihr gleiche, sondern eine um eine erkennbare Differenz größere oder kleinere Linie gezeichnet", und die Gesammtsumme der erhaltenen positiven und negativen Unterschiede, bei Rechtslage und Linkslage, addirt.

Nachdem diese Summe für jede Distanz erstens durch die Zahl der dabei angestellten Versuche, zweitens durch die Distanz selbst dividirt worden, wurden dadurch folgende Werthe des relativen eben m. U. erhalten:

D	2,5	5	10	20	40	80	160
Nr. 4	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{29}$	$\frac{1}{37}$	$\frac{1}{53}$	$\frac{1}{44}$	$\frac{1}{39}$	$\frac{1}{43}$
Nr. 5	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{57}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{30}$

Natürlich tragen sich die schon oben gemachten Einwände gegen die früher angeführten Versuche auf diese über. Auch hier aber kann man bemerken, daß bei der Reihe No. 4 die Werthe von D = 10 bis 160 eher zur Bestätigung als Widerlegung des Weberschen Gesetzes in diesen Grenzen dienen könnten, indeß allerdings die Reihe No. 5 entschieden widerspricht.

d) Von Wundt über Änderungen der Convergenzstellung der Augen.

Wundt giebt in s. „Physiol. Psychol." II. 94 folgende Versuche, mit manchen Erläuterungen und Folgerungen, die ich hier übergehe, sofern uns hier bloß die Bestätigung interessirt, welche das Webersche Gesetz in der nahen Constanz der folgends mit v bezeichneten relativen eben merklichen Unterschiede in der Convergenzstellung der Augen erfährt. Seine Angaben lauten wörtlich wie folgt:

„Man blicke durch einen in einem aufrecht stehenden Brett angebrachten horizontalen Schlitz mit beiden Augen nach einer weißen Wand in der Ferne. Zwischen dieser und den Augen werde ein vertical aufgehängter und durch ein Gewicht gespannter schwarzer Faden hin- und

hergeschoben. Derselbe befinde sich in der Medianebene, so daß sich die beiden Augen in symmetrischer Convergenz auf ihn einstellen. Man bestimmt nun in den verschiedensten Distanzen vom Auge durch kleine Verschiebungen des Fadens diejenige Convergenzänderung, bei welcher eben die Annäherung oder Entfernung bemerkt wird. Die Resultate solcher Versuche sind in der folgenden kleinen Tabelle enthalten, in welcher unter S die absolute Entfernung des Fadens vom Beobachter, unter A die eben merkliche Verschiebung desselben in Centimetern verzeichnet ist; s giebt die zu S gehörigen Werthe des Winkels an, den jede Gesichtslinie mit der horizontalen Verbindungslinie beider Drehpuncte bildet, a die aus A berechneten kleinen Änderungen dieses Winkels; die letzte Reihe v enthält das Verhältniß der eben merklichen Annäherung zur absoluten Entfernung.

S	s	A	a	v
180	89° 2,5′	3,5	68″	1/50
170	88° 59′	3	66″	1/55
160	88° 55,5′	3	73″	1/54
150	88° 51′	3	85″	1/48
130	88° 40,5′	2	74″	1/64
110	88° 26′	2	104″	1/54
80	87° 51′	2	199″	1/39
70	87° 32,5′	1,5	193″	1/45
60	86° 34′	1	252″	1/50

Hiernach nimmt mit zunehmender Convergenz die absolute Winkelverschiebung der Gesichtslinie, welche noch bemerkt werden kann, bedeutend zu, die unter v verzeichnete relative Änderung zeigt dagegen sehr geringe Schwankungen, so daß man, mit Rücksicht auf die Ungenauigkeiten der Methode, die Beobachtungen wohl als hinreichend im Einklange stehend mit dem Weberschen Gesetze betrachten kann."

e) Gegenbemerkungen gegen Müllers Kritik.

1) Da ich „In Sachen" nicht auf den Versuch zurückgekommen bin, die Abweichungen vom Weberschen Gesetze bei den mikrometrischen Augenmaßversuchen durch Zerlegung des mittl. Fehlers in eine Constante und eine den Distanzen proportionale Variable zu beseitigen, glaubt Müller (Rec. p. 308) daraus schließen zu können, daß ich diesen Versuch jetzt selbst als „unzutreffend" ansehe. Das ist aber nichts weni-

ger als der Fall; ich hatte nur dort keinen Anlaß darauf zurückzukommen. Müller aber erklärt sich seinerseits gegen diese Zerlegung aus Gründen, die folgends zur Sprache kommen.

2) Müller behauptet (p. 213): a) daß, wenn man in der S. 348 unter Nr. 1 angeführten Volkmannschen mikrometrischen Versuchsreihe, wo die Distanzen 1, 2, 3, 4, 5 Mill. betrugen, die Volkmannsche Constante V und Webersche Variable W nach der Methode der kl. Qu. berechnet, „die gefundenen Größen durchaus nicht mit denjenigen Werthen übereinstimmen, die sich aus der von Fechner behandelten Versuchsreihe Volkmanns [d. i. Nr. 2 auf S. 348] ergeben", bei welcher die Hauptdistanzen 0,2 bis 1,4^{mm} betrugen, und b) daß, wenn man nach den, aus erster Reihe abgeleiteten V, W rückwärts die zu den verschiedenen Distanzen der Reihe zugehörigen Summen oder mittleren Fehler berechnet, „sich so bedeutende Abweichungen der beobachteten und berechneten mittleren Fehler zeigen, daß die Untriftigkeit der Zerlegung des mittleren Fehlers in jene zwei Componenten ganz außer Zweifel stehe." Und letzteres kategorische Urtheil wird dann auch von ihm auf keinen anderen Grundlagen in Rec. p. 809 wiederholt.

Hiegegen zunächst Folgendes:

Es lagen Müllern eben so wie mir nicht bloß 2, sondern 8 mikrometrische Reihen Volkmanns und seiner Mitbeobachter (s. S. 348) vor; warum hat sich Müller bloß an zwei (Nr. 1 und 2) gehalten, von denen noch dazu die eine (d. i. Nr. 1) an sich ungeeignet ist, über den Werth von V eine nur einigermaßen sichere Auskunft zu geben, weil V gegen DW hier fast verschwindet. Waren die Resultate dieser Reihen etwa so schlagend, um so absprechende Behauptungen aufzustellen. Das Gegentheil wird aus folgenden Specialangaben erhellen, indeß Müller von solchen überhaupt abstrahirt hat.

Zuvörderst finde ich meinerseits, nach der sichersten Anwendung der Methode der kl. Qu., daß die Behauptung a) Müllers geradezu irrig ist. Die auf vergleichbare Werthe für die verschiedenen Reihen reducirten V_1, W_1 sind nach S. 349 für

	V_1	W_1
Nr. 1	$0{,}9116 \pm 0{,}1641$	$0{,}9545 \pm 0{,}0213$
Nr. 2	$0{,}8201 \pm 0{,}025$	$1{,}2781 \pm 0{,}0192$

Nun ist bemerktermaßen V_1 aus Reihe 1) überhaupt nicht genau bestimmbar, daher der verhältnißmäßig große w. Fehler für das V_1 der Reihe 1), durch dessen Größe der Unterschied zwischen V_1 bei 1) und 2)

in der That mehr als gedeckt wird. Auf eine Constanz des Werthes der Variable W_1 aber ist in Versuchsreihen, die von derselben Person zu verschiedenen Zeiten angestellt werden, überhaupt nicht sicher zu rechnen, wie denn z. B. Solger nach einer Reihe 1,007, nach einer anderen 0,8772 fand; wogegen aber das W_1 der mikrometrischen Reihe 1) von Volkmann 0,9545 ganz nahe mit den W_1 der nicht mikrometrischen Reihen Volkmanns I, II auf S. 339 zusammenfällt, welche respectiv 1,094 und 1,004 sind.

Weiter aber ist auch die Behauptung Müllers b) unrichtig, wie sich nach dem Vergleiche zwischen Beob. und Ber. in der Tabelle S. 348 findet. Schon bei 1) selbst kann man die Zusammenstimmung zwischen Beob. und Ber. nicht zu schlecht finden; möchte sie aber wegen etwas starker Abweichungen bei D = 2 u. 5 noch Zweifel lassen, ob das angewandte Princip der Zerlegung statthaft sei, so boten sich zur Entscheidung dieses Zweifels nun eben die anderen, von Müller in dieser Hinsicht unberücksichtigt gelassenen, Versuchsreihen von 2) bis 8) dar. Man durchlaufe diese Reihen auf der Tabelle S. 348 und man wird namentlich bei 2, 5, 8 eine durchgehends nahe Übereinstimmung zwischen Beob. und Ber. finden. Daß bei manchen Reihen überhaupt einzelne starke Abweichungen zwischen Beob. und Ber. vorkommen, kann bei der Natur dieser Beobachtungen nicht befremden, und erklärt sich fast überall schon aus offen vorliegenden Unregelmäßigkeiten im Gange der beobachteten Werthe, welchen natürlich die Rechnung nicht nachkommen kann. So folgen bei Appel 4) und Krause 7) mitunter kleinere S auf größere S, was der Natur der Sache nach bei guten und hinreichend zahlreichen Beobachtungen nicht sein kann, und bei Geiß 6) findet von D = 0,9 zu D = 1,1 ein Sprung in den beob. S statt. Durch alle diese Unregelmäßigkeiten durch aber bleibt doch die sehr nahe Übereinstimmung zwischen Beob. und Ber. in weit den meisten Werthen und hiemit im allgemeinen Gange der Werthe sichtbar.

Sollte das von Müller angefochtene Rechnungsprincip nicht richtig sein, so müßte man namentlich bei den kleinsten und größten D eine Abweichung zwischen Beobachtung und Rechnung in constanter Richtung erwarten. Aber unter den 8 Reihen sind bei den kleinsten D 3 mal die beobachteten, 5 mal die berechneten Werthe im Übergewicht, die Summe der ersten ist 11,658, die der zweiten 11,993. Bei den größten D überwiegen 3 mal die beobachteten, 4 mal die berechneten, und 1 mal ist der Unterschied merklich verschwindend; die Summe der beobachteten ist hier 26,339, die der berechneten 26,847, und der Unterschied zwischen diesen

beiden Zahlen fällt fast ganz auf 1), was Müller unglücklicherweise zum maßgebendsten gemacht hat.

Alles dies zusammengenommen, kann ich der auf eine unvollständige Untersuchung gestützten Erklärung Müllers gegenüber, daß die Unrichtigkeit meines Zerlegungsprincipes „ganz außer Zweifel" gestellt sei, nur die Gegenerklärung aufstellen, daß die Richtigkeit derselben durch eine vollständige Discussion der vorliegenden Thatsachen unter Zuziehung der genauesten Rechnungsmethoden so gut gesichert sei, als es nach der Natur dieser Versuche nur verlangt werden kann. Und möge Müller selbst versuchen, ob er durch Vervollständigung der Untersuchung und eigene Rechnung zu anderen Resultaten und Schlüssen kommen kann.

3) Auf p. 213 bemerkt Müller „es sei zu berücksichtigen, daß nach den späteren Augenmaßversuchen Volkmanns der relative Werth des mittleren Fehlers nicht bloß bei Vergleichung sehr kleiner Distanzen, sondern auch bei Benutzung größerer Distanzen von 1 bis 60$^{\mathrm{mm}}$ . . . mit der Größe der Hauptdistanz zunehme." Hiemit kann Müller bloß die, unter Volkmanns Leitung angestellten, Solgerschen Versuche meinen, welche S. 338 angeführt sind, bei denen man aber abgesehen von den zwei ersten Distanzen bei III und der ersten bei IV nur von einer Zustimmung zum Weberschen Gesetze durch merkliche Constanz von $\frac{S}{D}$ sprechen kann. Gegen die etwas zu großen Werthe von $\frac{S}{D}$ bei den kleinsten Distanzen aber nimmt $\frac{S}{D}$ mit wachsender Distanz nicht zu, wie Müller sagt, sondern ab, wie man sich auf S. 338 überzeugen kann.

4) Müller verwirft meine in den „Elem." gegebene Deutung der Volkmannschen Constante, schon deßhalb, „weil es [nach anderweiten Thatsachen] kaum einem Zweifel unterworfen ist, daß jede genauere Vergleichung zweier Raumgrößen, Linien, Winkel oder Flächen Augenbewegungen zu Hülfe nimmt und im Grunde nur eine Vergleichung der, die Augenbewegungen begleitenden, Muskelempfindungen ist." Letzteres nun vermuthe ich selbst und habe es schon anderwärts ausgesprochen. Aber dies würde ja an sich gar nicht hindern, daß dieser, mit den Distanzen variirende Haupteinfluß sich mit einem von den Dimensionen der Netzhautelemente abhängigen kleinen Nebeneinflusse complicirte. Inzwischen habe ich schon angegeben, daß ich jene früher aufgestellte Hypothese über den Grund der Constante V, der aber die Thatsache derselben nicht alterirt, aus anderen Gründen habe fallen lassen.

5) Bei den S. 350 angeführten Versuchen Volkmanns nach der Methode d. e. m. U. vermag Müller (p. 207) „den Nutzen des Wechsels im Vorzeichen des e. m. U. nicht einzusehen. Man pflege im Allgemeinen die zu einer Reizgröße r zugehörige Unterschiedsempfindlichkeit in der Weise zu messen, daß man dieselbe dem eben merklichen Zuwuchse S zu der gegebenen Reizstärke, nicht aber dem oben gegebenen Decremente d derselben reciprok setze, welches als der eben merkliche Zuwuchs zu der geringeren Reizstärke r — d im Allgemeinen etwas kleiner sei. Man führe daher streng genommen ein neues Maß der U. E. ein, wenn man dieselbe mit Volkmann dem Mittelwerthe von S und d reciprok setze."

Hiebei aber scheint mir Müller zu übersehen, daß schon, wenn man einseitig S als e. m. Zuwuchs zur Distanz r bestimmt hat, man eben so gut umgekehrt das gefundene S als Decrement bezüglich der dabei gewonnenen Distanz S + r betrachten kann, ohne damit ein neues Maß der U. E. einzuführen. Es ist nur eine einseitige psychische und experimentelle Richtung des Vergleichs, wenn man die Sache in erster Weise nimmt, und Volkmann hatte also ganz recht, für Compensation constanter Fehler den Versuchen mit + S solche mit — S zuzufügen. Nur hat sich nach meinen obigen rechnenden Behandlungen seiner Versuche gezeigt, daß der constante Fehler für + S und — S so verschieden ist, daß es zweckmäßiger ist, beide besonders als vereinigt zu berechnen.

6) Müller findet (p. 206) die Resultate meiner S. 350 angeführten Versuchsreihe „nach den Ausführungen von §. 26ff. [seiner Schrift] zu einer Prüfung des Weberschen Gesetzes wenigstens zur Zeit ganz unbrauchbar", und geht daher auf diese Versuche nicht weiter ein. Ich glaube aber, nach dem, was sich im VII. Abschn. gegen Müllers Auffassung der Methode der m. F. in s. §. 26 ff. hat sagen lassen, daß meine Versuche in betreffender Hinsicht noch jetzt so gut sind, als vorher.

7) Auf p. 209 bemerkt Müller, daß Chodin „nach dem Vorgange Volkmanns den mittleren Werth der reinen variabeln Fehler mit dem größten verkennbaren Unterschiede identificire, der sich selbstverständlich ganz so verhalten müsse, wie der kleinste erkennbare Unterschied."

Aber weder bei Chodin noch Volkmann finde ich etwas von dieser Identificirung. Der eine wie der andere untersucht nur die Frage des Weberschen Gesetzes bezüglich des einen wie des anderen Werthes, ohne irgendwie zu erklären oder indirect erkennen zu lassen, daß er beide für dasselbe halte.

8) Müller kommt (p. 210) beim Vergleich der Chodinschen Versuche mit den Volkmannschen auf die unstreitig unrichtige Auffassung der Weise, wie Volkmann bei der Methode der m. F. verfahren sei, zurück, worüber schon S. 117 das Nöthige gesagt ist.

9) Nicht minder kommt er darauf zurück (p. 209. 211. 213), daß die nach der Methode d. m. F. angestellten Augenmaßversuche nur nach Maßgabe für das Webersche Gesetz geltend gemacht werden können, als der dabei erhaltene mittlere Fehler proportional mit der Unterschiedsschwelle (oder dem dieselbe vertretenden e. m. U.) bei den verschiedenen Distanzen gehe, wogegen meine Bemerkungen im II. Abschnitte laufen.

Dabei giebt Müller zu (p. 209), daß die vorhandenen Versuche, in so weit sie einen Anhalt zum Vergleiche bieten, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen einen ähnlichen Gang für beide beweisen. In der That scheinen die mikrometrischen Versuche Volkmanns und Krauses unter A. b. in dieser Hinsicht zu einem Vergleich mit den mikrom. Versuchen derselben Beobachter unter B. b. angethan. Nur können die Versuche Krauses deßhalb hier nicht mitzählen, weil sie nach beiden Methoden übereinstimmend nur beweisen, daß die von den Distanzen abhängige Componente der m. F. eben so wie die der e. m. Unterschiede für Krause bei sehr kleinen Distanzen merklich gegen die unabhängige verschwindet; wogegen die Volkmannschen Versuche aus anderem Grunde keine sichere Entscheidung geben. Da Müller beim Vergleich von einer Zerlegung der erhaltenen Werthe in zwei Componenten abstrahirt, so fällt für mich eine Bedeutung seines Vergleiches überhaupt weg.

XXVIII. Notizen zu meinen Gewichtsversuchsreihen.

In den Jahren 1855—1858 habe ich eine Anzahl größerer Gewichtsversuchsreihen nach der Methode d. r. u. f. F. angestellt, von welchen in „Elem." I. p. 93 ff., 182 ff. und 305 ff. theils Rechenschaft im Allgemeinen gegeben ist, theils Resultate daraus insbesondere in Bezug auf das Webersche Gesetz und Parallelgesetz angeführt sind, ohne daß es bis jetzt zur Veröffentlichung der speciellen Versuchsdata selbst und einer Discussion derselben, woraus sich noch manche anderweite Resultate ziehen ließen, gekommen ist. Nun ist zwar mein Vorhaben, nach

Vollendung dieser Schrift noch an eine solche Veröffentlichung zu gehen; nur fraglich, ob das vorgeschrittene Alter und der Zustand meiner Augen es gestatten wird. Da ich nun doch mehrfach in dieser Schrift Anlaß gehabt habe, auf diese Versuche Rückgang nach Beziehungen zu nehmen, welche in den „Elementen" noch nicht zur Sprache gekommen sind, so will ich, damit diese Bezugnahme hier nicht so zu sagen in der Luft zu schweben scheint, wenigstens die wesentlichsten Umstände der einzelnen Versuchsreihen hier registriren, indem ich betreffs der Weise, wie im Allgemeinen damit operirt ward, auf die „Elemente" verweisen muß. Im Allgemeinen geschah es so, daß jeder der vergleichungsweise mit andern zu prüfenden Umstände, als Größe der Hauptgewichte, Zusatzgewichte, hebende Hand, zeitliche Bestimmungen, gleich oft in methodischem Wechsel, auf- und absteigend, in den Versuch genommen wurde, und die Zeit- und Raumlagen so methodisch gewechselt wurden, um eine Elimination der constanten Fehler zu gestatten. Zur Registrirung der betreffenden Umstände werde ich noch eine Übersicht über die danach sich ändernde Vertheilungsweise der r, f, z fügen, ohne aber auf Berechnung der t daraus einzugehen, als welche füglich nicht aus den hier summirten Zahlen, sondern fractionsweise zu geschehen hätte.

Ich hatte die Absicht, die angestellten Versuche noch zu erweitern, nämlich theils die, folgends unter Nr. 4 und 5 registrirten, Versuche über die Hebungsdauer und über die Zwischenzeit zwischen den beiden Hebungen jeder Doppelhebung auf eine größere Zahl zu bringen, theils Versuche mit Variation der Zwischenzeit zwischen den einzelnen Doppelhebungen, endlich solche mit Variation der Hebungshöhe (welche bisher überall 2 Zoll 9 Lin. paris. betrug) vorzunehmen; doch ist es nicht dazu gekommen.

Hiezu noch folgende Bemerkungen. Der Apparat, dessen ich mich zu den Versuchen bedient habe, ist jetzt nicht mehr in meinen sondern Müllers Händen. Er könnte künftig noch einmal in andere Hände übergehen, und damit Anlaß entstehn, mir bei Nachprüfung der Bleigewichte, welche mit der Zahl der Grammen, die sie wiegen, bezeichnet sind, Ungenauigkeiten vorzuwerfen, da einige nicht genau das betreffende Gewicht haben mögen, und, wie ich ausdrücklich bemerke, vor neuen Versuchen damit wirklich der Nachprüfung und nöthigenfalls Correctur bedürfen. Dies hängt so zusammen. Als ich den Apparat mit den Gewichten vom Mechanicus erhielt, fand ich, bei sorgfältiger Nachprüfung, daß einige Gewichte ein wenig zu groß, andere ein wenig zu klein gegen das richtige Gewicht waren. Die ersten corrigirte ich selbst durch Nachfeilen, die anderen bei den Versuchen durch Zufügung kleiner Staniolblättchen. So sind alle meine Versuche, von denen in den „Elementen" die Rede, angestellt. Vor der beabsichtigten Fortsetzung der Versuche gab ich, um mir das Zulegen von Staniolblättchen zu ersparen, die zu kleinen Gewichte dem Mechanicus zurück, um sie durch Zufügung von etwas Blei auf das richtige Gewicht zu bringen; aber ich kann nicht dafür stehen, daß dies richtig geschehen sei, da es wie

gesagt nicht zu den vorgehabten neuen Versuchen und hiemit auch nicht zu der Nachprüfung gekommen ist. Manche Gewichte können daher wohl noch etwas unrichtig sein.

Auch möchte ich bei dieser Gelegenheit nicht unterlassen, nachträglich zu bemerken, daß die sinnreiche Einrichtung, vermöge deren die Gewichtsapparate sich frei drehbar um horizontale Axen bei der Hebung von selbst nach der Schwere orientiren, nicht eine Sache eigner Erfindung ist, sondern daß ich dieselbe einem Vorschlage Volkmanns verdanke.

Die Zahl der Fälle ist folgends nicht wie in den „Elem." nach der Zahl der einfachen Hebungen, sondern Doppelhebungen bestimmt, also gegen die Angaben in den „Elem." nur halb so groß. Jeder Fall fordert nämlich eine Doppelhebung, d. i. Hebung des einen und anderen Gewichts. P bedeutet das kleinere, das Hauptgewicht, D das Zusatzgewicht, dessen Größe folgends nicht nach absolutem Werthe, sondern in Verhältniß zu P angegeben ist. Vorzugsweise oft wird D = 0,04 P und = 0,08 P gebraucht. Als Einheit der Gewichte dient der Gramme.

Einhändige Versuche sind solche, wo beide Gewichte mit derselben Hand gehoben werden, zweihändige solche, wo das eine Gewicht mit der einen, das andere mit der anderen Hand gehoben wird. Die einhändigen Versuche aber sind stets ganz vergleichbar und in gleicher Anzahl mit der Linken (L) und der Rechten (R) angestellt, was nicht mit zweihändig in vorigem Sinne zu verwechseln ist.

Der Hauptversuchsreihen sind 8, davon 5 einhändig, 3 zweihändig. In jeder Hauptreihe sind an jedem Versuchstage gleichviel Versuche unter den, in „Elem." I. 97 ff. angegebenen, Normalverhältnissen (wo keine Ausnahme bemerkt ist) angestellt. Außer diesen Hauptreihen mit gegebenen D's sind noch 3 Nebenreihen ohne D, d. i. mit 2 gleichen Gewichten, vergleichbar mit den Hauptreihen Nr. 1, 2 und 6 angestellt, indem sie an besonderen Tagen zwischen die Versuchstage der Hauptreihe eingeschaltet wurden. Die Versuche dieser Nebenreihen so wie einiger, ebenfalls als Nebenreihen zu betrachtenden, Ermüdungsreihen sind folgends bei den 8 Hauptreihen nicht mit gezählt, die Nebenreihen ohne D aber zuletzt noch besonders berücksichtigt.

Bei der, folgends zwar nicht vorgenommenen, aber den anderwärts in dieser Schrift angeführten Resultaten zu Grunde liegenden, rechnenden Behandlung der Reihen habe ich dieselben neuerdings stets auf n = 64 Doppelhebungen fractionirt.[1]) Unter Σn aber wird die Totalzahl aller

---

1) Dies n = 64 Doppelhebungen ist nicht äquivalent dem n = 64 in dem „Elementen", welches sich auf einfache Hebungen bezieht, sondern entspricht einem n = 128 der „Elemente".

Fälle einer Reihe oder einer größere Abtheilung derselben verstanden. Die Totalreihe theilt sich bei einhändigem Verfahren zwischen L und R, und bei verschieden großen D's zwischen diesen in gleich große Abtheilungen, nicht minder nach den 4 verschiedenen Zeit- und Raumlagen zur Elimination constanter Fehler, so wie nach Aufsteigen ↑ und Absteigen ↓, wonach endlich noch die Fractionirung auf $n = 64$ zur Berechnung für jedes t übrig bleibt, wenn sie nicht mit voriger Theilung schon erreicht ist. Die einzelnen t's unterscheiden sich je nach den 4 Versuchslagen in t_1, t_2, t_3, t_4, wie in den „Elem." und oben S. 131 f. angegeben ist, zu deren jedem gleich viel Fractionen mit $n = 64$ gehören.

Einhändige Reihen.

No. 1. Oct. und Nov. 1856. 32 Versuchstage. 6 P's = 300, 500, 1000, 1500, 2000, 3000, alle an demselben Tage, ↑ und ↓ aber nach Tagen abwechselnd geprüft. Jedes P mit D = 0,04 P, und 0,08 P, womit von Woche zu Woche gewechselt wurde. $\Sigma n = 12288 = 192 \cdot 64$. („Elem." I. 193).

No. 2. Dec. 1858 und Jan. 1859. 16 Versuchstage. 2 P's = 2000 und 3000, jedes P mit D = 0,04 und 0,08. $\Sigma n = 4096 = 64 \cdot 64$.

No. 3. Jan. und Mai 1857 [1]). 64 Versuchstage [2]). Bloß 1 P = 1000, mit 5 D's = 0,015; 0,020; 0,030; 0,040; 0,060. $\Sigma n = 20480 = 320 \cdot 64$. („Elem." I. 311).

No. 4. Juni und Juli 1858. 32 Versuchstage. 1 P = 1000 mit D = 0,04 und 0,08. Statt der sonst normalen Hebungsdauer von 1 Sec. vielmehr 4 Hebungsdauern: $^1/_2$, 1, 2, 4 Sec. Hebungsdauer. $\Sigma n. = 8192 = 128 \cdot 64$. („Elem." I. 306).

No. 5. Juni 1858. 16 Versuchstage 2 P's = 300 und 1000, mit D = 0,04. Statt der sonst normalen Zwischenzeit von 1 Sec. zwischen den Hebungen des einen und anderen Gewichts [3]) 3 Zwischenzeiten: 1, 3, 6 Sec. $\Sigma n = 3072 = 48 \cdot 64$. (Nicht in den „Elem." berücksichtigt).

---

1) In „Elem." steht aus Versehen 1856.

2) In „Elem." sind wegen Einrechnung von 8 zwischenfallenden Nebenreihen ohne D 72 Versuchstage angegeben.

3) d. i. zwischen dem Ende der Niedersetzung des einen und Anfang der Hebung des anderen Gewichtes.

Zweihändige Reihen.

No. 6. Dec. 1856 und Jan. 1857. 16 Versuchstage. 6 P's und 2 D's wie bei Nr. 1; nur daß mit den zwei D's nach je zwei Tagen gewechselt wird. $\Sigma n = 12288 = 192 \cdot 64$. („Elem." I. 193).

Nr. 7. Dec. 1858 und Jan. 1859. 16 Versuchstage. 2 P's und 2 D's wie bei Nr. 2. — $\Sigma n = 4096 = 64 \cdot 64$. („Elem." I. 195. 196.)

Nr. 8. März 1857 und Aug. 1858. 8 Versuchstage. 1 P = 1000 und 5 D's wie bei No. 3. $\Sigma n = 2560 = 40 \cdot 64$. (Nicht in den „Elem." berücksichtigt).

Tab. I.

Zahlen der Σn, Σr, Σf, Σz, in den 8 Hauptversuchsreihen.

	Σn	Σr	Σf	Σz	$\frac{\Sigma z}{\Sigma n}$
Nr. 1	12288	8547	2527	1214	0,0988
„ 2	4096	2929	779	388	0,0947
„ 3	20480	12039	4563	3878	0,1894
„ 4	8192	5567	1563	1062	0,1296
„ 5	3072	1915	691	466	0,1518
„ 6	12288	7860	3172	1256	0,1022
„ 7	4096	2590	1066	440	0,1074
„ 8	2560	1438	736	386	0,1508
Summe	67072	42885	15097	9090	

Man sieht aus der letzten Längscolumne, daß das Verhältniß der Σz zur Totalzahl Σn je nach den Reihen ein sehr verschiedenes ist, vom Einfachen bis fast auf das Doppelte steigt. In allen Reihen aber bleiben die z erheblich gegen die f zurück, obwohl auch hier in sehr verschiedenen Verhältnissen. Doch ist dies Zurückbleiben nichts Nothwendiges. Bei den, nach unserer Methode angestellten Augenmaßversuchen von Boas, wovon S. 144 die Rede war, war z bei concentrirter Aufmerksamkeit ungefähr 3mal so groß als f, bei zerstreuter fast doppelt so groß, indeß sich gegen n das z erstenfalls etwas kleiner als zweitenfalls fand. Und aus der folgenden Tabelle (II) wird sich ergeben, daß auch bei den Gewichtsversuchen z über f hinaus wachsen kann, wenn D nur hinreichend gegen P wächst.

Was die specielle Abhängigkeit von verschiedenen Umständen an-

langt, so geben die Reihen No. 3 und No. 8 in einander entsprechender Richtung für Verhältnißwerthe D gegen P von 0,015 bis 0,060, zusammen folgende Tabelle.

Tab. II.

	Σn	Σr	Σf	Σz
D = 0,015 P	4608	2199	1407	1002
„ 0,020 „	4608	2397	1234	977
„ 0,030 „	4608	2678	1068	862
„ 0,040 „	4608	2922	923	763
„ 0,060 „	4608	3280	660	668

Für D's = 0,04 und 0,08 P lassen sich die Resultate der Reihen No. 1, 2, 4, 6, 7 zusammennehmen, worin diese D's vorkommen, und man in Summa hat:

Tab. III.

	Σn	Σr	Σf	Σz
D = 0,04 P	20480	12437	5653	2390
= 0,08 „	20480	15056	3454	1970

Man sieht aus dieser wie der vorigen Tabelle, daß nach Maßgabe als D gegen P wächst, z in Verhältniß zu n wie r abnimmt, in Verhältniß zu f zunimmt, also auch bei hinreichend großem D überwiegend gegen f werden kann. Die Resultate der beiden vorigen Tabellen sind übrigens nur jede in sich vergleichbar.

Die Untersuchung, wie sich z gegen r und f verhält, wenn D proportional mit P steigt, läßt sich an der einhändigen Reihe No. 1 und zweihändigen No. 6 anstellen. Beide Reihen enthalten gleich viel Fälle und befolgen einen ganz ähnlichen Gang betreffs der z. Werden die Ergebnisse jeder beiden Reihen für 0 = 0,04 und 0,08 P, sowie beider Reihen unter sich addirt, so erhält man folgende Tabelle.

Tab. IV.

P	Σn	Σr	Σf	Σz
300	4096	2527	1101	468
500	„	2563	1107	426
1000	„	2712	969	415
1500	„	2837	866	393
2000	„	2859	840	397
3000	„	2909	816	371
	24576	16407	5699	2470

Man sieht, daß z mit wachsendem P nur wenig in Verhältniß zu f wächst, stärker in Verhältniß zu r abnimmt.

Je nach verschiedener Hebungsdauer = $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4 Sec. bei übrigens eingehaltenen Normalverhältnissen wurden aus No. 4 erhalten bei P = 1000, D = 0,04 und 0,08 P, zusammen für L und R:

Tab. V.

	Σn	Σr	Σf	Σz
D = 0,04 P				
$\frac{1}{2}$ Sec.	1024	661	200	163
1 „	„	624	246	154
2 „	„	590	277	157
4 „	„	569	266	189
D = 0,08 P				
$\frac{1}{2}$ Sec.	„	751	150	123
1 „	„	758	176	90
2 „	„	776	158	90
4 „	„	838	90	96

Der Gang der Zahlen ist verschieden für D = 0,04 und 0,08. Nimmt man sie aber für beide D's zusammen, so scheinen jedenfalls die Resultate für 1 Sec. und 2 Sec. wesentlich dieselben zu sein.

Für die Änderung der Zwischenzeit zwischen den beiden Hebungen einer Doppelhebung bei übrigens beibehaltenen sog. Normalverhältnissen fand sich nach No. 5, mit D = 0,04 bei P = 300 und 1000, für Linke und Rechte zusammen:

Tab. VI.

	Σn	Σr	Σf	Σz
P = 300				
1 Sec.	512	319	127	66
3 „	„	333	105	74
6 „	„	295	119	98
P = 1000				
1 Sec.	„	325	105	82
3 „	„	324	119	69
6 „	„	319	116	77

Die z für P = 300 und P = 1000 befolgen einen sehr abweichenden Gang. Bei größeren Σn als 512 für jede der drei Zwischenzeiten dürften sich vielleicht regelmäßigere Resultate ergeben haben. Addirt man die Resultate für P = 300 und 1000, so findet sich für z bei den drei Zwischenzeiten respectiv 148, 143, 175 und scheint also z nur bei größeren Zwischenzeiten erheblich zu wachsen.

Die Änderungen je nach ↑ oder ↓ mit den Gewichten, wozwischen von 1 Versuchstag zum anderen gewechselt wurde, lassen sich nach der einhändigen Reihe Nr. 1 und zweihändigen No. 6 verfolgen. Zur Abkürzung gebe ich folgends nur die Σr und Σz an, welche sich mit den Σf zu je n = 1024 ergänzen. Die Werthe für D = 0,04 und 0,08 P, für L und R, sind folgends zusammengezogen.

Tab. VII.

	Einh. Nr. 1				Zweih. Nr. 6			
	Σr ↑	Σz ↑	Σr ↓	Σz ↓	Σr ↑	Σz ↑	Σr ↓	Σz ↓
300	685	103	631	127	599	128	612	110
500	686	111	660	113	590	100	627	102
1000	690	97	738	89	629	119	655	110
1500	737	93	745	98	670	109	685	93
2000	745	84	729	116	692	103	693	94
3000	745	96	756	87	716	92	692	96
	4288	584	4259	630	3896	651	3964	605

Die Reihen Nr. 1 und Nr. 6 weichen, wie man sieht, im Einflusse von ↑ und ↓ namentlich bei den kleinsten P sehr von einander ab, ohne daß dies scheint auf Zufälligkeiten geschrieben werden zu können.

Die Unterschiede je nach L und R betreffen natürlich bloß die einhändigen Reihen No. 1 bis 5, und geben in Summa folgende Werthe Σr und Σz, welche sich mit dem hier übergangenen Σf zu dem für L wie R insbesondere geltenden Σn ergänzen.

Tab. VIII.

		L		R	
	Σn	Σr	Σz	Σr	Σz
Nr. 1	6144	4207	570	4307	644
„ 2	2048	1490	179	1439	209
„ 3	10240	6031	1749	6007	2129
„ 4	4096	2779	544	2788	518
„ 5	1536	916	256	999	210

Es ist sehr auffällig, daß sich L und R hinsichtlich Σz bei No. 1, 2, 3 entgegengesetzt als No. 4 und 5 verhalten.

Hienach kann es noch ein Interesse haben, wie sich die z zu den Totalzahlen bei den Nebenversuchsreihen mit zwei gleichen Gewichten, also ohne D, verhalten, welche zwischen den Hauptreihen No. 1, No. 3 u. No. 6, vergleichbar damit, in besonderen Versuchstagen eingeschaltet wurden. Eine Unterscheidung von r und f giebt's hier nicht, sondern nur constante Zeit- und Raumfehler. Die Zahlen z für die 4 Zeit- und Raumlagen sind folgends zusammengenommen.

In der zur einhändigen Reihe No. 1 zugehörigen Nebenreihe wurden unter je Σn = 384 Fällen erhalten folgende Zahlen Σz.

Tab. IX.

Werthe Σz bei Σn = 384.

P	↑	↓	L	R	
300	65	56	61	60	Im Mittel ist
500	43	46	38	51	Σz = 0,1342 Σn
1000	48	50	36	62	
1500	46	51	38	59	
2000	58	53	48	63	
3000	53	52	44	61	
	313	308	265	356	
	621		621		

Man sieht, daß die Größe von P, abgesehen vom kleinsten, welches auch sonst in mancher Beziehung abnorme Werthe giebt, so wie ↑ und ↓ keinen erheblichen Unterschied macht, wogegen R viel größere Werthe Σz als L giebt.

Die zur zweihändigen Reihe No. 6 gehörige Nebenreihe gab für je Σn = 256 folgende Σz.

Tab. X.

Σz bei Σn = 256.

P	↑	↓	
300	36	52	Im Mittel ist Σz = 0,1370, Σn, also merklich wie bei der einhändigen Reihe.
500	27	29	
1000	41	28	
1500	36	40	
2000	38	37	
3000	24	33	
	202	219	

Endlich gab die zur einhändigen Hauptreihe No. 3 zugehörige Nebenreihe mit bloß 1 P = 1000 folgende Resultate Σz für L und R, wobei n jedesmal 1216 ist.

Tab. XI.

Σz bei Σn = 1216.

L = 173, R 334

Im Mittel Σz = 0,2084 Σn.

Bei allen drei Nebenreihen ohne D ist $\frac{\Sigma z}{\Sigma n}$ im Mittel größer als bei den damit vergleichbaren Hauptreihen mit D, wie aus Tabelle I erhellt, was mit dem oben ausgesprochenen Gesetze zusammentrifft, daß z bei wachsendem D in Verhältniß zu n abnimmt, mithin bei abnehmendem D zunimmt.

XXIX. Schallversuche von Nörr und Wundt mit nachträglichen Bemerkungen über die Methode der eben merklichen Unterschiede.

In den „Elem." I. 177 f. habe ich der Versuche Volkmanns nach der Methode der e. m. U. gedacht, welche eine Bestätigung des Weberschen

Gesetzes in weiter Ausdehnung ergeben; habe jedoch „In Sachen" p. 160 anerkannt, „daß die dabei angewendete Methode vielleicht nicht fein und sicher genug war, um nicht eine controlirende Wiederaufnahme der Versuche durch sichrere Methoden wünschenswerth erscheinen zu lassen." Eine solche, sehr erwünschte, Wiederaufnahme nach der Methode der r. u. f. F. haben nun die Versuche seitdem zuvörderst durch Nörr auf Anlaß Vierordts in dessen physiolog. Institut erfahren; zweitens sind solche von ganz neuem Datum, kurz als Wundtsche Versuche zusammenzufassen, durch Wundt unter Zuziehung einer Anzahl seiner Schüler in seinem psycho-physiologischen Institute, wieder nach der Methode d. e. m. U., ausgeführt worden, hier wie da mit einem für das Webersche Gesetz günstigen weit reichenden Erfolge. Wie es aber bei successiver Bearbeitung desselben Beobachtungsgebietes durch verschiedene Forscher zu geschehen pflegt und in einem schwierigen Felde überall zu erwarten ist, hat sich auch hier von den früheren zu den späteren, d. i. von den Volkmannschen zu den Wundtschen Versuchen, ein Fortschritt geltend gemacht, und ist damit die Sicherstellung des Weberschen Gesetzes gewachsen.

Nun ist mir freilich bekannt, daß Vierordt, als bei den, in seinem Institute ausgeführten, Nörrschen Versuchen interessirt, keineswegs geneigt ist, den Wundtschen Versuchen in Betreff des Umstandes, durch den sie über die Nörrschen und Volkmannschen hinausgehen, rückhaltslos beizupflichten, und sind also seine Bemerkungen in dieser Hinsicht erst abzuwarten, ehe man zwischen der Nörrschen und Wundtschen Untersuchung, insoweit sie von einander abweichen, entscheidet; auch thut es mir leid, das Ergebniß der etwa zu erwartenden Erörterungen hierüber nicht selbst abwarten zu können. Zunächst kann ich mich aber nur an die Data, so weit sie vorliegen, halten, und werde also, nach einigen Vorerörterungen, die Nörrsche wie Wundtsche Untersuchung jede in ihrem eigenen Zusammenhange auszugsweise mittheilen. Glücklicherweise handelt es sich bei den Abweichungen zwischen beiden nicht um die Frage der Gültigkeit des Gesetzes, als welche sich nach beiden Untersuchungen bejaht, sondern nur um die Frage der größeren oder geringeren Zulänglichkeit der Untersuchung zur Herausstellung dieser Gültigkeit [1]).

Die Wundtschen Versuche werden Anlaß geben zu dem Abschnitt

---

1) Die Abhandlung über die Wundtschen Versuche ist mir erst zugekommen, nachdem der Druck dieser Schrift schon nahe bis hieher gelangt war, was Grund ist, daß in dem Abschn. über das Webersche Gesetz und in Besprechung von Müllers corrigirten Formeln noch nicht auf diese Versuche Bezug genommen werden konnte.

(VIII) über die Methode der e. m. U. einige Nachtragsbemerkungen (unter C) zu fügen.

Die Nörrschen Versuche sind in der Zeitschr. f. Biologie Bd. XV. p. 297 ff. enthalten. Die Wundtschen bilden nur einen Theil einer allgemeineren Untersuchung, welche mit den Versuchen über das Webersche Gesetz auch neue Versuche über die Messung von Schallstärken fallender Kugeln je nach Abänderung von Gewicht und Fallhöhe, unter Benutzung eines zuerst von Vierordt angegebenen sinnreichen Princips, so wie Versuche „über die Zeitverhältnisse der Unterscheidung von Schallstärken" enthält.

Bis jetzt ist diese Untersuchung nur in einer Dissertation von einem Schüler Wundts unter dem Titel „Über die Unterscheidung von Schallstärken, Inauguraldissertation, vorgelegt von Ernst Tischer. Leipzig. Engelmann. 1882" erschienen, wird aber in einiger Zeit eine anderweite Veröffentlichung in Wundts „Philosophischen Studien" finden und dadurch einem allgemeineren Kreise der sich für den Gegenstand derselben Interessirenden zugänglich werden. Hier wird dieselbe nur in so weit zu berücksichtigen sein, als sie Bezug auf die Prüfung des Weberschen Gesetzes nimmt.

Über den Umstand nun, durch dessen Berücksichtigung die Wundtsche Untersuchung über die früheren hinausgegangen ist, ist Folgendes vorauszuschicken.

Bei allen drei Untersuchungen dienten fallende Kugeln, bei Volkmann Stahlkugeln, bei Nörr[1]) und Wundt Bleikugeln zur Erzeugung des Schalls. Bei Volkmann fielen die Kugeln auf Stahl, bei Vierordt auf Eisen, bei Wundt auf Holz[2]). Der Schall nimmt sowohl mit der Masse M als der Fallhöhe H der Kugeln zu, und die Größe des Schallreizes oder Schallstärke R ist aus beiden Componenten zu berechnen, wie, wird alsbald besprochen werden. Allgemein werde nun beim Vergleich zweier Schallstärken der kleinere Werth H als Haupthöhe mit H_0, der größere als Vergleichshöhe mit H_1 bezeichnet. Das mit H_0 combinirte M werde als M_0, das mit H_1 combinirte als M_1 bezeichnet; eben so mag die Bezeichnung von R der Bezeichnung des mit eingehenden H folgen.

1) Die zwei schwersten Kugeln waren bei Nörr vielmehr von Eisen, nur die 5 andern von Blei.

2) Wundt giebt in s. Phys. Psych. I. 340 an, daß Volkmann seine Versuche mittelst des Schallpendels ausgeführt habe. Aber dies gilt nur von seinen vorläufigen, mit einem rohen Apparate ausgeführten, Versuchen.

Es sind dies die Bezeichnungen, die ich bei Darstellung der Nörr-schen Versuche angewendet habe, und auch bei den folgenden einleitenden Betrachtungen beibehalten werde, insofern nichts Anderes bemerkt ist; indeß sind in Tischers Abhandlung die Bezeichnungen für Darstellung der Wundtschen Versuche anders genommen, sofern hier in den allgemeineren Betrachtungen die größere Fallhöhe mit H, die kleinere mit h, das größere Gewicht mit P, das kleinere mit p bezeichnet [1]) wird, in den Versuchstabellen aber die Bezeichnungen noch weiter specialisirt werden, worauf später zu kommen.

Seien nun zwei Schallreize R_0, R_1 nach den, in sie eingehenden, Werthen H_0, H_1, M_0, M_1 berechnet, so wird die Prüfung des Weberschen Gesetzes nach der Methode d. e. m. U. entweder so geschehen können, daß man zwei Schallreize R_0, R_1 zur Beobachtung darbietet, diese so weit abändert, daß sie einen e. m. U. darbieten, dann beide in gleichem Verhältniß abändert, so daß sich die absoluten Werthe R_0, R_1 ändern, ihr Verhältniß $\frac{R_1}{R_0}$ aber gleich bleibt, und daß man zusieht, ob hiebei der e. m. Unterschied für die Empfindung immer gleich eben merklich bleibt, wie es zur Bestätigung des Weberschen Gesetzes gehört. Auf diese Weise ist Volkmann nach der, in „Elem." I. p. 178 gegebenen, Schilderung verfahren.

Man kann aber auch so verfahren, daß man, anstatt von vorn herein immer dasselbe $\frac{R_1}{R_0}$ unter Abänderung von R_1 und R_0 zu nehmen, vielmehr R_1 gegen ein vorgegebenes R_0 so lange abändert, bis der Unterschied zwischen beiden auf einen eben merklichen Unterschied kommt, daß man dies mit verschiedenen R_0 wiederholt, wozu sich ein verschiedenes R_1 finden wird, und zusieht, ob man damit auf dasselbe $\frac{R_1}{R_0}$ kommt, wie es vom Weberschen Gesetze verlangt wird. Auf diese Weise ist Wundt verfahren.

Endlich ist Nörr unter Anwendung der Methode d. r. u. f. F., entsprechend als Volkmann unter Anwendung der Methode d. e. m. U., so verfahren, daß er dasselbe $\frac{R_1}{R_0}$ unter Änderung der absoluten Werthe R_0, R_1, beibehalten und zugesehen hat, ob dasselbe Procentverhältniß

---

1) Ich würde nicht verfehlt haben, in dem Referat über beide Untersuchungen dieselben Bezeichnungen einzuführen, fand aber nicht mehr Zeit, die Umänderung in dieser Hinsicht durchzuführen.

richtiger Fälle dadurch erzielt ward, wie es vom Weberschen Gesetze verlangt wird.

Was nun die Ableitung eines Werthes R aus seinen Componenten M und H anlangt, so ist zuvörderst zu bemerken, daß mit der Fallhöhe H das Quadrat der Geschwindigkeit c proportional ist, mit welcher die Kugel auf die Unterlage auftrifft, und die lebendige Kraft des Auftreffens also proportional mit MH oder Mc^2. Nun hat man die Schallstärke physikalisch objectiv durch die lebendige Kraft der Schallschwingungen gemessen, und in sofern man diese proportional mit der lebendigen Kraft des Auftreffens der Kugel hält, würden wir von vorn herein und ohne Weiteres berechtigt sein, die Schallstärke R proportional mit MH oder Mc^2 zu setzen. Aber dies ist doch nicht selbstverständlich, weil die lebendige Kraft der fallenden Kugel sich erst der Platte mitzutheilen, diese in Schwingungen zu versetzen hat, und diese sich der Luft und dem Ohr mitzutheilen haben, wobei fraglich bleibt, ob im Wege dieser Mittheilungen auch eine, dem Mc^2 der Kugel proportionale lebendige Kraft das Ohr trifft. Wie dem auch sei, so beweist sich direct durch folgenden Umstand, daß die Schallstärke nicht proportional mit dem Mc^2 oder MH der fallenden Kugel gesetzt werden kann. Wäre sie damit proportional, so müßte bei Abänderung von M und H in beliebige andere Werthe M_1 und H_1 der Schall gleich stark gehört worden, wenn

$$MH = M_1 H_1, \text{ mithin } Mc^2 = M_1 c_1{}^2.$$

Aber Vierordt hat die interessante Entdeckung gemacht, welche so zu sagen den Ausgang einer neuen experimentalen Maßlehre der Schallstärke bildet, daß dies nicht der Fall ist, ja ganz fehlschlägt. Seine Versuche darüber sind in der Zeitschr. f. Biol. 1878. p. 300 ff. enthalten. Zunächst schloß er aus diesen Versuchen, daß der Schall vielmehr gleich stark gehört wird, wenn

$$M\,c = M_1\,c_1 \text{ oder } MH^{0,5} = M_1\,H_1{}^{0,5},$$

wonach bei gegebenem M die Schallstärke proportional mit $H^{0,5}$ statt mit H, also: proportional mit c statt mit c^2 zu setzen sei; und hierauf hat Nörr mit seiner Berechnung der Schallstärke gefußt, er setzt allgemein

$$R = MH^{0,5} = Mc$$

Inzwischen haben theils spätere Versuche Oberbecks (in Pogg. Ann. N. F. XIII. 222), nach einem anderen als dem Vierordtschen Princip, theils eigene spätere Versuche Vierordts (in Zeitschr. f. Biol. XVII. 361 ff.) zu einem anderen Exponenten von H als 0,5 geführt. Allgemein werde er mit ε bezeichnet.

Oberbeck fand, statt $\varepsilon = 0{,}5$, bei Bleikugeln im Auffallen auf Holz 0,629 bis 0,638, bei Steinkugeln 0,656 anwendbar; indeß Vierordts spätere Versuche bei Bleikugeln im Auffallen auf eine Zinnplatte den Exponenten 0,589, wofür er kurz 0,59 setzt, als den anwendbarsten ergaben. Dabei aber bleibt nach Oberbeck der Schall doch der Masse proportional, nur daß große Schallstärken etwas langsamer wachsen als die Gewichte.

Bei alledem ist wichtig, daß es für die Versuche zur Prüfung des Weberschen Gesetzes überhaupt gleichgültig ist, ob wir dabei den absoluten Schallreiz als proportional mit MH oder $MH^{0,5}$, oder mit irgend einer anderen Potenz von H einführen, kurz dem ε einen beliebigen Werth geben, wofern er nur für alle Werthe von M und H, die in die Versuchsreihe eintreten, constant bleibt.

In der That, setzen wir $R_0 = M_0 H_0^{\varepsilon}$ und $R_1 = M_1 H_1^{\varepsilon}$, hiemit das $\frac{R_1}{R_0}$, auf dessen Constanz es zur Erzielung einer gleich merklichen Unterschiedsempfindung ankommt, $= \frac{M_1 H_1^{\varepsilon}}{M_0 H_0^{\varepsilon}} = \frac{M_1}{M_0}\left(\frac{H_1}{H_0}\right)^{\varepsilon}$, so kann ε einen beliebigen Werth haben, wenn es nur bei allen M und H constant bleibt, so wird zwar der absolute Werth des vorigen Ausdrucks, aber nicht die Constanz desselben dadurch abgeändert, auf die es ankommt, und ist es am einfachsten, den Werth $\varepsilon = 1$ zu nehmen, mithin R einfach $= MH$ und $\frac{R_1}{R_0} = \frac{M_1 \; H_1}{M_0 \; H_0}$ zu nehmen. Wo nun, wie bei Nörrs Versuchen $M_1 = M_0$ genommen wird, eliminiren sich M_1 und M_0 im vorigen Ausdrucke, und kann man das Webersche Gesetz bestätigt halten, wenn derselbe e. m. U. oder dasselbe Procentverhältniß richtiger Fälle bei demselben $\frac{H_1}{H_0}$ unter Wechsel der absoluten Größe von H_1 und H_0 gefunden wird.

Anders freilich, wenn sich ε je nach der Größe von M und H ändern sollte.

Nun macht folgender Umstand Verlegenheit. Die Versuche zur Prüfung des Gesetzes können natürlich nicht ohne Änderung von M und H ausgeführt werden; auch haben diese Werthe in Volkmanns wie Nörrs Versuchen in weiten Grenzen variirt. Dabei ist nicht nur auf keine Variation von ε Rücksicht genommen, also die Constanz stillschweigend vorausgesetzt, sondern sie ist auch vorauszusetzen, um eine strenge Bewährung des Gesetzes in diesen Versuchen zu finden. Denn

was nützte es, wenn sich bei demselben $\frac{H_1}{H_0}$ unter Wechsel der absoluten Größen von H_1, H_0 immer die gleiche Ebenmerklichkeit oder dasselbe Procentverhältniß richtiger Fälle wiederfände, wenn sich bei den verschiedenen H und M der Werth ε in unbekannter Weise geändert hat, und hiemit die Constanz von $\frac{R_1}{R_0}$ bei der Constanz von $\frac{H_1}{H_0}$ verloren ginge, indeß doch auf der Constanz von $\frac{R_1}{R_0}$ gefußt wird.

Von der anderen Seite spricht der Umstand, daß bei Annahme der Constanz von ε sich aus den Volkmannschen und Nörrschen Versuchen ein Gesetz herausgestellt hat, was sonst aus den Versuchen nicht zu folgern wäre, für die Constanz von ε.

Nun aber hat sich aus den Wundtschen Versuchen über das Maß der Schallstärke, durch welche seine Versuche über das Webersche Gesetz eingeleitet sind, mit Entschiedenheit ergeben, daß ε von den absoluten Werthen von H und M nicht unabhängig ist, sondern mit wachsenden M und H selbst wächst, außerdem sich nach der Fallunterlage ändert. Auch ist die Änderung von ε nach M und H nicht unbedeutend, so daß sich Wundt veranlaßt gesehen hat, bei den von ihm angewandten Werthen von H_0 und M_0, H_1 und M_1 die zugehörigen Werthe von ε besonders zu bestimmen, oder nur solche Werthe von H und M zu verwenden, für deren Combination ε bestimmt war, eine Bestimmung, die sich nach dem von Vierordt angewandten Princip ausführen ließ. D. h., wenn der Schall bei Anwendung von M_0, H_0 mit dem Schall von M_1 H_1 gleich gefunden wurde, hatte man zu setzen

$$M_0 H_0^{\varepsilon} = M_1 H_1^{\varepsilon}$$

$$\text{wonach } \varepsilon = \frac{\log \frac{M_0}{M_1}}{\log \frac{H_1}{H_0}}$$

oder unter Anwendung der Wundtschen Bezeichnungen (S. 370)

$$pH^{\varepsilon} = Ph^{\varepsilon}$$

$$\text{und hienach } \varepsilon = \frac{\log \frac{P}{p}}{\log \frac{H}{h}}$$

Zum Belege der Variabilität von ε je nach Fallhöhe und Gewichtsgröße mag hier ein Auszug aus der Tabelle IX (p. 10, 11) der Tischer-

schen Abhandlung folgen. Bleikugeln, auf eine hohlliegende Holzplatte fallend, die Gewichte in Grammen, die Fallhöhen in Centimetern, Beobachter Merkel.

Tab. IX.

p	P	$\frac{P}{p}$	h	H	$\frac{H}{h}$	ε
0,295	0,66	2,237	10	37	3,7	0,615
"	"	"	40	122	3,05	0,722
3,64	8,00	2,20	10	30	3,00	0,718
"	"	"	40	113	2,825	0,759
12,5	25	2,00	10	23	2,3	0,832
"	"	"	50	104	2,08	0,946
25	50	2,00	10	24	2,4	0,792
"	"	"	30	64	2,13	0,918
50	100	2,00	10	23,5	2,35	0,813
"	"	"	30	65	2,17	0,895
"	"	"	50	101	2,02	0,986
100	200	2,00	10	23	2,30	0,832
"	"	"	30	60	2,00	1,000
"	"	"	50	101	2,02	0,986

Die Tabellen der anderen zu den Versuchen zugezogenen Beobachter beweisen nicht minder für eine Variabilität von ε in demselben Sinne, und so wird man sie jedenfalls für den Bereich und die Umstände dieser Versuche zuzugestehen und die gefundenen Werthe von ε für die zu den Versuchen angewandten Combinationen von Gewicht und Fallhöhe anwendbar halten müssen, ohne damit versichert zu sein — worauf es aber auch hier nicht ankommt — daß dieselben Werthe von ε für dieselben Combinationen unter andern, auf den Schall Einfluß äußernden, Umständen, die aber bei den Versuchen nicht statt hatten, sich wiederfinden würden. So ist nach Versuchen von Vierordt, von denen ich erst eine beiläufige und vorläufige Notiz habe, der Schall im Zimmer, wegen der Reflexionen von den Wänden, bei denselben Werthen von Gewicht und Schallhöhe, nicht nur stärker als in freier Luft, sondern ändert sich auch bei Änderung der Combination nicht entsprechend für beide Umstände; also würde man ein ε, was im Zimmer gefunden ist, nicht für Versuche im Freien, noch umgekehrt verwenden können; aber es liegt zunächst, so weit ich es selbst übersehe, kein bestimmter Grund vor, ein ε, was durch Versuche im Zimmer gefunden ist, nicht

auch für Versuche im Zimmer verwenden zu dürfen, trotzdem, daß sein Werth durch Reflexion von den Wänden betheiligt ist, er gilt eben für den Fall einer solchen Betheiligung; und sollte doch eine Schwierigkeit von dieser Seite erhoben werden, so würde sie natürlich die, nicht minder im Zimmer angestellten, Versuche Nörrs nicht minder treffen.

Da sich nun die Bestätigung des Weberschen Gesetzes durch die Wundtschen Versuche auf Grund der Specialberechnung des ε für die angewendeten Fallhöhen und Gewichte ergeben hat, so fragt sich, wie konnte sich hienach das Gesetz durch Volkmanns und Nörrs Versuche ohne solche Berechnung auf Grund der Annahme eines constanten ε bestätigen, oder anders, wie kann man es danach noch als bestätigt durch diese Versuche ansehen.

Ich gestehe, eine sichere Erledigung dieser Schwierigkeit nicht geben zu können; doch scheint mir Folgendes sich darüber sagen zu lassen.

Was die Volkmannschen Versuche anlangt, so kann man zuvörderst im Allgemeinen bemerken, daß die Schätzungsweise des eben merklichen Unterschiedes, worauf diese Versuche fußen, doch vielleicht zu unsicher war, um Unterschiede, welche von Inconstanz des ε abhängen, deutlich hervortreten zu lassen, darf aber auch nicht übersehen, daß Volkmann mit Stahlkugeln, welche auf Stahl fielen, operirte, die Wundtschen Versuche aber, welche gegen die Constanz des ε sprechen, mit Bleikugeln, welche auf Holz fielen, angestellt sind, die unstreitig einer gewissen Deformation, namentlich bei starken Fallhöhen, ausgesetzt sind; und es bleibt also erst zu untersuchen, ob sich nicht bei Stahlkugeln auf Stahl eine viel größere Constanz des ε zeigen würde, als bei Bleikugeln auf Holz. Wahrscheinlich zwar wird das Rückspringen der Stahlkugeln, worüber Volkmann nichts angiebt, stärker als das der Bleikugeln sein, aber wenn, was doch nicht unwahrscheinlich ist, der Verlust an lebendiger Kraft, welcher dadurch für Erzeugung des Schalles entsteht, proportional den Schallstärken ist, so scheint dies keine wesentliche Störung mitbringen zu können. Die Werthe von M hielten sich (nach „Elem. I. 178) zwischen 1,35 und 14,85 Grammen, die H „differirten wie 3 : 11", ohne in absoluten Werthen angegeben zu sein.

Bei den Nörrschen Versuchen erscheint die Erklärung schwieriger, denn die Kugeln waren wie bei den Wundtschen Versuchen von Blei, und die Unterlage zwar bei Prüfung des Weberschen Gesetzes verschieden (Eisen, hohlliegendes Holz); es ist aber (Tischer, p. 11. 12) noch besonders nachgewiesen worden, daß ε auch beim Fall von Blei auf

Eisen mit Fallhöhe und Gewicht der Kugeln wächst; und die Variation in dieser Beziehung war bei den hier zählenden Versuchen groß genug, um nicht einflußlos bleiben zu können.

Inzwischen, wenn man die Resultate der Nörrschen Versuche näher ins Auge faßt, verschwindet doch der auffällige Widerspruch, in dem sie für den ersten Anblick mit den Wundtschen zu stehen scheinen. Nörr hat drei Versuchsreihen angestellt, in deren jeder die M_0 in sieben Werthen von 6,7 bis 1025100 Milligr. aufsteigen, indeß die zugehörigen H_0 zum Theil auf-, zum Theil absteigen. Jede dieser Reihen giebt zu den sieben M_0 mit zugehörigen M_1 sieben Procentzahlen richtiger Fälle, deren Gleichheit in jeder Reihe für sich zur Bestätigung des Weberschen Gesetzes verlangt wird. Aber eine nähere Betrachtung zeigt erstlich, daß diese Werthe, so wie dann auch natürlich die daraus nach der Fundamentaltabelle ableitbaren t, stark schwanken, so daß sich hierin der Einfluß einer Variation von ε zum Theil verstecken kann, zweitens, daß in allen drei Reihen die zwei schwersten Kugeln Procentzahlen der richtigen Fälle und mithin Werthe t geben, welche nicht unerheblich größer sind, als das Mittel der übrigen Werthe derselben Reihe; ja bei der zweiten und dritten Reihe sogar größer als jeder andere einzelne Werth derselben Reihe, wie man S. 382 sehen wird. Früher nun war ich geneigt, dies auf einen Mangel an Vergleichbarkeit der zwei schwersten Kugeln mit den übrigen zu schreiben, sofern jene ausnahmsweise von Eisen, die übrigen von Blei waren, und es ist ja möglich, daß hieran etwas hängt; wahrscheinlicher aber wird die Steigerung des ε mit Steigerung des M_0 (womit M_1 überall gleich war) daran Schuld sein.

Immerhin konnten die Nörrschen Versuche als eine willkommene Unterstützung und Ergänzung bezüglich der Prüfung des Weberschen Gesetzes gelten, da theils die Abweichung bei den zwei größten M_0 nicht zu weit aus den Schwankungen bei den übrigen Werthen heraustrat, da sie eine nicht unwahrscheinliche Erklärung zuließ, und keinesfalls als eine obere Abweichung vom Gesetze in demselben Sinne, als beim Lichte vorkommt, gelten konnte, denn danach hätten die Procentzahlen der richtigen Fälle bei den höchsten M vielmehr abnehmen statt zunehmen müssen.

Abgesehen von der verschiedenen Hauptmethode und Berechnungsweise der Nörrschen und Wundtschen Versuche sind für einen Vergleich derselben noch folgende Puncte beachtenswerth, welche sich theils günstiger für die einen, theils für die anderen stellen.

Die Nörrschen Versuche sind bloß von Nörr selbst angestellt, die Wundtschen von einer Mehrheit von Beobachtern, was eine nützliche

gegenseitige Controle der letztern gestattet. Die Zahl der Einzelversuche bei Nörr ist erheblich größer, als die Gesammtzahl der Versuche, welche von mir als Wundtsche zusammengefaßt werden; es fordert aber auch die Methode der r. u. f. F. vergleichsweise eine größere Zahl von Versuchen, als die Methode d. e. m. U. Die Nörrschen Versuche vertheilen sich ohne eine bestimmt angegebene Vertheilungsweise auf zwei Semester; in der Regel aber wurde jedesmal nicht länger als $1/2$ Stunde hintereinander beobachtet, so daß sich die Gesammtheit der Versuche in verschiedene Versuchsfractionen theilt; die Wundtschen Versuche sind von jedem Beobachter gleich hintereinander angestellt, und die längste Versuchsreihe (XIV von Merkel) drei Stunden hindurch fortgesetzt. Dies läßt bei Nörr das Bedenken zu, daß während der Zeit eines Jahres nicht für einen vergleichbaren Stand der Unterschiedsempfindlichkeit in den verschiedenen Versuchsfractionen zu stehen war; hingegen bei den Wundtschen, daß bei Fortsetzung der Versuche durch drei Stunden ein Fortschritt der Ermüdung und Übung nicht leicht fehlen konnte; jedenfalls liegt nichts zum Beweise vor, daß ein solcher ausgeschlossen war. In dieser Beziehung hätte es mir wichtig geschienen, die allgemeine Regel für Versuche über das Webersche Gesetz nicht zu vernachlässigen: die Versuche in gleicher Zahl aufsteigend und absteigend mit den Reizgrößen, hier Schallstärken, anzustellen, um eines etwaigen Einflusses der Folge der Versuche theils zu gewahren, theils denselben zu compensiren, zumal die Folge von kleineren zu größeren Reizen und umgekehrt auch durch Contrastverhältnisse Einfluß gewinnt; es ist aber über die eingehaltene Folge der Versuche in der Tischerschen Abhandlung überhaupt nichts angeführt. Was zwar den Einfluß der Ermüdung anlangt, so wäre hievon wohl kein Nachtheil für die Bewährbarkeit des Weberschen Gesetzes insofern zu erwarten, als nach dem Parallelgesetz, wenn die Ermüdung sich auf die differenten Reize zugleich erstreckt, kein Nachtheil für das Zutreffen des Gesetzes dadurch entsteht; wohl aber könnte die Bestimmung des mittleren relativen e. m. U. dadurch Einfluß erleiden, und jedenfalls der Sicherheit der Versuche gegen Ende derselben durch Schwächung der Aufmerksamkeit Abbruch geschehen. Ein Fortschritt der Übung aber der Art, daß nach und nach ein immer geringerer Unterschied merklich würde, müßte auch der Bewährbarkeit des Weberschen Gesetzes schaden, und daß sich ein solcher innerhalb dreistündiger Versuchsdauer wohl geltend machen kann, läßt sich sehr wohl als möglich denken, da bei meiner Theilnahme an den Volkmannschen Schallversuchen sich ein solcher am Ende einer langen Versuchsreihe wirklich geltend gemacht hat

(„Elem.“ I. 178). Indessen darf man dieses Bedenken doch nicht zu schwer nehmen. Wenn die längste Wundtsche Versuchsreihe weniger gut zum Weberschen Gesetze stimmte, als es der Fall ist, so hätte im angegebenen Umstande eine Erklärung des Fehlschlagens gesucht werden können; wogegen die gute Zustimmung dazu nicht wohl daraus erklärbar ist; und vollends hebt sich das Bedenken im Wesentlichen dadurch, daß die Resultate der Versuchsreihen von kürzerer Dauer im Wesentlichen mit denen von der längsten Dauer übereinstimmen. Auch bei den Nörrschen Versuchen ist von einem Wechsel zwischen Aufsteigen und Absteigen mit den Schallwerthen nicht die Rede; indeß konnte bei der bloß halbstündigen Dauer der einzelnen Versuchsfractionen ein Fortschritt der Ermüdung und Übung sich nicht nur nicht ebenso geltend machen, als bei einer dreistündigen, sondern läßt sich auch voraussetzen, daß während der langen Zeit, auf welche sich die Gesammtheit der Versuchsfractionen vertheilt, der Einfluß der einen auf die andern nicht mehr merklich war.

Jedenfalls als Vortheil für die Nörrschen Versuche vor den Wundtschen erscheint folgender Umstand. Nicht nur aus den Nörrschen Versuchen, welche diesen Umstand ausdrücklich mit in Untersuchung gezogen haben, sondern auch beiläufig aus den Wundtschen (p. 15) geht hervor, daß es einen Unterschied in der Schätzung des Unterschiedes zwischen dem stärkeren und schwächeren Schalle macht, ob der stärkere oder schwächere voran geht; indem bei Nachfolge des stärkeren Schalles der Unterschied größer erscheint, als bei der umgekehrten Zeitlage, bei welcher sogar ein etwas stärkerer Schall als der schwächere erscheinen kann. Wollte man nun immer die eine Art der Zeitfolge einhalten, oder die eine vor der anderen vorwiegen lassen, so müßte hiedurch ein constanter Fehler entstehen. Zur Beseitigung dieser Gefahr hat Nörr mit beiden Zeitlagen in gleicher Versuchslage abgewechselt; indeß dies bei den Wundtschen Versuchen unstreitig nicht oder nicht regelmäßig der Fall gewesen ist, da es Tischer sonst sicher angegeben hätte.[1]) Indeß ist nicht unwahrscheinlich, einmal, daß wenn hieraus ein Irrthum nach einer Seite entstand, er durchschnittlich im Verhältniß der Unterschiedsschwelle war, was die Constatirung des Weberschen Gesetzes nicht hindern konnte, zweitens, daß er wegen der symmetrischen Anstellungsweise der Versuche nach Unten und Oben das Verhältniß zwischen beiden

1) Meines Erachtens wäre dies namentlich bei den „4 bis 6 Schallfolgen“ (p. 15) nöthig gewesen, in welchen vermöge demgemäßer Zuwüchse zu h′ „das Urtheil immer $r' > r$ lautete“ (s. weiterhin S. 391).

Seiten nicht störte; ohne daß freilich eine Sicherstellung in beider Beziehung vorliegt.

A) Die Nörrschen Versuche.

Ohne im Thatbestande der Nörrschen Versuche etwas zu ändern, werde ich mir doch aus formellen Gründen im Referat darüber einige Abweichungen von der Darstellung des Verf. erlauben.

Zur Orientirung in der eigenen Darstellung des Verf. folgende Bemerkungen. Nörr fußt noch auf der frühern Ansicht von Vierordt, daß die Schallstärke R durch Mc gemessen werden könne, wenn c die, aus H berechnete, Endgeschwindigkeit des Falles bezeichnet. Werde für den Hauptschall, wo $H = H_0$, der Werth c mit c_0 und für den Vergleichsschall, wo $H = H_1$, mit c_1 bezeichnet. Die Werthe c_0 und hiernach $R_0 = Mc_0$ sind von Nörr in s. Abh. Tabelle II. p. 302 angegeben. In seinen, von p. 306 angeführten, 7 Versuchstabellen, entsprechend den 7 angewandten Fallgewichten M_0 von 6,7 bis 1025100 Milligr., sind in den Überschriften für alle 3 Hauptreihen die M_0, womit die M_1 gleich sind, so wie die H_0 und H_1 angegeben. Die erste Längscolumne enthält dann unter I den Werth M_0 c_0, d. i. den Werth des Hauptschalls nach obiger Berechnung, unter II, III, IV den Werth des zugehörigen Vergleichsschalles in den drei Hauptreihen (die von mir als I, II, III unterschieden sind). Die Zahlen der zweiten Längscolumne, überschrieben „Differenz beider Schallstärken in $\frac{0}{0}$", sind dadurch erhalten, daß die relativen Differenzen der ersten Columne, d. i. $\frac{Mc_1 - Mc_0}{Mc_0} = \frac{c_1 - c_0}{c_0}$ durch Multiplication mit 100 procental gemacht sind. So sind in der ersten dieser Tabellen p. 307 die Zahlen 4,42; 8,85 und 17,4 für die drei Hauptreihen erhalten. Hienach sind die angeblichen h der Tabelle XII. p. 316 dadurch erhalten, daß die aus der Fundamentaltabelle nach den r, f, z, erhaltenen Werthe $t = hD = hM\ (c_1 - c_0)$ mit dem Werthe $\frac{c_1 - c_0}{c_0}$ dividirt sind, was vielmehr hMc_0 als h giebt. Diese Werthe hMc_0 aber sind mit $t = hD$ proportional, weil $D = M\ (c_1 - c_0)$ selbst in jeder Längscolumne mit Mc_0 proportional, d. i. $\frac{c_1 - c_0}{c_0}$ constant gehalten ist.

Die Versuche wurden im physiologischen Institut Vierordts, welches außer der Stadt liegt und vor störendem Tageslärm ziemlich geschützt ist, unter Beihülfe des auf derartige Versuche schon eingeübten Institutsdieners Nagel angestellt. „Auf eine streng methodische Vertheilung der Experimente in die einzelnen Versuchsabschnitte (Stunden, Tagen oder auch nur Wochen) mußte von vorn herein verzichtet werden", und findet sich also auch nichts darüber angegeben. In der Regel wurde zur Verhütung von Ermüdung nie länger als etwa $^1/_2$ Stunde experimentirt. Die Gesammtzahl der Versuche vertheilte sich auf zwei Semester.

Die Schallstärken wurden durch Herabfallen von Metallkugeln auf eine horizontale Eisenplatte aus gemessener Höhe erzielt, und dabei

Maßregeln für die Vergleichbarkeit und sichere Anstellung der Versuche getroffen, welche im Original nachzusehen sind. Im Ganzen wurden sieben Kugeln von verschiedenem M angewandt, die zwei schwersten von polirtem Eisen, die anderen von Blei; jede Kugel aber wurde aus zwei verschiedenen Höhen H in einer Zwischenzeit von ungefähr drei Sec. herabfallen gelassen, um dadurch eine Differenz der objectiven Schallreize zu erzeugen, auf welche die Aufmerksamkeit zu richten war. Natürlich mußte die, aus größerer Höhe herabfallende, Kugel einen objectiv stärkeren Schall erzeugen, als die aus geringerer Höhe herabfallende, aber subjectiv konnte es auch anders erscheinen; und je nachdem der Unterschied seiner Richtung nach richtig oder falsch beurtheilt wurde oder kein Unterschied gefunden ward, hatte man richtige, falsche und Nullfälle, welche vom Verf. respectiv mit R, F, U bezeichnet werden, wofür ich hier die gewohnten Bezeichnungen r, f, z brauche. Die Totalzahl der, mit einem gegebenen Unterschiede von H erhaltenen, Fälle $r + f + z$ heiße wie gewöhnlich n. Zur Compensation constanter Fehler, welche von der Zeitfolge abhängen, wurde in wechselnden Versuchen die größere Fallhöhe oder die kleinere Fallhöhe zuerst angewandt, welche Versuche als A und B unterschieden sind, und, zur Gewinnung eines Definitivresultates, von den procentalen Zahlen, welche beidesfalls erhalten wurden, das Mittel in Rechnung genommen.

Die Gewichte sind in Milligrammen, die Fallhöhen in Millimetern ausgedrückt.

In Betreff der Bezeichnungen gelten folgends die S. 369 gegebenen Angaben; wozu noch folgende zu fügen.

Absoluter Unterschied $H_1 - H_0 = U$.

Relativer Unterschied $\frac{H_1 - H_0}{H_0} = \frac{U}{H_0} = u$.

Logarithmus $\log \frac{H_1}{H_0} = d$

Procentzahl der um $\frac{z}{2}$ vermehrten richtigen Fälle

$$= \frac{r + \frac{z}{2}}{n} \% = r' \%$$

Daß ich bei Verwerthung der r, f, z die z halb den r zuzähle, halte ich durch die Erörterungen des V. Abschnittes gerechtfertigt. Es entspricht dies dem von mir mit I bezeichneten Theilungsprincip der z; doch

gehe ich weiterhin auch auf eine vergleichende Berücksichtigung des, von mir mit II bezeichneten, Müllerschen Theilungsprincipes der z ein.

Da in allen Versuchen dasselbe M bei H_0 und H_1 angewandt, also überall $M_1 = M_0$ genommen wurde, eliminirt sich M im Werthe $\frac{M_1 H_1}{M_0 H_0}$, und sofern bei der von Nörr angenommenen Constanz von ε der Werth von ε gleichgültig ist (S. 372), kann ε einfachheitshalber $= 1$, und mithin R proportional mit H gesetzt werden. Hienach läßt sich $\frac{R_1}{R_0}$ durch $\frac{H_1}{H_0}$ und $\frac{R_1 - R_0}{R_0}$ durch $\frac{H_1 - H_0}{H_0} = u$ ersetzen; und wird also die Bestätigung des Weberschen Gesetzes darin gesucht werden können, daß derselbe Procentsatz richtiger Fälle r'% bei demselben $\frac{H_1}{H_0}$ oder demselben $d = \log \frac{H_1}{H_0}$ unter Änderung der absoluten Werthe H_0 und H_1 erhalten wird. Wenn ich mich folgends vielmehr auf d als $\frac{H_1}{H_0}$ beziehe, so hat dies den Grund, daß schließlich noch aus einem anderen Gesichtspuncte als bezüglich des Weberschen Gesetzes von den d wird Gebrauch zu machen sein.

Die Versuche des Verfassers lassen sich in drei Hauptreihen sondern, welche mit I, II, III bezeichnet werden sollen [1]), und jenachdem ein H_1, d, oder n der einen oder anderen Reihe angehört, wird der demgemäße Index unten angebracht werden. In allen drei Reihen wurden dieselben 7 von 6,7 bis 1025100 Milligrammen aufsteigenden Hauptgewichte M_0, desgleichen dieselben dazu zugehörigen Werthe H_0 angewandt, indeß die H_1 in je drei Werthen (H_I, H_{II}, H_{III}) variirten, so wie es die nächstfolgende Tabelle zeigt.

Das n der Versuche, A und B zusammengezählt, ist für die 21 Partialreihen, welche durch Anwendung von sieben M's mit drei d's gegeben sind, nicht überall gleich gewesen, und hat namentlich für die dritte Hauptreihe nicht ganz die Hälfte von jeder der anderen beiden Hauptreihen betragen, wofür die Specification in der Tabelle S. 382 gegeben ist.

Die directen Versuchsdaten nun, aus welchen die Folgerungen be-

1) Der Verf. spricht vielmehr von 7 Reihen, die er in 7 Tabellen giebt; indem er die Reihen nach den 7 Hauptgewichten ordnet; bei deren jedem die 3 verschiedenen H_1's angewandt wurden. Seine Abtheilungsweise repräsentirt unstreitig besser die Anordnung der Versuche nach ihrer Anstellungsweise, die hier gewählte dient besser als Unterlage für die daraus zu ziehenden Folgerungen.

züglich des Weberschen Gesetzes zu ziehen, finden sich in folgenden zwei Tabellen zusammengestellt. Darin sind die fünf ersten Versuchsnummern unter a), die zwei letzten unter b) zusammengefaßt, weil jene mit Bleikugeln, diese mit Eisenkugeln angestellt waren.

Versuchsdata.

	Nr.	M_0	H_0	H_I	H_{II}	H_{III}	$d_I = \log \frac{H_I}{H_0}$	$d_{II} = \log \frac{H_{II}}{H_0}$	$d_{III} = \log \frac{H_{III}}{H_0}$
a)	1	6,7	7,5	8,2	8,9	10,4	0,03875	0,07433	0,14197
	2	26	3,8	4,2	4,6	5,4	0,04347	0,08298	0,15261
	3	146	6,85	7,5	8,2	9,6	0,03937	0,07812	0,14658
	4	441,5	22,6	25	27,2	31,7	0,04383	0,08046	0,14695
	5	9898,5	10,1	11,1	12,1	14,1	0,04100	0,07847	0,14490
b)	6	98053	10,2	11,2	12,25	14,3	0,04062	0,07954	0,14674
	7	1025100	30	33	36,3	43,2	0,04139	0,08279	0,15836
		Summe	91,05	100,2	109,55	128,7	0,28853	0,55669	1,03811
		„ a)	. .	. .	. .	. .	0,20652	0,39436	0,73301
		„ b)	. .	. .	. .	. .	0,08201	0,16233	0,30510

		Werthe $r'\frac{g}{g}$ [1]			**Werthe** n.		
	Nr.	I	II	III	I	II	III
a)	1	79,78	86,05	91,95	389	351	180
	2	86,10	91,98	94,95	328	317	108
	3	84,38	89,13	95,18	386	406 [2]	160
	4	74,75	85,78	94,40	338	368	143
	5	78,75	89,13	94,35	357	280	119
b)	6	84,55	94,08	97,98	403	389	152
	7	82,83	92,28	98,15	447	381	186
					2648	2492	1048

Hierzu folgende Bemerkungen.

Eigentlich hätte in jeder der drei Reihen für alle sieben M_0 H_0 dasselbe Verhältniß $\frac{H_1}{H_0}$ und mithin d angewandt werden sollen, um dasselbe $r'\frac{g}{g}$ nach dem Weberschen Gesetze dazu erwarten zu können. Jenes ist nun allerdings nicht streng der Fall gewesen, indem z. B. in Reihe I

1) Einige Zahlen des Verf. haben nach Rückgang auf die besonderen Zahlen A und B hier eine kleine Berichtigung erfahren, so bei II. 1, II. 2 und II. 3.

2) So muß es statt der falsch zusammengerechneten Zahl 389 (p. 308) des Originals heißen.

der Werth d zwischen 0,03875 und 0,04383 variirt, u. s. f. Indessen ist es doch angenähert genug der Fall, um einerseits eine angenäherte Constanz von $r'\frac{f}{0}$ in der zweiten Tabelle danach finden zu können, andererseits kleinere Schwankungen der Werthe von $r'\frac{f}{0}$ danach erklärlich zu finden, insofern sie im Sinne der Schwankungen von d gehen. In dieser Hinsicht kann man den Umstand, daß in allen drei Reihen der Werth von $r'\frac{f}{0}$ bei No. 1 kleiner als bei No. 2 und 3 ist, recht wohl damit in Zusammenhang bringen, daß dasselbe auch von d gilt; aber überall hält dies nicht Stich und will z. B. in Reihe I gar nicht damit stimmen, daß das kleinste $r'\frac{f}{0}$ auf das größte d (bei No. 4) fällt, und eben so werden die verhältnißmäßig hohen Werthe von $r'\frac{f}{0}$ bei den unter b) zusammengefaßten Nummern No. 6 u. 7 nicht dadurch erklärlich. Sie sind in Reihe I beide größer als das Mittel der Werthe unter a) und in Reihe II und III sogar größer als alle einzelnen Werthe unter a). Daß dies wahrscheinlich von einer Variation des ε abhängt, welche bei Nörrs Versuchen nicht mit in Rechnung gezogen ist, wurde oben erwähnt.

Anstatt bei den Werthen $r'\frac{f}{0}$ stehen zu bleiben, kann man, nach der S. 66 f. reproducirten Fundamental-Tabelle und den im IV. Abschn. zur Benutzung derselben gegebenen Regeln, von da zu den zugehörigen Werthen $t = hD$ aufsteigen, und wird dann statt der Übereinstimmung der $r'\frac{f}{0}$ in jeder Reihe die Übereinstimmung der danach berechneten t zur Bestätigung des Weberschen Gesetzes zu fodern haben, ohne begreiflicherweise dadurch zu andern Schlüssen geführt werden zu können, als wenn man bei $r'\frac{f}{0}$ stehen bleibt; und so schiene es überflüssig, auf die Berechnung der t überhaupt einzugehen, wenn nicht einerseits Nörr selbst einen Vergleich zwischen meinem Theilungsprincip I und dem Müllerschen Theilungsprincip II der z daran geknüpft hätte, und wenn nicht ein bis jetzt noch räthselhafter Umstand bei der Übersetzung der $r'\frac{f}{0}$ in die t zum Vorschein käme.

Was nun ersteren Vergleich anlangt, so reichen zur Berechnung der t nach mir die oben gegebenen $r'\frac{f}{0}$ hin, die Werthe $t = t_0$ zu geben, wogegen man nach Müller das t_I zu r, t_{II} zu $r + z$ in der Fundamentaltabelle zu suchen und $t = \frac{t_I + t_{II}}{2}$ zu nehmen hat. Die Werthe r und $r + z$ sind aus der Originalabhandlung zu entnehmen, da sie Kürze halber hier übergangen sind. Hier folgt die Vergleichstabelle der Rechnung nach mir und nach Müller, wobei eines- wie andernfalls die mittleren Procentzahlen von r, f, z aus A und B unterliegen.

Werthe von t

		Nach Fechner			nach Müller		
		I	II	III	I	II	III
a)	1	0,5895	0,7655	0,9912	0,5952	0,7720	0,9999
	2	7671	9924	1,1597	7738	1,0055	1,1912
	3	7142	8721	1,1754	7263	9022	1,2314
	4	4714	7568	1,1239	4831	7676	1,2341
	5	5642	8719	1,1207	5774	9014	1,1480
b)	6	7194	1,1039	1,4487	7314	1,1271	1,4633
	7	6699	9948	1,4750	6763	1,0258	1,5004
Summe		4,4957	6,3574	8,4946	4,5635	6,5016	8,7683
„ a)		3,1064	4,2587	5,5709	3,1558	4,3487	5,8046
„ b)		1,3893	2,0987	2,9237	1,4077	2,1529	2,9637

Man sieht, daß, wie bei den Gewichtsversuchen, die absoluten Werthe der t und hiemit h nach Müller überall etwas größer ausfallen, als nach Fechner, wogegen die Verhältnisse der t, auf die es ankommt, sich nicht erheblich ändern, so daß man nach beiden Berechnungen in der That wesentlich zu demselben Resultate kommt. Ein Vorzug der einen vor der anderen Berechnungsweise etwa nach der besseren Zustimmung zum Weberschen Gesetze oder irgend einer anderen Foderung läßt sich auf diese Versuche bei den etwas precären Verhältnissen derselben nicht gründen, und nach den Erörterungen des V. Abschnittes scheint es mir einer solchen auch nicht mehr zu bedürfen.

Nörr gründet p. 316 in Tabelle XII seiner Abhandlung die Bestätigung des Weberschen Gesetzes statt auf die Gleichheit der $t = hD$ in jeder Längscolumne, auf die Gleichheit der h, was ein Versehen ist, denn die Gleichheit der r'g, auf die hiebei fundamental zurückzugehen, hängt nach den fundamentalen Formeln und der Sachlage der Versuche nicht an der Gleichheit der h sondern der $t = hD$. Sieht man jedoch näher zu, so sind die für h genommenen Werthe nach der Berechnungsweise derselben in der That vielmehr Werthe hMc_0, wo c_0 als die zu H_0 gehörige Fallgeschwindigkeit im Auftreffen aus der dritten Längscolumne der Tabelle II. p. 302 entnommen ist; und es läßt sich mit einiger Umständlichkeit zeigen, daß Mc_0 mit D proportional ist. Vergl. die Einschaltung S. 379.

Man kann weiter bemerken, daß die Ableitung der t aus den zusammengezählten procentalen r, f, z der Abtheilungen A und B eigentlich dem Verfahren der unvollständigen Elimination constanter Fehler entspricht, und man für vollständige Compensation eigentlich die t's jeder Abtheilung A und B für sich zu berechnen und hieraus die Mittel zu

nehmen hätte. Ich habe dies in der That sowohl nach meiner als Müllers Bestimmung der t ausgeführt, unterlasse es aber, die Bestimmungen anzuführen, weil sich die t's der vorigen Tabelle zwar hienach für Fechner wie Müller ein wenig erhöht zeigen, ohne daß aber die Verhältnisse sich in einer in Betracht kommenden Weise geändert haben. Nach meiner Bestimmungsweise aber fällt ein t (bei III. No. 6) und nach Müllers Bestimmungsweise fallen sogar drei t's (III. No. 3, 4 und 6) bei Vornahme der vollständigen Elimination aus der Rechnung aus, indem sog. Fehlschläge (S. 54) dabei eintreten; was mich veranlaßt hat, bei den Resultaten der unvollständigen Elimination stehen zu bleiben.

Hienach von einigen Nebenpuncten.

Bei jeder der sieben Querreihen wurden außer den Versuchen mit einem von H_0 verschiedenen H_1, untermischt damit, auch Versuche angestellt, wo H_0 mit sich selbst in den Vergleich trat, also $D = 0$ war, kurz sog. Vexirversuche, aus welchen sich folgern ließ, ob der erst- oder zweitgehörte Schall die Neigung hatte, stärker zu erscheinen. In den meisten Einzelfällen erschienen beide gleich; insoweit aber Ungleichschätzungen vorkamen, war es der zweite Schall, welcher öfter als der stärkere erschien. Seien mit (1), (2), (0) die Fälle bezeichnet, wo respectiv der erste Schall, der zweite Schall als der stärkere erschien, oder beide gleich erschienen, so wurden in Summa bei den sieben Gewichten durch Zusammenzählen direct erhalten $\Sigma(1) = 139$, $\Sigma(2) = 170$, $\Sigma(0) = 398$. Nun waren aber die absoluten Zahlen der Vexirversuche bei den verschiedenen Gewichten sehr verschieden, und nimmt man bei jedem Gewichte insbesondere *procentale* Zahlen, und addirt diese, so erhält man als Summe derselben $\Sigma(1) = 136{,}45$, $\Sigma(2) = 165{,}8$, $\Sigma(0) = 397{,}75$, oder einfach procental $\Sigma(1) = 19{,}49$; $\Sigma(2) = 23{,}69$; $\Sigma(0) = 56{,}82$.

Hienach ließ sich nach der Größe und Richtung des constanten Zeitfehlers fragen, der bei Verschiedenheit von H_0 und H_1 sich im Vergleich von A und B zeigte, und schon nach dem Erfolg der Vexirversuche ließ sich voraussehen, daß die Versuche B mit Nachfolge des stärkeren Schalls größere r's und r''s geben würden, als die Versuche A. In der That zeigte unter *allen* 21 Partialreihen nur die erste I. 1 ein Übergewicht von A über B in Betreff der Größe des $r'^{\,o}_{\,0}$, sonst überwog überall B. Um den constanten Fehler genauer zu bestimmen, dient folgendes Verfahren.

Sei C der constante Fehler, so suche man zu $\frac{r'}{n}$ auf Seite der A u. B das zugehörige t, respectiv t_A und t_B, setze $t_A = h\,(D-C)$, $t_B = h\,(D+C)$ so ist $t_A + t_B = 2hD$, und $t_B - t_A = 2hC$, mithin $\frac{t_B - t_A}{t_A + t_B} = \frac{C}{D}$, d. i. der relative constante Fehler, welcher mit D multiplicirt den absoluten giebt. Hier folgen die so bestimmten relativen constanten Fehler.

Relativer constanter Fehler = $\frac{C}{D}$.

(+ bedeutet Übergewicht des zweitgehörten, — des erstgehörten Schalles).

		I	II	III
a)	1	— 0,0456	+ 0,0930	+ 0,0314
	2	+ 0,0840	0883	0763
	3	1905	1124	1521
	4	3847	2893	1618
	5	3824	1432	1704
b)	6	1592	1464	2433[1])
	7	1192	0400	3167
Summe		1,2744	0,9126	1,1520

Bei den allerkleinsten Schallreizen ist der verhältnißmäßige constante Fehler in allen drei Hauptreihen am kleinsten (bei I. 1 sogar negativ) schreitet aber bloß bei III regelmäßig mit den Schallreizen vor, und scheint zwischen den Hauptreihen im Ganzen nicht verschieden.

Endlich komme ich noch auf einen nicht unwichtigen, doch bis jetzt nicht hinreichend aufgeklärten Punct. Die Bestätigung des Weberschen Gesetzes, um die es sich bei den Nörrschen Versuchen wesentlich handelte, ist, wie mehrfach hervorgehoben, aus jeder der drei Hauptreihen für sich zu gewinnen, ohne daß auf das Verhältniß der Werthe von einer zur anderen Hauptreihe etwas ankommt, aber man kann auch auf dieses Verhältniß achten und fragen, ob es theoretischen Anforderungen entspricht. Allgemein nun, wenn im Ausgange von einem gegebenen R_0 der Unterschied $R_1 - R_0$ durch Änderung von R_1 variirt wird, so ändert sich nach den sonst gültigen Principien, wie sie sich auch bei meinen Gewichtsversuchen bestätigt haben, $t = hD$ proportional mit D, und bleibt mithin

1) Wegen $r'\frac{o}{o} = 100$ nicht berechenbar, daher als Mittel der zwei Nachbarwerthe genommen.

h, durch Division des t mit D zu gewinnen, bei der Abänderung des t constant. Streng genommen gilt dies zwar nur, so lange D klein gegen R_0 bleibt. Allgemein und streng aber ist t statt mit $R_1 - R_0$ proportional mit $\log R_1 - \log R_0 = d$ zu nehmen, indem nach den Erörterungen im X. Abschn. t selbst streng genommen vielmehr $= hd$ als hD zu setzen ist. Sofern nun bei unseren Versuchen R_0 durch MH_0, D durch $M(H_1 - H_0)$ und d durch $\log \frac{H_1}{H_0}$ vertreten ist, werden wir auch die t's unserer drei Hauptreihen annähernd den, so verstandenen D's, oder, da die Werthe M allen drei Hauptreihen gemeinsam sind, den $U = H_1 - H_0$ derselben, genauer den so verstandenen d's proportional zu erwarten haben, was sich aber durchaus nicht bestätigt. In der That stellen wir zuvörderst die Rechnung unter Zusammenfassung von a) und b) an, und rechnen nach meinem Princip der Gleichtheilung der z [1]), so haben wir in Summenwerthen für die Fälle jeder der drei Reihen

	I	II	III
ΣU	9,15	18,50	37,65
Σd	0,28853	0,55669	1,03811
Σt^2	2,9536	5,8728	10,4057
$\Sigma \sqrt{d}$	1,5006	1,9736	2,6934
Σt	4,4957	6,3574	8,4946.

Man sieht zuvörderst, daß ΣU dem Σd nur in roher Annäherung proportional geht; wir haben uns aber nach gemachter Bemerkung vielmehr an Σd als ΣU in Betreff der Beziehung zu Σt zu halten. Nun aber sieht man weiter, daß Σd gar nicht dem Σt, sondern dem Σt^2 proportional geht, und zwar in großer Annäherung, sofern Σt^2 in allen drei Hauptreihen sehr nahe das 10fache von Σd ist; hiegegen geht $\sqrt{d}$ dem t proportional. Allgemein also kann man setzen $\frac{t^2}{d} = p^2$, $\frac{t}{\sqrt{d}} = p$, wo p^2, p merklich constant sind.

Sondern wir jetzt die Bestimmungen für a) und b), indem wir bloß auf die, nachher mit einander in Beziehung zu setzenden Werthe t und $\sqrt{d}$ Rücksicht nehmen, so haben wir für

---

1) Ich habe die Rechnung auch nach dem Müllerschen Princip geführt, ohne mit den etwas anderen Zahlwerthen, die dadurch eingeführt werden, zu wesentlich anderen Resultaten als oben zu kommen.

		I	II	III
a)	Σt	3,1064	4,2587	5,5709
	$\Sigma\sqrt{d}$	1,0157	1,4039	1,9143
b)	Σt	1,3893	2,0987	2,9237
	$\Sigma\sqrt{d}$	0,4849	0,5697	0,7811
a)	$\frac{\Sigma t}{\Sigma\sqrt{d}} = p_a$ [1]	3,0584	3,0335	2,9091
b)	$\frac{\Sigma t}{\Sigma\sqrt{d}} = p_b$	3,4312	3,7696	3,7243

woraus man sieht daß in jeder von beiden Abtheilungen a) b) insbesondere der Werth p nahe constant für die drei Hauptreihen ist, aber eben so constant größer für b) als a), was die schon aus anderen Gesichtspuncten bemerkte Unvergleichbarkeit beider Abtheilungen bestätigt.

Nach allem Vorigen wird man nicht in Zweifel sein können, daß für jede Abtheilung a) b) insbesondere das Gesetz der Proportionalität zwischen t^2 und d mit so großer Annäherung besteht, daß es scheint, es sei ein principielles, d. h. nur durch unausgeglichene Zufälligkeiten variirtes, Gesetz. Da nun aber doch nach einer Theorie, die sich bei meinen Gewichtsversuchen bestätigt hat, vielmehr t als t^2 dem d proportional sein sollte, so fragt sich nach dem Grunde der Abweichung davon bei jetzigen Versuchen, und ich gestehe, bis jetzt eine Erklärung nicht dafür finden zu können.

Allerdings könnte man in dem Umstand, daß die Variabilität von ε mit Änderung von M und H bei der Berechnung der Nörrschen Versuche nicht hat berücksichtigt werden können, den Grund der anomalen Gesetzlichkeit, die sich gezeigt hat, suchen. Aber ich finde es doch nach den vorliegenden Daten sehr unwahrscheinlich, daß er hierin zu finden sei, und muß also die Frage dahin stellen.

---

1) Sollten die Werthe p_a, p_b ganz streng nach der Methode der kl. Qu. bestimmt sein, so müßte dabei auf die r'g als direct beobachtet zurückgegangen und das verschiedene Gewicht nach der Verschiedenheit der n berücksichtigt werden. Da aber die rg für jede Hauptreihe und Abtheilung insbesondere nur durch Zufälligkeiten variiren und die n jeder Hauptreihe nicht weit um das Mittel schwanken, so kann voraussichtlich der nach der umständlichen Methode der kl. Qu. zu gewinnende wahrscheinlichste Werth der p nur innerhalb der Grenzen des wahrsch. Fehlers von dem wie oben bestimmten abweichen.

B) Wundtsche Versuche[1]).

Die allgemeine Sachlage dieser Versuche ist schon einleitend besprochen. Betreffs des Näheren lasse ich zumeist die Tischersche Abhandlung selbst sprechen; zur leichtern Unterscheidung aber der wörtlichen Mittheilungen aus dem Original von den zur Überleitung dazwischen dienenden Sätzen, welche von mir eingeschaltet sind, sollen letztere kleiner im Druck gehalten werden.

„Die Versuche wurden nach einem, im wesentlichen schon von Vierordt benutzten Verfahren ausgeführt. Eine größere Kugel vom Gewichte P fiel von einer kleineren, constant gehaltenen Höhe h auf die jeweils zu untersuchende Unterlage. Mit dem dadurch erzeugten Schalle wurde ein in kurzer Zeit nachfolgender resp. kurz vorangegangener Schall verglichen, welcher von einer von der größeren Höhe H herabfallenden kleineren Kugel vom Gewichte p hervorgebracht wurde. Der Beobachter oder Vergleicher, welcher dem Manipulator, der das Fallenlassen der Kugeln besorgte, den Rücken zukehrte, um durch den Anblick der benutzten Fallhöhen und Gewichte in seinem Urtheil nicht beeinflußt zu werden, hatte anzugeben, welche von den beiden Schallstärken die größere gewesen sei. Nach dieser Angabe wurde die Höhe H so lange abgeändert, bis zwischen beiden Schallstärken ein Unterschied nicht mehr wahrgenommen wurde. Dabei wurde einmal H so klein gemacht, daß der Schall der kleineren Kugel übermerklich schwächer war als der andere, und allmälig bis auf den Werth H′ vergrößert, wo beide Schalle gleich stark erschienen; darauf wurde H so groß genommen, daß der zugehörige Schall übermerklich stärker war als der der großen Kugel, und allmälig auf den Werth H″ herabgedrückt, wo wieder beide Schallstärken keinen Unterschied mehr zeigten. Die Werthe H′ und H″ waren einander nicht gleich, sondern $H' < H''$; der Mittelwerth $\frac{1}{2}(H' + H'')$ wurde als diejenige Fallhöhe angenommen, bei welcher die Schallstärke der

1) Indem ich Kürze halber die oben zu besprechenden von einer Mehrzahl von Beobachtern angestellten Versuche als Wundtsche zusammenfasse, weil sie in Wundts Institute unter seiner Oberleitung angestellt sind, kann ich damit nicht behaupten, daß er die Ausführungs- und Berechnungsweise der Versuche in jeder Beziehung vertritt, worüber ihm natürlich nur die eigene Erklärung zusteht. — Auffällig kann man finden, daß Tischer bei den Versuchen, über die hier nach seiner Abhandlung referirt wird, nur als Gehülfe mitzählt; aber es ist zurückzurufen, daß seine Abhandlung sich im Zusammenhange mit diesen Versuchen noch auf andere Versuche erstreckt, bei denen er allerdings als Beobachter mit auftritt, auf die aber hier Bezug zu nehmen kein Anlaß war.

kleineren Kugel derjenigen der größeren gleichzusetzen sei, oder bei welcher, im Anschluß an die Oberbeck'sche Formel,

$$pH^{\epsilon} = Ph^{\epsilon}$$

war."

Es folgt hienach p. 5 eine nähere Beschreibung der äußeren Einrichtung des Fallapparats, der Weise, wie die Fallhöhe gemessen und der Fall bewirkt wurde. Betreffs der allgemeinen Aufgabe der Untersuchung wurden viererlei Fallunterlagen angewandt; hier haben wir es bloß mit der Unterlage Nr. 3 zu thun, sofern diese allein zu den Versuchen über das Webersche Gesetz diente. Es war ein hohl liegendes nacktes Bret von dichtem Apfelbaumholze von den Dimensionen 22, 18 und 2,5 cm., wovon die Kugel ein- oder mehreremale zurückgeworfen wurde.

Es wurden nun zuvörderst Versuche zur Bestimmung des ϵ bezüglich der verschiedenen Combinationen von Gewicht und Fallhöhe nach dem S. 373 angegebenen Princip angestellt, und die Resultate in eine Tabelle gebracht, wie solche unter der Nummer IX für den Beobachter Merkel oben S. 374 auszugsweise mitgetheilt ist; es diente aber nicht dieselbe Tabelle für alle Beobachter; sondern für jeden derselben wurde seine Tabelle besonders bestimmt.

Über Gang und Berechnungsweise der Versuche giebt hienach die Abhandlung p. 14 ff. wörtlich folgende Auskunft, welche sich direct auf die Versuchsreihe von Merkel bezieht, womit entsprechend die Versuchsreihen der andern Beobachter behandelt sind.

„Die mit einander zu vergleichenden, in Zeitintervallen von etwa einer Secunde aufeinanderfolgenden, zwei Schalle wurden durch Bleikugeln erzeugt, deren Gewichtsverhältniß entweder 1 war oder zwischen den Grenzen 1 und 2 lag, und welche von entsprechenden Höhen auf die Unterlage (3) fielen. Der jeweils Vergleichende nahm eine bequeme Stellung ein, in der er aber von meinen [Tischers] am Fallapparat ausgeführten Manipulationen, von der Größe der veränderten Fallhöhen und von der Reihenfolge der Schalle, welche in unregelmäßiger Abwechselung bald in der einen, bald in der andern Richtung erfolgte, nichts sehen konnte. Die Entfernung des Ohres von der Schallquelle betrug 1 bis 2 m. Die eine von beiden Kugeln (p) fiel während je einer Versuchsreihe immer von einer und derselben Höhe h und erzeugte einen Schallreiz r, für welchen die Unterschiedsschwelle bestimmt werden sollte. Die andere Kugel p' fiel bei Beginn einer jeden Versuchsreihe von derjenigen Höhe h' herab, bei welcher nach Tab. IX der zugehörige Schall r' gleich dem Schalle r empfunden wurde, und wurde allmälig auf den Werth h'_0 vergrößert, bei welchem r' eben stärker erschien als r. Betreffs der Bestimmung von h'_0 muß erwähnt werden, daß, wenn h'_0 nahezu erreicht war, das Urtheil des jeweils Vergleichenden bei wiederholter Schallfolge schwankte, indem bald $r' > r$, bald $r' = r$ angegeben

wurde. Das erstere trat dann zumeist ein, wenn r' auf r folgte, das letztere dann, wenn r' dem r voranging. Dem h' wurden dann noch so lange kleine Zuwüchse ertheilt, bis bei vier bis sechs Schallfolgen das Urtheil immer $r' > r$ lautete. Erst dieses h' wurde als h'_o notirt. — Auf gleiche Weise wurde hierauf durch Herabdrücken von h' der Werth h'_u bestimmt, bei welchem r' eben schwächer als r geschätzt wurde.

Das Verhältniß $\frac{\Delta r}{r}$ zwischen der Unterschiedsschwelle Δr und dem zugehörigen Reize r wurde auf folgende Weise berechnet. Unseren Versuchen zufolge ergaben sich für jedes r zwei Schwellenwerthe, nämlich $\Delta r_o = r'_o - r$ und $\Delta r_u = r - r'_u$. Das Mittel $1/2\,(\Delta r_o + \Delta r_u)$ aus beiden wurde als eigentlicher Schwellenwerth Δr angesehen und mithin

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta r_o + \Delta r_u}{r}$$

gesetzt. Um nicht mit den absoluten Werthen, sondern nur mit den Verhältnissen der Fallhöhen zu rechnen, habe ich nicht die Größen Δr_o und Δr_u, sondern die Größen

$$1 + \frac{\Delta r_o}{r} = \frac{r'_o}{r} \text{ und } 1 - \frac{\Delta r_u}{r} = \frac{r'_u}{r}$$

bestimmt nach den Formeln

$$\frac{r'_o}{r} = \frac{p'}{p}\left(\frac{h'_o}{h}\right)^{\varepsilon} = a, \qquad \frac{r'_u}{r} = \frac{p'}{p}\left(\frac{h'_u}{h}\right)^{\varepsilon} = b.$$

Dann ist einfach

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{2}\,(a-b).$$

Bei der ersten und größten Versuchsreihe, welche zugleich über die Anwendbarkeit und praktische Ausführbarkeit des soeben dargelegten Verfahrens ein Urtheil erst ermöglichen sollte, wurden die Schalle von Herrn Merkel verglichen, und die bei Berechnung der a- und b-Werthe zu benützenden ε wurden der folgenden, auf Grund der Tabelle IX und der im vorigen Abschnitt [der Tischerschen Abhandlung] mitgetheilten Erfahrungen entworfenen Maßtabelle entnommen, in welcher in den Horizontalreihen die zu den links angegebenen Höhenpaaren, in den Verticalreihen die zu den oben bemerkten Gewichtspaaren gehörigen ε enthalten sind. 1)

---

1) Es ist zu bemerken, daß die ε-Werthe der Tabelle XIII durch Interpolation aus der Tabelle IX und dann weiter die ε-Werthe der Tabelle XIV durch Interpolation aus der Tabelle XIII abgeleitet sind, was der Verf. zwar nicht ausdrück-

Tab. XIII.

	200/100 g	100/50 g	50/25 g	25/12 g	12/8 g	8/8 g	5/5 g	1/1 g	0,3/0,3 g
$^{100}/_{50}$ cm	1,00	0,98	0,97	0,96	0,92	0,89	0,85	0,82	0,74
$^{70}/_{30}$ cm	0,98	0,96	0,95	0,93	0,86	0,80	0,76	0,74	0,68
$^{25}/_{10}$ cm	0,88	0,86	0,83	0,81	0,78	0,73	0,70	0,66	0,61

Resultate der Versuche.

Es sollen zuerst diejenigen der ersten Versuchsreihe ausführlich mitgetheilt werden. Sie sind in der folgenden Tabelle enthalten, welche nach dem Vorausgegangenen keiner weiteren Erklärung bedarf. Hinter jedem a- und b-Werth ist das ε, welches bei seiner Berechnung benutzt wurde, angegeben.

Tab. XIV.

p	p′	h	h'_o	h'_u	a	ε	b	ε	$\frac{a-b}{2}$
100	125	60	74	38	1,53	0,97	0,81	0,96	0,36
50	66	„	78	32	1,49	0,96	0,72	0,96	0,385
25	20	„	110	52	1,45	0,98	0,70	0,96	0,375
20	20	„	92	37	1,51	0,96	0,63	0,94	0,44
12,5	8	„	142	65	1,42	0,92	0,68	0,88	0,37
8	8	„	94	36	1,48	0,88	0,66	0,80	0,41
5,56	5,56	„	96	36	1,49	0,85	0,68	0,76	0,405
1,06	1,06	50	80	30	1,47	0,82	0,69	0,74	0,39
0,3	0,3	„	84	29	1,45	0,72	0,69	0,68	0,38
100	125	20	24	11	1,47	0,88	0,73	0,88	0,37
50	66	„	23	10	1,48	0,84	0,74	0,84	0,37
25	20	„	40	16	1,47	0,88	0,67	0,82	0,40
25	20	„	32	11	1,48	0,84	0,62	0,80	0,43
12,5	8	„	56	20	1,46	0,80	0,64	0,78	0,41
8	8	„	34	10	1,49	0,76	0,61	0,73	0,44
5,56	5,56	„	35	11	1,49	0,72	0,66	0,70	0,415
1,06	1,06	„	37	11	1,52	0,68	0,67	0,66	0,425
0,3	0,3	„	39	10	1,52	0,63	0,65	0,61	0,435

lich anführt, aber ich durch Wundt weiß. Nun wäre erwünscht gewesen, daß der Verf. die Weise, wie er die Interpolation hiebei vollzieht, an einigen Beispielen erläutert hätte; mir selbst scheint sie schwierig und precär; und ich möchte nicht glauben, daß die zweite Decimale von ε danach sicher bestimmbar sei; doch immer besser als von einer Bestimmung der ε ganz zu abstrahiren. F.

Eine größere Übereinstimmung der einzelnen Werthe von $\frac{a-b}{2}$ kann mit Rücksicht darauf, daß alle in obiger Tabelle mitgetheilten Versuche innerhalb einer Zeit von drei Stunden ausgeführt wurden, wohl kaum erwartet werden. Daß die der constanten Fallhöhe $h = 20$ cm zugehörigen Werthe etwas größer ausfallen als die der Höhe $h = 60$ cm entsprechenden, erklärt sich aus der Anordnung der Versuche. Denn durch dieselben sind in Wahrheit nicht die eben merklichen, sondern die eben übermerklichen Unterschiede bestimmt worden; die Werthe h'_o mußten infolge unseres Verfahrens sämmtlich etwas zu groß, die Werthe h'_u sämmtlich etwas zu klein ausfallen. Da die absoluten Werthe dieser Höhenfehler bei $h = 20$ denen bei $h = 60$ nahezu gleich sein werden, so ist klar, daß sie bei den kleinen um 20 herum liegenden Höhen einen größeren, sichtbareren Einfluß ausüben müssen als bei den großen, um 60 herum gelegenen Höhen, daß also die Vergrößerung von $\frac{\Delta r}{r}$ im ersten Falle mehr hervortritt als im letzteren.

Das Mittel aus allen $\frac{1}{2}(a-b)$ ist $\frac{7,21}{18} = 0,4055 \ldots$, also ergiebt sich für Herrn Merkel die

$$\text{reciproke Unterschiedsempfindlichkeit } \frac{\Delta r}{r} = \frac{2}{5}.$$

Will man aber $\frac{\Delta r_o}{r}$ als reciproke Unterschiedsempfindlichkeit betrachten, so hat man

Mittel aller a gleich $1,48 = 1 + \frac{\Delta r_o}{r}$,

also die einer Vermehrung des Reizes entsprechende Unterschiedsempfindlichkeit $\frac{\Delta r_o}{r} = 0,48$. Dagegen ist das

$$\text{Mittel aller b gleich } 0,68 = 1 - \frac{\Delta r_u}{r},$$

und die einer Verminderung des Reizes entsprechende Unterschiedsempfindlichkeit $\frac{\Delta r_u}{r} = 0,32$.

Die mittlere Schwankung der $\frac{1}{2}(a-b)$-Werthe obiger Tabelle um ihr Gesammtmittel ist 0,022889, und ihr Verhältniß zum $\frac{1}{2}(a-b)$-Mittel ist gleich

$$\frac{22889}{405556} = 0,0564.\text{“}$$

Zu der vorigen, vom Beobachter Merkel herrührenden Reihe, der größten unter den verschiedenen Reihen, wurden noch folgende zugefügt, in denen bezüglich Prof. Wundt (Wt), Stud. theol. Hubrich (H); Stud. math. Mehner (Mr) und Stud. math. Lorenz (L) die Schallstärken verglichen. Sie gaben folgende Resultate, in deren tabellarischer Mittheilung ich jedoch Kürze halber die 2 Spalten ε und die Spalte $\frac{a-b}{2}$ übergehe.

	p	p′	h	h'_o	h'_u	a	b
XIX. Wt.	0,3	0,3	40	63	22	1,412	0,642
	1,06	1,06	"	64	23	1,443	0,657
	5,56	5,56	"	62	25	1,445	0,687
	25	20	"	74	28	1,409	0,585
	100	125	"	46	20	1,489	0,661
XX. H.	1,6	1,06	40	68	22	1,562	0,620
	3,6	3,6	"	64	21	1,505	0,578
	8	8	"	62	22	1,484	0,587
	20	25	"	50	20	1,535	0,665
	100	66	"	90	30	1,438	0,502
XXI. Mr.	0,3	0,3	40	85	12	1,632	0,552
	2,6	2,6	"	84	16	1,719	0,572
	8	8	"	77	17	1,700	0,565
	20	25	"	56	13	1,686	0,569
XXII. L.	0,3	0,3	40	100	15	1,814	0,583
	1,06	1,06	"	96	17	1,782	0,598
	5,56	5,56	"	92	19	1,791	0,620
	20	25	"	64	15	1,795	0,629
	100	125	"	62	16	1,806	0,629

„In jeder Tabelle sind die $\frac{1}{2}$ (a—b)-Werthe so gut wie constant. Bei Mr. und L. erreichen sie eine beträchtliche Größe. Um für jede Person die Reizunterschiede innerhalb des Reizumfanges von Tabelle XIV aufgesucht zu haben, wurden die obigen Versuchsreihen einige Tage später durch die folgenden Versuche ergänzt.

	p	p′	h	h′o	h′u	a	b
XIX′. Wt.	0,3	0,3	20	32	13	1,416	0,735
	100	125	60	70	30	1,458	0,631
XX′. H.	0,3	0,3	20	33	10,5	1,478	0,613
	100	125	60	73	35	1,495	0,600
XXI′. Mr.	0,3	0,3	20	40	10	1,464	0,693
	0,3	0,3	40	76	21	1,508	0,702
	1,06	1,06	"	69	22	1,465	0,699
	1,56	5,56	"	69	23	1,513	0,702
	20	20	"	62	26	1,470	0,740
	100	125	60	70	31	1,454	0,717
XXII′. L.	0,3	0,3	20	36	10	1,457	0,688
	100	125	60	74	29	1,497	0,699

Die $^1/_2$(a—b)-Werthe in XIX′ und XX′ fügen sich ganz gut denen in XIX und XX ein. Bei Mr. und L. sind sie aber zwar untereinander übereinstimmend, jedoch viel kleiner als in XXI und XXII. Dies schien auf eine bedeutende Übung in der Unterscheidung der Schallstärken hinzuweisen. Daher ersuchte ich [Verf.] wieder einige Tage später aus der Reihe der letztgenannten Beobachter Herrn Lorenz und außerdem Herrn Merkel noch einmal, in je einer Versuchsreihe die Schallstärken zu vergleichen. Die Resultate sind:

	p	p′	h	h′o	h′u	a	b
XXII″. L.	0,3	0,3	20	34	10,5	1,437	0,688
	1,06	1,06	40	67	23	1,442	0,717
	5,56	5,56	40	65,5	22	1,412	0,682
	20	20	40	66	26	1,470	0,739
	100	125	60	71	28	1,444	0,679
XIV′. Ml.	0,3	0,3	20	34	11,5	1,429	0,715
	1,06	1,06	40	66	24	1,419	0,707
	5,56	5,56	40	62	26	1,420	0,724
	20	20	40	60	27	1,464	0,708
	100	125	60	69	32	1,432	0,684

Der Vergleich der $^1/_2$ (a—b)-Werthe dieser Tabellen mit denen in XXII′ und XIV zeigt noch eine Verminderung der ersteren gegen die letzteren: dieselbe ist aber gegenüber den Unterschieden zwischen den

Werthen in XXI und XXI', sowie in XXII und XXII' nur unbedeutend. Wiederholte Versuche, die aus Mangel an Zeit unterblieben, würden möglicherweise noch eine geringe Verkleinerung von $\frac{1}{2}(a-b)$ oder $\frac{\Delta r}{r}$ herbeiführen. In unserer Absicht lag nicht die genaue Bestimmung des absoluten Werthes der Unterschiedsempfindlichkeit, sondern nur die Prüfung bez. Bestätigung des Weberschen Gesetzes; diese ist in den mitgetheilten Ergebnissen enthalten.

Die Gesammtmittel der a, b und $\frac{1}{2}(a-b)$ aus den letzten Tabellen sind

	a	b	$\frac{1}{2}(a-b)$
bei Wt.	1,439	0,657	0,391
„ H.	1,499	0,595	0,452
„ Mr.	1,479	0,709	0,385
„ L.	1,441	0,701	0,370
„ Ml.	1,433	0,708	0,363"

Der Verf. stellt noch p. 22 einen Vergleich der vorigen Werthe von $\frac{\Delta r}{r}$ mit den aus den früheren Versuchen von Renz und Wolf und von Volkmann zu folgernden Werthen an; und findet keine zu große Abweichung dazwischen. Endlich schließt er:

„Nimmt man an, daß die Formel $i = p h^{\varepsilon}$ auch dann noch zur Vergleichung von Schallstärken verwendet werden darf, wenn die entsprechenden Gewichte und Fallhöhen sehr weit von einander entfernt liegen, so würde sich der Reizumfang, in welchem sich die obigen Versuche bewegen, d. i. das Verhältniß des stärksten zum schwächsten der angewandten Reize r auf die ansehnliche Größe $\frac{100\,g}{0,3\,g}\left(\frac{60}{20}\right)^{0,8} = 800$ berechnen. Für einen Reizumfang gleich 800 würden somit die obigen Versuche das Webersche Gesetz bestätigen."

So weit der wesentliche Sach- und Recheninhalt der betreffenden Untersuchung nach der Redaction derselben, wie sie in Tischers Abhandlung vorliegt. Der Sachinhalt bleibt in jedem Fall eine höchst schätzbare Bereicherung der Psychophysik; die Berechnungsweise aber scheint mir in einiger Hinsicht theils der Änderung, theils Erläuterung zu bedürfen, ohne daß sich doch in dem für das Webersche Gesetz günstigen Resultat etwas dadurch ändert, worüber folgende Bemerkungen.

Einfacherer Bezeichnung halber ersetze ich folgends r'_o, r'_u durch r_o, r_u und Δr, $\Delta r'_o$, $\Delta r'_u$ durch Δ, Δ_o, Δ_u. Dann haben wir:

$$\Delta_o = r_o - r; \qquad \Delta_u = r - r_u$$

$$\frac{r_o}{r} = 1 + \frac{\Delta_o}{r} = a; \qquad \frac{r}{r_u} = 1 + \frac{\Delta_u}{r_u} = \frac{1}{b}$$

$$\frac{\Delta_o}{r} = a - 1; \qquad \frac{\Delta_u}{r_u} = \frac{1}{b} - 1.$$

Man bemerke, daß Δ_o, Δ_u die absoluten Unterschiedsschwellen oder eben merklichen Unterschiede nach Oben und Unten sind, hiegegen $\frac{r_o}{r}$ und $\frac{r}{r_u}$ die obere und untere Verhältnißschwelle.

Ferner erinnere man sich, daß im Sinne des Weberschen Gesetzes die obere und untere Verhältnißschwelle principiell gleich sind, wenn schon sie experimentell durch Zufälligkeiten variiren. Hingegen sind die absolute obere und untere Unterschiedsschwelle nach Weberschen Gesetze principiell nicht gleich, weil nach diesem Gesetze die Unterschiedsschwelle zwischen großen Reizen größer, zwischen kleinen Reizen kleiner ist, bei der oberen Unterschiedsschwelle aber wird der Reiz r mit einem größeren, bei der unteren mit einem kleineren Reize in Beziehung gesetzt. Weiterhin (unter Nr. 16) wird der noch nicht bekannte Satz erwiesen werden, daß nach dem Weberschen Gesetze das Verhältniß der obern zur unteren Unterschiedsschwelle $\frac{\Delta_o}{\Delta_u}$ gleich der, beiderseitig gleichen, Verhältnißschwelle $\frac{r_o}{r_u}$ oder $\frac{r}{r_u}$ ist.

Hiezu nun noch folgende weitere Bemerkungen.

1) Die Bewährung des Weberschen Gesetzes kann gleichgeltend auf die Constanz der Verhältnißschwelle oder die Constanz des relativen e. m. U. in verschiedenen Theilen der Reizscala gegründet werden; wenn unter Verhältnißschwelle das Verhältniß der beiden Reize verstanden wird, welche einen eben merklichen oder eben verschwindenden Unterschied geben, unter relativem e. m. U., oder relativer Unterschiedsschwelle, der eben merkliche Unterschied selbst, dividirt sei es durch den kleinen, oder den größern Reiz oder das Mittel beider Reize, was gleichgültig ist, sofern mit der Constanz des einen dieser Verhältnisse zugleich die Constanz des anderen gegeben ist, nur muß die einmal in dieser Hinsicht getroffene Convention consequent beibehalten werden.

2) Der Verfasser hält sich an die Constanz des rel. e. m. U.; sofern aber ein solcher bei den Versuchen sowohl auf der obern als untern Seite von r, d. i. respectiv zwischen r_o, r, und r, r_u, bestimmt ist, zieht er das arithmetische Mittel aus beiden, bleibt sich aber dabei nicht treu; indem er den oberen e. m. U. mit dem kleineren, den unteren mit dem größeren der

Reize dividirt, welche den Unterschied bilden, wodurch eine Incongruenz aller Ableitungen entsteht.

3) In der That, stellen wir die drei Reize r_o, r, r_u in absteigender Folge ihrer Größe neben einander

$$r_o\,,\ r\,,\ r_u$$

so sind die zwei in Betracht kommenden Unterschiede nach absolutem Werthe

$$\text{oben } r_o - r = \Delta_o$$
$$\text{unten } r - r_u = \Delta_u$$

hieraus sind die relativen Unterschiede nach angegebener Regel zu bilden. Aber indem der Verf. den oberen mit r dividirt, d. i. hier mit dem kleineren beider Reize, und den unteren auch mit r dividirt, welches hier vielmehr der größere beider Reize ist, verletzt er die angegebene Regel, und der Nachtheil hievon zeigt sich gleich darin, daß danach bei Werthen, welche das Webersche Gesetz befolgen, der obere relative e. m. U. mit dem unteren nicht gleich ausfällt, indeß doch der Charakter des Weberschen Gesetzes darin liegt, daß die relativen e. m. Unterschiede sich zwischen irgendwelchen Reizen gleich bleiben.

In der That, setzen wir beispielsweise

$$r_o = 4\,, \qquad r = 2\,, \qquad r_u = 1$$

so befolgen diese Werthe das Webersche Gesetz, insofern die obere gleich der unteren Verhältnißschwelle, d. i. $\frac{r_o}{r} = \frac{r}{r_u}$ ist.

Setzt man aber mit dem Verf. den oberen rel. e. m. U. $= \frac{r_o - r}{r}$, den unteren $\frac{r - r_u}{r}$, so erhält man für den oberen $\frac{2}{2} = 1$, für den unteren $\frac{1}{2}$, was nicht stimmt. Befolgt man hingegen die angegebene Regel nach der Convention, jedesmal mit dem kleineren Reize zu dividiren (wofür auch die Convention, jedesmal mit dem größeren zu dividiren, eintreten könnte), so werden wir den oberen rel. e. m. U. zu setzen haben, $\frac{r_o - r}{r} = \frac{\Delta_o}{r}$, den unteren $\frac{r - r_u}{r_u} = \frac{\Delta_u}{r_u}$, und werden im angegebenen Beispiel erhalten

$$\frac{\Delta_o}{r} = \frac{2}{2} = 1\,, \qquad \frac{\Delta_u}{r_u} = \frac{1}{1} = 1$$

also beide gleich.

Es ist also die fundamentale Änderung zu machen, daß der untere

rel. e. m. U. nicht $= \frac{r - r_u}{r}$, sondern $\frac{r - r_u}{r_u}$ gesetzt werde, wonach sich natürlich auch das Mittel aus dem oberen und unteren rel. e. m. U. ändern muß. Bezeichnen wir es mit $\frac{\Delta}{r}$, so ist nach dem Verfasser

$$\frac{\Delta}{r} = \frac{1}{2}\left(\frac{r_o - r}{r} + \frac{r - r_u}{r}\right) = \frac{\Delta_o + \Delta_u}{2} = \frac{a - b}{2}$$

nach richtigerer Fassung aber

$$\frac{\Delta}{r} = \frac{1}{2}\left(\frac{r_o - r}{r} + \frac{r - r_u}{r_u}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_o}{r} + \frac{\Delta_u}{r_u}\right) = \frac{(a - 2)\,b + 1}{2b}$$

Sofern nun die Constanz des Werthes $\frac{a—b}{2}$ in der letzten Columne der Tischerschen Tabellen zur Bewährung des Weberschen Gesetzes dienen soll, wäre dieser Werth vielmehr durch den letzt gefundenen zu ersetzen, wenn man bei der vom Verf. eingehaltenen arithmetischen Mittelbestimmung stehen bleiben wollte, was jedoch nach den folgenden Bemerkungen nicht zweckmäßig sein würde.

4) Wenn die Verhältnisse, wozwischen ein Mittel zu nehmen, nicht stark von einander abweichen, so kommt es nahe auf dasselbe heraus, ob man das arithmetische oder Verhältnißmittel (sog. geometrische Mittel) dazwischen nimmt, und das gilt für unsere Versuchsreihen; inzwischen ist, wie sofort zu zeigen, das Verhältnißmittel zwischen Verhältnißwerthen nicht nur principiell das richtigere, sondern dessen Anwendung führt auch, insbesondere unter Zugrundelegung der Constanz der Verhältnißschwelle bei Constatirung des Weberschen Gesetzes, zu einfachern Formeln; endlich ist es mit geringerem Rechnungsaufwande zu bestimmen, und in sofern praktischer.

Zum Beweise, daß das arithmetische Mittel, welches A heiße, sich vom Verhältnißmittel, welches V heiße, nicht erheblich unterscheidet, wenn die Verhältnisse, woraus das Mittel zu ziehen, wenig von einander abweichen, nehmen wir als Beispiel die Verhältnisse

$$\frac{1}{1} \text{ und } \frac{9}{10}$$

wir haben A = 0,9500; V = 0,9487.

Zum Beweise andererseits, daß bei stark von einander abweichenden Verhältnissen beide Mittel stark von einander abweichen, nehmen wir

$$\frac{1}{1} \text{ und } \frac{1}{100}$$

Wir haben $A = \frac{101}{200}$, d. i. merklich $= \frac{1}{2}$

hiegegen $V = \sqrt{\frac{1}{100}} \qquad = \frac{1}{10}$

Mathematisch nothwendig und daher allgemein ist $V < A$.

Fragt man nun, ob principiell A oder V als Mittel zwischen Verhältnissen vorzuziehen sei, so spricht folgender Umstand für den Vorzug von V. Ein Verhältniß z. B. $\frac{2}{3} = 0{,}6667$ kann eben so gut $\frac{3}{2} = 1{,}5$ geschrieben werden, je nachdem man Nenner oder Zähler als Einheit nimmt, womit man den andern Werth vergleicht; es ist willkürlich.[1]) Nennen wir die eine Form, etwa die, auf welche man zuerst gekommen ist, die directe, die andere die reciproke. Soll nun ein Mittel aus zwei Verhältnissen gezogen werden, so nennen wir directes Mittel, was aus den directen Verhältnissen gezogen wird, reciprokes, was aus den reciproken Verhältnissen gezogen wird.

Nun können wir von der Art der Mittelziehung verlangen, daß rücksichtslos auf die Willkür, mit directen oder reciproken Verhältnissen zu operiren, das reciproke Mittel mit dem directen zu einem und demselben Resultate zusammenzustimme, d. h. durch Umkehr das directe Mittel wiedergebe. Die arithmetische Mittelziehung entspricht dieser Bedingung nicht, die Verhältnißmittelbestimmung entspricht ihr; die erste Bestimmung ist daher zweideutig, die andere eindeutig. Man kann dies

---

1) Nur beim Vergleich einer Größe mit den Maßen eines Maßstabes ist es nicht willkürlich; weil diese Maße fest gegeben sind, und hiemit eine gemeinsame Unterlage für alle unter einander zu vergleichende Größen bilden. Aber wo es Mittel zwischen Verhältnissen zu ziehen gilt, bei denen Nenner und Zähler, sei es durch Zufälligkeiten oder Schätzungsirrthümer, alterirt sein können, um die Ungenauigkeiten möglichst zu compensiren, besteht allerdings die Willkür, den einen oder andern Werth als den zu betrachten, wonach der andere zu messen. Wenn wir z. B. $\frac{r_0}{r}$ als obere Verhältschwelle finden, so kann sowohl r als r_0 durch falsche Schätzung einen falschen Werth für diese Schwelle geben, und wird man nicht sagen können, r_0 könne bloß nach seinem Vergrößerungsverhältniß gegen r als $\frac{r_0}{r}$ gedacht werden, sondern eben so gut wird r nach seinem Verkleinerungsverhältniß gegen r_0 als $\frac{r}{r_0}$ gedacht werden können; es ist also willkürlich, mit $\frac{r_0}{r}$ oder $\frac{r}{r_0}$ zu operiren.

allgemein in Buchstaben ausdrücken, aber auch an beliebigen Zahlenbeispielen erläutern. In der That seien:

$$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$$

die beiden als direct betrachteten Verhältnisse, so sind

$$\frac{b}{a}, \frac{d}{c}$$

ihre reciproken Werthe. Zieht man aus beiden Aufstellungen das arithmetische Mittel, so hat man

$$\text{direct } \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right); \text{ reciprok } \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a} + \frac{d}{c}\right)$$

Das zweite Mittel sollte nun durch Umkehr, wonach es bekanntlich das harmonische zum directen heißt, zum directen zurückführen, das ist aber nicht der Fall, denn $\dfrac{2}{\frac{b}{a} + \frac{d}{c}}$ ist nicht $= \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)$, und allgemein ist das harmonische Mittel nicht gleich dem directen, wenn die beiden Verhältnisse nicht selbst gleich sind. Nehmen wir hingegen das Verhältnißmittel, so haben wir

$$\text{direct } \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c}}, \text{ reciprok } \sqrt{\frac{b \cdot c}{a \cdot b}},$$

wovon letzteres durch Umkehr das erste wiedergiebt.

Wo freilich die Werthe $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ einander sehr nahe liegen, stimmt auch A sehr nahe mit V, wo nicht, so können sie weit auseinander fallen, wie man sich an selbst gemachten Beispielen überzeugen kann.

Was nun vom Mittel aus zwei Verhältnißwerthen gilt, gilt auch vom Mittel aus beliebig vielen, und da die Werthe a und b in den Tabellen, so wie die aus den b abzuleitenden $\frac{1}{b}$ Verhältnisse sind, so wird auch, wo es Mittelwerthe daraus gilt, nicht A sondern V dazu zu benutzen sein.

Ich weiß wohl, daß die arithmetische Mittelziehung aus Verhältnissen ganz gewöhnlich geschieht; und da es sich im Allgemeinen um nahe liegende Verhältnisse dabei handelt und Mittel aus empirischen Werthen ohnehin immer mit einer gewissen Unsicherheit behaftet bleiben, kommt praktisch meist nichts Erhebliches darauf an; und würde dies auch wohl bei der vorliegenden Untersuchung der Fall sein; immerhin bleibt V dem A vorzuziehen.

Für den ersten Anblick nun könnte die Verhältnißmittelziehung doch umständlicher als die arithmetische scheinen, und man deßhalb bei nahe an einander liegenden Verhältnissen, wo sich beide Mittel nicht in nennenswerthem Grade unterscheiden, die letztere praktisch vorzuziehen halten. In der That braucht man bei den Tischerschen Tabellen zur Erlangung des arithmetisch mittleren a bloß die a zu addiren und mit der Zahl derselben zu dividiren, entsprechend mit den b, wogegen man zur Ziehung des Verhältnißmittels den Durchgang durch Logarithmen zu nehmen hat. Aber man muß bedenken, daß, um die Reihe der Verhältnisse a oder b zu addiren, man sie erst einzeln auf Decimalbrüche zu reduciren hat, eine mühsame und leicht Rechenversehen mitführende Arbeit, die auch der Bestimmung der a und b in der Tischerschen Tabelle vorausgegangen sein muß; hienach aber dürfte man die Verhältnißmittelziehung, welche diese *Einzelarbeit* erspart, doch praktischer finden. Seien die Verhältnisse, aus denen das Mittel zu ziehen

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1}, \frac{\alpha_2}{\beta_2}, \frac{\alpha_3}{\beta_3} \ldots\ldots$$

und die Zahl derselben n, so wird man allerdings zur Ziehung des Verhältnißmittels die Logarithmen aller α, so wie aller β aufzusuchen haben, hienach aber das Mittel einfach gleich der Zahl in den Tafeln für

$$\frac{\Sigma \log \alpha - \Sigma \log \beta}{n}$$

finden. Hingegen wird man zur Ziehung des arithmetischen Mittels erst jedes $\frac{\alpha}{\beta}$ auf seinen Decimalwerth zu bringen haben, und sich dazu doch am liebsten der logarithmischen Vermittelung bedienen; wozu aber jedes $\log \alpha - \log \beta$ *besonders* gebildet und dann zur Zahl in den Tafeln zurückgegangen werden muß.

5) Machen wir also folgends vom Verhältnißmittel statt arithmetischen Mittel Gebrauch, so wird das Mittel zwischen dem oberen und unteren relat. e. m. U. nicht mehr als

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_o}{r} + \frac{\Delta_u}{r_u}\right), \text{ sondern } \sqrt{\frac{\Delta_o . \Delta_u}{r . r_u}}$$

zu bestimmen und dieser Werth zunächst für $\frac{a-b}{2}$ zu substituiren sein. Wir können aber auch statt dessen eine einfachere Formel, die wie $\frac{a-b}{2}$ Function von a und b ist, anwenden, wenn wir die Bewährung des

Weberschen Gesetzes statt auf die Constanz des rel. e. m. U. auf die Constanz der Verhältnißschwelle gründen, und sofern wir eine obere und untere Verhältnißschwelle haben, das Verhältnißmittel daraus nehmen. Nun ist:

Die obere Verhältnißschwelle $= \frac{r_o}{r} = a$

die untere " $= \frac{r}{r_u} = \frac{1}{b}$

mithin, wenn wir jetzt mit V die mittlere Verhältnißschwelle bezeichnen

$$V = \sqrt{\frac{r_o}{r} \cdot \frac{r}{r_u}} = \sqrt{\frac{r_o}{r_u}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

und zunächst letzterer Werth für $\frac{a-b}{2}$ zu substituiren.

Hiebei läßt sich die Bemerkung machen: da nicht b sondern $\frac{1}{b}$ die dem a entsprechende untere Verhältnißschwelle ist, so wäre es zweckmäßig gewesen, statt der Werthe b vielmehr die Werthe $\frac{1}{b}$ in den Tabellen einzuführen; die sich dann nur durch Zufälligkeiten von den a-Werthen unterscheiden können, wenn das Webersche Gesetz reine Gültigkeit hat, und einen unmittelbaren Vergleich zwischen den oberen und unteren Verhältnißschwellen gestatten würden, wogegen die b, als reciproke Verhältnißschwellen nicht damit vergleichbar und, wie auch die Tabellen zeigen, viel kleiner sind. Natürlich hätte man dann auch lieber statt der Bezeichnung $\frac{1}{b}$ die einfachere Bezeichnung b für die untere Verhältnißschwelle zu nehmen gehabt. Indeß bleibe ich zur Verhütung von Verwirrung bei der Tischerschen Bezeichnung stehen.

6) Ungeachtet der Werth $\sqrt{\frac{a}{b}}$ von dem durch Tischer eingeführten $\frac{a-b}{2}$ im absoluten Werthe sehr abweicht, gehen doch beide insofern parallel, als der eine mit dem anderen steigt und fällt, und hängt mit der Constanz des einen die des anderen zusammen; wonach allerdings die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes nach der Constanz von $\frac{a-b}{2}$ nicht minder beurtheilt werden konnte als nach der Constanz von $\sqrt{\frac{a}{b}}$; nur leidet die Bestimmung des mittleren relat. e. m. U., welche für die

Unterschiedsempfindung eines gegebenen Individuum maßgebend ist, durch jene Bestimmungsweise.

Ersteres anlangend nämlich so geht natürlich mit $\sqrt{\frac{a}{b}}$ auch $\log\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\log a - \log b}{2}$ und hiemit $\frac{a-b}{2}$ parallel, und hängt die Constanz des einen Werthes an der Constanz des andern.

7) Da zur Verhältnißmittelziehung auf die Logarithmen der a und der $\frac{1}{b}$ zurückgegangen werden muß, so gebe ich solche für die Merkelsche Tabelle XIV in derselben Reihenfolge, in welcher diese Tabelle gehalten ist, so daß jedem log a das zugehörige log $\frac{1}{b}$ beisteht. Die Schallwerthe nehmen von oben nach unten ab.

Logarithmen der oberen und unteren Verhältnißschwelle, resp. a und $\frac{1}{b}$ der Merkelschen Tabelle XIV.

Nr.	log a	$\log\frac{1}{b}$
1	0,18469	0,09151
2	17319	14267
3	16137	15490
4	17898	20066
5	15229	16749
6	17026	18046
7	17319	16749
8	16732	16115
9	16137	16115
10	16732	13668
11	17026	13077
12	16732	17393
13	17026	20761
14	16435	19382
15	17319	21467
16	17319	18046
17	18184	17393
18	18184	18709
Summe	3,07223	3,02644
Mittel	0,17068	0,16814
$\Sigma\lambda$	0,10935	0,39882
Σdiff.	0,39489	0,39489

Man sieht, daß die Summe der log $\frac{1}{b}$ mit der Summe der log a sehr nahe übereinstimmt, indeß zwischen den einzelnen Bestimmungen beider Seiten die mannichfachsten zufälligen Abweichungen Platz greifen. — Unter $\Sigma\lambda$ ist die Summe der Abweichungen verstanden, welche die einzelnen log a, resp. log $\frac{1}{b}$ von dem darüber stehenden Mittel der log a, resp. Mittel der log $\frac{1}{b}$ zeigen. Diese Summe ist bezüglich der log $\frac{1}{b}$ viel größer, als bez. der log a. — Unter Σdiff. ist die Summe der 18 $\log a - \log\frac{1}{b}$ ohne Rücksicht auf das Vorzeichen der Differenzen verstanden, mit Rücksicht darauf ist sie 0,04571; also Σlog a in Übergewicht.

Um nun aus der Gesammtheit der a und $\frac{1}{b}$ die resultirende mittlere Verhältnißschwelle zu erhalten, werden wir die Summe der Logarithmen sämmtlicher a und $\frac{1}{b} = 3,07223 + 3,02644 = 6,09867$ mit der Zahl derselben $= 36$ zu dividiren und zum Quotienten die Zahl in den Tafeln zu nehmen haben, giebt $V = 1,4771$.

Hieraus läßt sich dann auch der relative e. m. U. $= 0,4771$ nach folgender Betrachtung finden.

Um den Reizwerth r im Verhältniß der Verhältnißschwelle zu steigern, muß er auf 1,4771 r erhöht werden, und die Unterschiedsschwelle ist dann die Differenz beider Werthe d. i. $1,4771 \cdot r - r = 0,4771 \cdot r$, welche, mit dem kleinern Reize r dividirt, die relative Unterschiedsschwelle oder den relativen e. m. U. $= 0,4771$ giebt. Zum entsprechenden Resultate kommt man, wenn man den Reiz r nach unten im Verhältniß von $\frac{r}{1,4771}$ verkleinert, und den Unterschied zwischen r und $\frac{r}{1,4771}$ wieder mit dem kleineren Reize, d. i. $\frac{r}{1,4771}$ dividirt. Jener Unterschied ist $0,32301 \cdot r$, der kleinere Reiz ist $0,67699 \cdot r$, dies giebt $\frac{0,32301}{0,67699} = 0,4771$ wie vorhin.

8) Inzwischen ist mit allem Vorigen die Untersuchung noch nicht erschöpft.

Wirft man einen Blick auf die Merkelsche Tabelle XIV, wo die b neben den a stehen, so findet man leicht, schon bei oberflächlichem Blick, Zweies, was sich bei näherer Untersuchung um so bestimmter herausstellt:

1) Daß die b erheblich mehr als die a schwanken;

2) daß die a von oben nach unten weder eine vorwiegende Abnahme noch Zunahme, sondern eben nur unregelmäßige Schwankungen zeigen, die b aber von oben nach unten abgesehen von der Schwankung eine nicht zu verkennende Abnahme, daß also 1) die Sicherheit der Bestimmung der a größer als die der b ist, 2) daß die a besser zum Weberschen Gesetze als die b stimmen; da ja die Bewährung des Weberschen Gesetzes auf der betreffenden Constanz beruht, welche schon für jede Seite allein gefordert werden kann. Wenn wir statt auf b vielmehr auf $\frac{1}{b}$ Bezug nehmen, so macht dies in beiden Beziehungen keinen Unterschied, nur daß natürlich, während die b von oben nach unten

im Ganzen abnehmen, hiegegen die $\frac{1}{b}$ von oben nach unten zunehmen. Entsprechende Unterschiede als an der Reihe der a und $\frac{1}{b}$ finden sich natürlich an der Reihe ihrer Logarithmen (S. 404) wieder.

9) Ehe wir nun die Rücksicht, welche diese Verschiedenheit beider Seiten in Ziehung der Resultate fordert, besprechen, gilt es erst, die Verschiedenheit selbst bestimmter nachzuweisen.

Was die stärkere Schwankung oder Unsicherheit auf der unteren oder b-Seite anlangt, so wird sie, wenn wir uns zunächst an die arithmetische Mittelziehung halten wollen, sich so finden lassen, daß wir 1) aus allen a das arithmetische Mittel ziehen, daß wir die Abweichungen aller einzelnen a von diesem Mittel bestimmen, und die Summe dieser Abweichungen (strenger die Summe der Quadrate der Abweichungen) nehmen; daß wir 2) auf der anderen Seite eben so mit den $\frac{1}{b}$ verfahren, da vielmehr diese als die b mit den a vergleichbar sind; und daß wir endlich die Summen beider Abweichungen, welche respectiv $\Sigma\delta_\alpha$ und $\Sigma\delta_\beta$ heißen mögen, vergleichen. Man findet, daß die zweite Summe erheblich größer als die erste ist. Hält man sich aber an die richtigere Verhältnißmittelbestimmung, so wird man das Entsprechende als mit a und $\frac{1}{b}$ vielmehr mit deren Logarithmen vorzunehmen haben, d. h. die Summe der Abweichungen der einzelnen log a vom Mittel derselben mit der Summe der Abweichungen der einzelnen Log. $\frac{1}{b}$ vom mittleren log $\frac{1}{b}$ zu vergleichen haben, welche Summen respectiv $\Sigma\lambda_\alpha$ und $\Sigma\lambda_\beta$ heißen mögen, und für die Merkelsche Tabelle schon S. 404 am Schluß derselben angegeben sind.

Das arithmetische Mittel der a nun finde ich $= 1{,}4816$, das der $\frac{1}{b} = 1{,}4761$, das Mittel der $\log a = 0{,}17068$, das Mittel der $\log \frac{1}{b} = 0{,}16814$. Hienach berechnet

$$\Sigma\delta_\alpha = 0{,}373; \qquad \Sigma\delta_\beta = 1{,}350$$
$$\Sigma\lambda_\alpha = 0{,}1094; \qquad \Sigma\lambda_\beta = 0{,}3988$$

also nach beider Rechnungsweise die Abweichungssumme auf der unteren oder b-Seite über dreimal so groß als auf der a-Seite.

Zum Beweise jedoch, daß dieser Umstand nicht der Merkelsche

Tabelle eigenthümlich ist, gebe ich hier das Resultat von $\Sigma\lambda$ für alle 11 vorliegenden Tabellen, mit Einschluß der Merkelschen, und füge zugleich die obere und untere Verhältnißschwelle V_α, V_β bei, deren Logarithmen die Mittelwerthe sind, von denen die Abweichungen der einzelnen log a und log $\frac{1}{b}$ zu rechnen. Sie können dienen, die relative Unterschiedsempfindlichkeit der verschiedenen Beobachter zu vergleichen. Der Werth n giebt hier die Zahl der Bestimmungen für jede Seite insbesondere, also 18 für Merkel.

	n	V_α	V_β	$\Sigma\lambda_\alpha$	$\Sigma\lambda_\beta$
XIV. Ml.	18	1,4815	1,4728	0,1094	0,3988
XIX. Wt.	5	1,4393	1,5563	0,0352	0,0828
XX. H.	5	1,5042	1,7010	0,0508	0,1532
XXI. Mr.	4	1,7837	1,7799	0,0272	0,0205
XXII. L.	4	1,7976	1,6352	0,0120	0,0609
XIX'. Wt.	2	1,4369	1,4752	0,0127	0,0663
XX'. H.	2	1,4865	1,6490	0,0050	0,0093
XXI'. Mr.	6	1,4789	1,4003	0,0368	0,0595
XXII'. L.	2	1,4769	1,4420	0,0118	0,0099
XXII''. L.	5	1,4409	1,4273	0,0199	0,0664
XIV'. Ml.	5	1,4327	1,4135	0,0188	0,0299

Man sieht, daß bloß die Reihen XXI Mr. und XXII' L. eine Ausnahme vom Übergewicht der Summe $\Sigma\lambda_\beta$ über $\Sigma\lambda_\alpha$ machen. Da aber das Übergewicht von $\Sigma\lambda_\alpha$ in diesen Reihen verhältnißmäßig nicht zu groß, und n bloß 2 und 4 ist, können diese Ausnahmen nicht sehr zählen.

10) Um den verschiedenen Gang der a-Werthe und $\frac{1}{b}$-Werthe, wonach die letzteren schlechter als die ersten zum Weberschen Gesetz stimmen, einfach übersehen zu lassen, ziehen wir in Tabelle XIV, nach Übersetzung der b in $\frac{1}{b}$, das Verhältnißmittel

1) Aus den sieben, zu $h = 60$ gehörigen Werthen a, welche bei den stärksten Schallwerthen gefunden sind,
2) Aus den zwei folgenden, zu $h = 50$ gehörigen Werthen a,
3) Aus den neun untersten, zu $h = 20$ gehörigen Werthen a,

welche bei den schwächsten Schallwerthen gefunden sind, und verfahren entsprechend mit $\frac{1}{b}$; so erhalten wir:

Verhältnißmittel a	Verhältnißmittel $\frac{1}{b}$
1) 1,4810	1) 1,4384
2) 1,4600	2) 1,4494
3) 1,4865	3) 1,5062

Diese Zahlen sprechen für sich selbst. Die mittleren a sind durch alle drei Abtheilungen der Reizscala von oben nach unten so übereinstimmend, daß man die schönste Bewährung des Weberschen Gesetzes darin sehen kann, indeß die $\frac{1}{b}$ von oben nach unten nicht unerheblich anwachsen und eine nicht unerhebliche untere Abweichung vom Weberschen Gesetze verrathen. Combinirt man dann die $\frac{1}{b}$ mit den a zum Mittel, so muß sich natürlich diese Abweichung auf die Reihe der combinirten Werthe in gewissem Verhältnisse übertragen.

Der Grund des Unterschiedes beider Seiten ist nicht sicher angebbar. Nicht unwahrscheinlich hängen beide Gesichtspuncte des Unterschiedes zusammen; und mag derselbe Umstand, welcher eine größere Schwankung auf der b-Seite bedingt, zugleich die Verhältnißschwelle bei den kleineren Gewichten relativ gegen ihren Werth bei den größeren steigern. Doch ist dies nicht ausgemacht.

Auf p. 17 der Tischerschen Abhandlung ist ein Grund angegeben, „weßhalb die, der constanten Fallhöhe h = 20 cm zugehörigen, Werthe $\frac{a-b}{2}$ etwas größer ausfallen, als die der Höhe h = 60 cm entsprechenden." Ich gestehe aber, den weiter dazu geltend gemachten Satz nicht unterschreiben zu können, daß „die absoluten Werthe dieser Höhenfehler bei h = 20 cm denen bei h = 60 nahezu gleich sein werden," sondern meine, daß vielmehr die *Empfindungen* dieser Höhenfehler nahe gleich, mithin die Höhenfehler selbst den Schallstärken proportional sein werden, und kann jedenfalls hierin keine Erklärung des Unterschiedes zwischen der a-Seite und b-Seite nach beiden Gesichtspuncten finden.

Wundt hat mir privatim bemerkt, die größere Unsicherheit auf der b-Seite könne in den „Bedingungen der Ermüdung" ihren Grund haben. „Es wurden nämlich — um seine Angabe wörtlich mitzutheilen — so viel ich mich erinnere, und wie auch Tischer p. 15 mittheilt, die Versuche

mit Verstärkung des variabeln Reizes r′ regelmäßig vor denjenigen mit Verminderung desselben ausgeführt. Sollte sich dieser Einfluß definitiv herausstellen, so würde allerdings auf Elimination desselben zu denken sein, obgleich andererseits es wieder Bedenken hat, von einer gewissen Regelmäßigkeit in der Anstellung der Versuche abzuweichen." Nun dürfte es allerdings erwünscht gewesen sein und würde jenem Bedenken nicht zuwider gewesen sein, wenn die Versuchsweise in regelmäßigem Wechsel umgekehrt worden wäre, so daß einmal die a-Seite, das andremal die b-Seite angefangen hätte, um constante Fehler, die etwa von der einen Weise des Verfahrens zu besorgen, compensiren zu können; indeß spricht gegen die Annahme eines constanten Fehlers auf der b-Seite, welcher die a-Seite nicht träfe, der Umstand, daß nach S. 404 $\Sigma \log \frac{1}{b}$ merklich gleich $\Sigma \log a$; und eine größere Schwankung der Werthe auf der b-Seite könnte etwa nur darauf geschoben werden, daß die Aufmerksamkeit im Übergang von der a-Seite zur b-Seite sich schon durch den vorgängigen Versuch auf der a-Seite geschwächt fände; aber man sollte meinen, daß der Erfolg der Ermüdung im Fortgange von einer Bestimmung auf der a-Seite zur gleich folgenden auf der b-Seite gegen den allgemeinen Fortschritt der Ermüdung während der dreistündigen Dauer der Versuche nicht in Betracht kommen könne. Nach Allem muß man daher gestehen, daß der Unterschied zwischen der a-Seite und b-Seite nach beiden Gesichtspuncten noch unklar ist, indeß er jedenfalls als ein factischer anzuerkennen, und bei der Verwerthung der Beobachtungen zu berücksichtigen ist. Es wird sich also noch fragen, wie diese Berücksichtigung geschehen solle.

11) Da die a factisch eine erhebliche größere Sicherheit als die b haben, so steht man vor der Alternative, ob man überhaupt bloß die a zur Ziehung von Resultaten benutzen, oder die $\frac{1}{b}$ zur Ziehung mittlerer Resultate zwischen der a-Seite und b-Seite mit benutzen soll.

Sollte nun der abweichende Gang zwischen der a-Seite und b-Seite daher rühren, daß sich ein constanter Fehler bei den unteren Beobachtungen fände, der sich bei den oberen nicht, oder nicht in demselben Verhältnisse fände, so würde man principiell berechtigt sein, die Beobachtungen der oberen oder a-Seite allein zu benutzen; aber durch die vorhin gemachte Bemerkung scheint eine solche Vermuthung ausgeschlossen. Die größere Unsicherheit der Werthe auf der b-Seite aber kann kein Grund sein, sie bei der Mittelziehung wegzulassen, sondern nur sie mit Rück-

sicht auf ihr geringeres Gewicht zuzuziehen. Wollte man dies nicht thun, und bei der einfachen Mittelziehung, d. i. ohne Rücksicht auf die Gewichte beider Seiten, stehen bleiben, so dürfte man in der That ein schlechteres Resultat erhalten, als wenn man sich an die a-Seite allein hielte.

12) Nehmen wir die Merkelsche Tabelle zum Anhalt, so findet sich nämlich nach folgender Nummer, daß das Gewicht für die b-Seite in Verhältniß zur a-Seite so klein ausfällt, daß das Resultat der Mittelziehung zwischen dem Resultate der a-Seite und b-Seite sich von dem einfacher zu erhaltenden Resultat der bloßen a-Seite nur ganz unerheblich unterscheidet, und man also, um die mühsame Mittelziehung mit Zuziehung der Gewichte zu ersparen, sich gar wohl an das Resultat der a-Seite allein halten kann; und auch nach durchgeführter Mittelbestimmung zwischen a-Seite und b-Seite mit Zuziehung der Gewichte keinen Grund finden würde, eine untere Abweichung vom Weberschen Gesetze durch die Versuche begründet zu finden, welche sich allerdings nach S. 408 herausstellen würde, wenn man die b-Seite allein berücksichtigen wollte. Eben so wenig sprechen die Tabellen der anderen Beobachter in ihrer Gesammtheit für das Dasein einer unteren Abweichung.

13) Um zu zeigen, wie meines Erachtens die Mittelbestimmung mit Rücksicht auf die Gewichte vorzunehmen, möge eine Ausführung an der Merkelschen Reihe XIV folgen.

Gälte es zuvörderst, die mittlere Verhältnißschwelle abzuleiten, aus welcher sich der relative mittlere e. m. U. nach S. 405 von selbst ergiebt, und nehmen wir erst an, daß man sich an die arithmetische Mittelziehung halten wolle, welche nach S. 401 bei unseren Versuchen kein erheblich abweichendes Resultat von der Verhältnißmittelziehung geben kann, so würden wir ohne Rücksicht auf die verschiedenen Gewichte der Bestimmung von a und $\frac{1}{b}$ erst das arithmetische Mittel aus allen Einzelwerthen der oberen Verhältnißschwelle, d. i. aus den a, mag es A_α heißen, zu nehmen haben, ferner das arithmetische Mittel aus allen Einzelwerthen der unteren Verhältnißschwelle, d. h. den $\frac{1}{b}$, heiße es A_β, zu nehmen haben, und aus beiden Mitteln das arithmetische Mittel, heiße es einfach A, zu nehmen haben. Nun finde ich

$$A_\alpha = \frac{\Sigma a}{18} = 1{,}4816; \qquad A_\beta = \frac{\Sigma \frac{1}{b}}{18} = 1{,}4761$$

$$A = \frac{A_\alpha + A_\beta}{2} = 1,4789.$$

Sollten aber die verschiedenen Gewichte von A_α und A_β berücksichtigt werden, und heiße p das von A_α, q das von A_β, so würde man als definitives A vielmehr haben

$$A = \frac{pA_\alpha + qA_\beta}{p + q}$$

und wird es also gelten, p und q zu bestimmen. Dies kann nach folgender Betrachtung geschehen.

Bei gleicher Zahl der Bestimmungen, aus denen ein Mittel gezogen wird, ist das Gewicht des Mittels umgekehrt proportional der Summe der Quadrate der Abweichungen vom Mittel. Dies ist aber bei einer größeren Zahl von Einzelwerthen, deren Abweichungen vom Mittel zu nehmen sind, umständlich zu bestimmen; und da nach Wahrscheinlichkeitsgesetzen das Quadrat der Summe der Abweichungen proportional der Summe der Quadrate der Abweichungen ist, ersteres aber weniger umständlich zu bestimmen ist, als letztere[1], so kann man das Gewicht des Mittels auch umgekehrt proportional dem Quadrate der dazu bezüglichen Abweichungssumme setzen.

Sei nun $\Sigma\delta_\alpha$ die Summe der Abweichungen der a vom arithm. mittleren a, d. i. von A_α, und $\Sigma\delta_\beta$ die Summe der Abweichungen der $\frac{1}{b}$ vom mittleren $\frac{1}{b}$, d. i. von A_β, so finde ich

$$A_\alpha = 1,4816 \quad ; \quad A_\beta = 1,4761$$
$$\Sigma\delta_\alpha = 0,3730 \quad ; \quad \Sigma\delta_\beta = 2,6596$$

$$p = \frac{1}{(\Sigma\delta_\alpha)^2} = 7,1875 \,;\; q = \frac{1}{(\Sigma\delta_\beta)^2} = 0,14166$$

$$A = \frac{10,858}{7,3292} = 1,4815.$$

Dieser Werth weicht von dem oben ohne Rücksicht auf Gewichte gefundenen sehr wenig ab, trotz dem, daß p sehr viel größer als q ist, weil A_α und A_β sehr nahe übereinstimmen, kommt aber fast mit A_α überein, weil q sehr klein gegen p ist.

---

1) Die Sicherheit der Bestimmung von p und q auf letzterem Wege ist allerdings etwas geringer als auf ersterem. Wo aber die Zahl der Werthe nicht gar zu klein ist, kann der Unterschied in dieser Beziehung vernachlässigt werden, um so mehr, wo es auf größtmögliche Genauigkeit in Bestimmung der absoluten Werthe von p und q nicht ankommt.

Wollte man nun statt der zwei Reihen der a und $\frac{1}{b}$ eine Reihe ihrer 18 Mittelwerthe mit Rücksicht auf deren Gewichte haben, um nach der Constanz derselben die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes zu beurtheilen, so würde man dieselben Werthe p und q bei jeder dieser Mittelziehungen anzuwenden haben, also z. B., da Nr. 1 der Tabelle giebt

$$a = 1{,}53 \quad ; \quad \frac{1}{b} = 1{,}2347$$

als Mittel zu nehmen haben

$$\frac{7{,}1875 \cdot 1{,}53 + 0{,}14166 \cdot 1{,}2347}{7{,}3292} = 1{,}5243$$

Für die letzte Nummer, Nr. 18, wo

$$a = 1{,}52 ; b = 0{,}65 ; \frac{1}{b} = 1{,}5385$$

findet sich entsprechend

$$1{,}5203.$$

Obwohl man sich praktisch bei der vorigen, auf arithmetische Mittelbestimmung gegründeten Rechnung und deren Resultat beruhigen könnte, zeige ich doch folgends, wie man meines Erachtens bei der principiell richtigeren Verhältnißmittelbestimmung zu verfahren hätte. Wie nun hier das Verhältnißmittel durch Vermittlung von Logarithmen zu gewinnen ist, sind auch die Regeln der Gewichtsbestimmung hier auf die Logarithmen der a und $\frac{1}{b}$ anzuwenden, um erst schließlich vom Resultat dieser Bestimmung zu der daraus zu erhaltenden Zahl überzugehen; im Übrigen ist die Anwendung der Regel auf die Logarithmen der a und $\frac{1}{b}$ ganz dieselbe als bei voriger Bestimmungsweise auf die a und $\frac{1}{b}$ selbst.

Man ziehe also zuerst das Mittel aus allen log a, und eben so aus allen log $\frac{1}{b}$, wie sie S. 404 gegeben sind, nenne das erste Mittel $\mathfrak{A}$, das zweite $\mathfrak{B}$, nehme die Abweichungen der einzelnen log a von $\mathfrak{A}$ und die Abweichungen der einzelnen log $\frac{1}{b}$ von $\mathfrak{B}$, die erste Summe heiße $\Sigma\lambda_\alpha$, die zweite $\Sigma\lambda_\beta$, nehme als p den Werth $\frac{1}{(\Sigma\lambda_\alpha)^2}$, als q den Werth $\frac{1}{(\Sigma\lambda_\beta)^2}$, setze dann das mit Zuziehung der Gewichte gewonnene Mittel $\mathfrak{L}$ aus $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$

$$\mathfrak{L} = \frac{p\mathfrak{A} + q\mathfrak{B}}{p + q}$$

und nehme zu $\mathfrak{L}$ die Zahl aus den Logarithmentafeln, so hat man darin den, aus der Gesammtheit der a und $\frac{1}{b}$ unter Anwendung der Verhältnißmittelziehung gefolgerten Werth der Verhältnißschwelle. Nun ist nach S. 404

$$\mathfrak{A} = 0{,}17068 \qquad \mathfrak{B} = 0{,}16814$$
$$\Sigma\lambda_\alpha = 0{,}10935 \qquad \Sigma\lambda_\beta = 0{,}39882$$
$$p = 83{,}630 \qquad q = 6{,}2870$$
$$\log p = 1{,}92236 \qquad \log q = 0{,}79844$$
$$\mathfrak{L} = \frac{14{,}274 + 1{,}0571}{89{,}917} = 0{,}17050$$

endlich als definitive mittl. Verhältnißschwelle die Zahl zu 0,17050 = 1,4808.

Diese Zahl unterscheidet sich von der, aus der bloßen a-Seite als Zahl zu $\mathfrak{A} = 0{,}17068$ zu gewinnenden Verhältnißschwelle 1,4814 nur ganz unbedeutend.

Geht man zu den einzelnen Nummern über, so hat man für die erste Nummer der Tabelle XIV zu setzen

$$\log \text{Mittel} = \frac{p \log a + q \log \frac{1}{b}}{p + q}$$

d. i. da $a = 1{,}53$; $b = 0{,}81$; $\frac{1}{b} = 1{,}2347$

$$\log a = 0{,}18469 \qquad \log \frac{1}{b} = 0{,}09151$$
$$p = 83{,}630 \qquad q = 6{,}2870$$
$$\log \text{Mittel} = \frac{16{,}020}{89{,}917} = 0{,}17816$$
$$\text{Zahl dazu} = 1{,}5072$$

Die letzte, 18te Nummer giebt
1,5213.

Der mittlere Werth für die erste Nummer 1,5072 weicht hier allerdings nicht ganz unerheblich von dem, für die a-Seite allein geltenden 1,53 ab. Dies rührt aber daher, daß für diese Nummer unter allen Nummern überhaupt der stärkste Unterschied zwischen a und $\frac{1}{b}$ besteht, wie man nach deren Logarithmen S. 404 beurtheilen kann; für alle übrigen Nummern beträgt der Unterschied zwischen dem mittleren Werthe und dem a-Werthe erheblich weniger.

14) Als Definitivresultat der Merkelschen Tabelle XIV für die mittlere Verhältnißschwelle V aus der a=Seite und b=Seite unter Anwendung des Verhältnißmittels und mit Berücksichtigung der verschiedenen Gewichte für die a=Seite und b=Seite ergiebt sich also

1,4808,

wenig verschieden von dem entsprechenden Werthe V_α für die bloße a=Seite = 1,4814; aus jenem Werthe aber folgt als mittlerer relat. e. m. U. 0,4808. Um die Abänderungen der mittleren Verhältnißschwelle für andere Beobachter zu übersehen, kann man sich an die Werthe V_α der S. 407 gegebenen Zusammenstellung halten.

Unter Anwendung der, als weniger maßgebend von mir angesehenen, arithmetischen Mittelziehung mit Rücksicht auf die Gewichte ergiebt sich die, diesfalls mit A zu bezeichnende, mittlere Verhältnißschwelle

$$A = 1,4815,$$

indeß $A_\alpha = 1,4816$.

Ohne Rücksicht auf die Gewichte hat man mittelst Verhältnißmittelbestimmung

$$A = \sqrt{\frac{a}{b}} = 1,4771.$$

Nach Tischer hatte man

$$A = 1,4055.$$

Ein Vergleich voriger Werthe mit den Ergebnissen von Volkmann und Nörr ist deßhalb nicht thunlich, weil bei diesen wegen Nichtbestimmung des ε die Vergleichbarkeit mit den Bestimmungen der Tischerschen Abhandlung wegfällt.

15) Obwohl nach S. 408. 410 das directe Resultat der Versuche bei richtiger Mittelziehung weder eine untere noch obere Abweichung vom Weberschen Gesetze ergiebt, kann doch eine untere Abweichuug nach einem aprioristischen Grunde nicht wohl ganz fehlen, und muß man also voraussetzen, daß sie doch zu gering gewesen ist, um in den Versuchen spürbar zu werden. In der That in einer Stadt wie Leipzig muß sich das Tagesgeräusch zu jedem Schalle, dem Hauptschalle wie Vergleichsschalle, mit gleichem Werthe zufügen und hiemit eine ähnliche untere Abweichung bedingen, als beim Lichtsinne voraussetzlich dadurch (wenn auch vielleicht nicht allein dadurch) entsteht, daß sich die Helligkeit des Augenschwarz beiden Componenten des Unterschiedes mit gleichem Werthe zufügt; und es wäre von vorn herein nicht zu versichern, daß dieser Zuwachs durch das Tagesgeräusch verhältnißmäßig so gering sei, um überall vernachlässigt werden zu können. Inzwischen verdanke ich

Wundt folgende private Notiz in betreffender Hinsicht: „Etwas wird die fehlende untere Abweichung bei den a-Versuchen vielleicht erklärt durch das günstige Local bei unseren Versuchen und die Wahl günstiger Tageszeiten (z. B. an Sonntag-Vormittagen). Mein Arbeitszimmer im zweiten Stock des Convictgebäudes ist von Hofräumen, in denen sich zu solchen Zeiten kein Mensch aufhält, und von leeren Gebäuden dermaßen eingeschlossen, daß bei geschlossenen Fenstern kaum eine Spur von diffusem Tagesgeräusch bemerkbar werden dürfte."

16) Der oben S. 397 angeführte Satz, daß das Verhältniß $\frac{\Delta_o}{\Delta_u}$ zwischen oberer und unterer Unterschiedsschwelle nach Weberschem Gesetze gleich der Verhältnißschwelle $\frac{r_o}{r} = \frac{r}{r_u}$ sei, ergiebt sich leicht so.

Werde Kürze halber die obere Verhältnißschwelle mit o, die unteren mit u bezeichnet, so haben wir

$$o = \frac{r_o}{r} = 1 + \frac{\Delta_o}{r} \quad ; \quad u = \frac{r}{r_u} = 1 + \frac{\Delta_u}{r_u}$$

Da nun nach Weberschem Gesetze o = u ist, so haben wir auch nach vorigen Gleichungen

$$\frac{\Delta_o}{r} = \frac{\Delta_u}{r_u}$$

mithin

$$\frac{\Delta_o}{\Delta_u} = \frac{r}{r_u}$$

$\frac{r}{r_u}$ ist aber die untere Unterschiedsschwelle u, und diese gleich der oberen o, wofür wir als gemeinsamen Werth V setzen können.

Wo Δ_o, Δ_u in Mittelwerthen aus einer Anzahl von Werthen bestimmt sind, wird natürlich auch V so bestimmt sein müssen. Nun haben wir als den genauesten mit Berücksichtigung der Gewichte bestimmten Werth gefunden:

$$V = 1{,}4808$$

also verhält sich Δ_o zu Δ_u = 1,4808 zu 1, d. i. die obere Unterschiedsschwelle ist beim Schall fast 1½mal so groß als die untere.

Das heißt: die Unterschiedsschwelle ist bei Merkel erreicht, wenn man einen gegebenen Schallreiz r nach oben im Verhältniß von 1 : 1,4808 vergrößert oder nach unten im Verhältniß von 1 : $\frac{1}{1{,}4808}$ d. i. 1 : 0,6753 verkleinert.

Hieraus findet sich dann auch der resultirende relative e. m. U.,

welcher unter 7) ohne Rücksicht auf Gewichte = 0,4771 gefunden war, nach entsprechender Betrachtung mit Rücksicht auf Gewichte vielmehr = 0,4808; dies also der Werth, der schließlich für den in der Tischerschen Abhandlung gegebenen 0,4055 oder $\frac{2}{5}$ zu substituiren.

17) Aus den, auf S. 397 gegebenen Gleichungen folgt überhaupt, daß man von der Verhältnißschwelle bloß 1 abzuziehen braucht, um zum rel. e. m. U. oder zur rel. Unterschiedsschwelle zu gelangen. $\frac{\Delta_o}{r}$, $\frac{\Delta_u}{r_u}$ sind nämlich die obere und untere relat. U.Schwelle, a und $\frac{1}{b}$ die obere und untere Verhältnißschwelle.

18) Nachdem sich unter 1) ein Anlaß gezeigt, die Tischersche Rechnung in Bezug auf die Prüfung des Weberschen Gesetzes im Gebiete der Schallversuche zu modificiren, kehrt derselbe Anlaß auch bei den Kollertschen Versuchen in Bezug auf denselben Gegenstand im Gebiete des Zeitsinnes wieder, und kann der reciproke Werth von E_m nicht als richtiger mittlerer relativer e. m. U. oder als mittlere relative Unterschiedsschwelle mehr gelten: worauf im folgenden Abschnitt einzugehen.

C) Nachträgliche Bemerkungen zur Methode der eben merklichen Unterschiede.

In der Tischerschen Abhandlung p. 3 ist die zu den Versuchen angewandte Methode als „Methode der Minimaländerungen" bezeichnet; wogegen aber zu bemerken, daß sie principiell nicht mit der, von Wundt selbst so bezeichneten Methode übereinkommt, welche nach Müllerschem Princip darauf ausgeht, durch Mittelziehung zwischen Übermerklichkeit und Untermerklichkeit die Unterschiedsschwelle möglichst genau zu treffen (s. S. 120 ff.), da vielmehr das bei den Schallversuchen eingeschlagene Verfahren mit dem Unterschiede nach beiden Seiten bis zur *Übermerklichkeit* geht, wie dies nicht nur aus der obigen Schilderung des Verfahrens S. 389 f. selbst, sondern auch aus der ausdrücklichen Bezeichnung der betreffenden Reizunterschiede (p. 20) als „übermerklicher" hervorgeht. In dieser Hinsicht kommt das bei diesen Versuchen befolgte Verfahren mit dem, von mir selbst im VIII. Abschnitt angegebenen, auf Übermerklichkeit gehenden überein, nur mit den zwei Unterschieden, daß bei dem meinigen auf möglichste Gleichheit der kleinen Übermerklichkeit für die Empfindung, bei dem hier befolgten nur auf möglichste Kleinheit der Übermerklichkeit überhaupt gehalten wird, und daß das meinige als *einseitiges zweisinniges* Verfahren dem hier befolgten als *zweisei-*

tigem einsinnigen gegenübersteht. Nach meinem Verfahren wird nämlich der Unterschied bloß nach einer Seite bis zur Ebenmerklichkeit, d. h. kleinen Übermerklichkeit, getrieben, oder wenigstens ist in der Schilderung kein zweiseitiges Verfahren vorgeschrieben, aber einmal von einem untermerklichen, das anderemal von einem übermerklichen Unterschiede zu einem möglichst gleichmerklichen Unterschiede auf dieser Seite vorgeschritten (S. 121). Bei dem Verfahren der hier betrachteten Versuche hingegen wird der in Größe bewegliche Reiz erst über den festen hinaus bis zur Ebenmerklichkeit des Unterschiedes vergrößert, dann nach der anderen Seite hinaus bis zur Ebenmerklichkeit des Unterschiedes verkleinert. Zur Vollständigkeit des Verfahrens würde eigentlich die Verbindung beider Gangweisen gehören; doch reicht principiell jede für sich aus; und ein experimentaler Vergleich über den Vorzug der einen vor der anderen liegt noch nicht vor.

Auf S. 128 wurde das eigentliche Wundtsche Verfahren der Minimaländerungen nach der Ausführungsweise durch Kollert geschildert,[1]) eine etwas abgekürzte Schilderung verdanke ich der Privatmittheilung von Wundt selbst; sie lautet:

„Ein Reiz r wird constant erhalten, ein anderer Reiz r' wird von der Gleichheit mit r allmälig verstärkt, bis der Punct, wo $r' > r$ erscheint, deutlich überschritten ist. Dann wird r' wieder vermindert, bis über den Punct hinaus, wo $r' = r$ erscheint. Bezeichnen wir den Punct wo $r' > r$ mit r_0', den Punct $r' = r$ [nämlich scheinbar $= r$] mit r_0'', so wird nun $r_0 - r = \frac{r_0' + r_0''}{2} - r$ als obere Unterschiedsschwelle Δr_0 angenommen. Nach unten wird nun gerade eben so verfahren, d. h. zuerst wird r' geschwächt, bis zu $r' < r$, und dann wieder verstärkt, bis zu $r' = r$. Man gewinnt so zwei Werthe r'_u und r''_u und aus beiden die Unterschiedsschwelle $\Delta r_u = r - r_u = r \frac{r'_u - r_u''}{2}$.

Die Art der Bestimmung beider Unterschiedsschwellen ist also principiell die nämliche.“

Näher zugesehen nun erfüllt dies Verfahren die Bedingungen der Vollständigkeit dadurch, daß es Zweisinnigkeit mit Zweiseitigkeit verbindet, und hat in sofern einen Vortheil vor dem meinigen voraus; indeß wahrt mein Verfahren der Übermerklichkeit dafür eine Bedingung,

---

1) Hiebei haben sich zwei Schreib- oder Druckversehen eingeschlichen. S. 129 Z. 15 v. o. muß es statt $\vartheta^1 + t$ heißen $\vartheta^1 - t$, und Z. 19 v. o. fehlt bei $(T - \vartheta_1) + (\vartheta^1 - T)$ der Divisor 2.

die dem Müller-Wundtschen der Minimaländerungen fehlt; und die Zweiseitigkeit ist, obwohl von mir nicht ausgesprochenermaßen gefordert, doch auch bei meinem Verfahren nicht ausgeschlossen. Der wesentliche Unterschied meines Verfahrens von dem der Minimaländerungen liegt nämlich darin, daß ich mich absichtlich bloß an etwas übermerkliche Unterschiede halte, diese aber schon bemerktermaßen in allen Versuchen, welche vergleichbar sein sollen, für die Empfindung so gleich als möglich herzustellen suche, und, sofern dies doch nur unvollständig gelingt, eine größere Sicherstellung durch Mittelziehung aus mehreren Versuchen zu gewinnen suche, daß ich dagegen auf untermerkliche Unterschiede überhaupt nicht eingehe, weil keine Gleichschätzung der Untermerklichkeit für die Empfindung möglich ist. Wo nämlich von (scheinbarer) Gleichheit des r_o'' oder r_u'' mit r gesprochen wird, ist schon Untermerklichkeit vorhanden, d. h. die Unterschiedsschwelle unterschritten, weil der wahre Werth der Unterschiedsschwelle nur mit unendlich geringer Wahrscheinlichkeit getroffen werden kann; entweder bleibt man mit der Einstellung des Versuches darüber oder darunter, und so hat man, indem man überhaupt bei der Methode der Minimaländerungen von Gleichschätzung der Unterschiede abstrahirt, principiell keine Sicherstellung, daß die Überschreitung der Unterschiedsschwelle durch r_o' und Unterschreitung durch r_o'' gleich viel betrage und die Mitte das Rechte sei, entsprechend mit r_u' und r_u''. Nun ist wahr, daß nach meinem Verfahren, wenn man auch den gleichmerklichen Unterschied für die Empfindung noch so klein hält, die Unterschiedsschwelle um etwas zu groß gefunden werden muß, und wo man ein besonderes Interesse hat, den absoluten Werth der Unterschiedsschwelle möglichst genau zu kennen, kann demselben nur durch die Methode der Minimaländerungen entsprochen werden; aber meist kommt es nur auf Verhältnißbestimmungen an, wo die Übermerklichkeit, wenn sie nur die Bedingung der Gleichheit erfüllt, nicht schadet (s. S. 123). Gegentheils aber ist für das Verfahren der Minimaländerungen geltend zu machen, daß, wenn man durch kleine Verschiebungen der Einstellung von einer sehr schwachen Übermerklichkeit zur Untermerklichkeit (scheinbaren Gleichheit von r_o'' oder r_u'' mit r) vorschreitet, und das Mittel aus den demgemäßen Einstellungen nimmt, der Irrthum in Bestimmung der richtigen Schwelle zu vernachlässigen sein wird, trotz dem, daß man weder auf Gleichheit des übermerklichen U. für die E. in den verschiedenen Versuchen geachtet hat, noch für die Größe der Untermerklichkeit einen bestimmten Maßstab gehabt hat; genug die Unterschiedsschwelle ist zwischen so nahen Grenzen bestimmt,

daß eine kleine Abweichung derselben in plus oder minus vom völlig genauen Werthe nicht mehr in Betracht kommt; und da die Gleichschätzung der Übermerklichkeit in verschiedenen Versuchen nach meinem Verfahren auch nicht absolut genau sein kann, so wüßte ich nicht, warum ich mein Verfahren dem gegentheiligen principiell vorziehen sollte, aber auch nicht, warum ich das meinige nachsetzen sollte.

Natürlich wird man bei meinem Verfahren eben so von oben wie unten durch allmälige Übergänge dem ins Auge gefaßten Punct der Übermerklichkeit zustreben, eben so natürlich aber diesen Punct nicht gleich treffen; also die Einstellung schließlich hin- und herschieben, bis man ihn möglichst getroffen hat, und da es doch nur auf dies Definitivresultat ankommt, scheint es unnöthig, weiterhin anfangend einmal von oben, das anderemal von unten dem betreffenden Puncte zuzustreben, da man es jedenfalls zuletzt in engen Grenzen thut; und vielleicht kommt wirklich nichts Erhebliches darauf an; inzwischen, so lange keine vergleichenden Versuche deßhalb vorliegen, wird es immer sicherer sein, das doppelsinnige Verfahren einzuhalten.

XXX. Nachträgliche Untersuchung über die Gültigkeit des Weberschen Gesetzes im Gebiete des Zeitsinnes.

Auf S. 174 habe ich die Kollertschen Versuche über den Zeitsinn in Bezug auf die Frage, ob derselbe dem Weberschen Gesetze gehorche, ins Auge gefaßt, und nur ein precäres Resultat, wie es sich dort angegeben findet, zu registriren gehabt. Nachdem indeß eine nähere Betrachtung gelehrt, daß die in der Kollertschen Abhandlung hierüber geführte Rechnung an einem ähnlichen Fehler leidet, als die Tischersche in Bezug auf die Schallversuche (s. S. 397 f. 416), habe ich die Rechnung noch einmal entsprechend als für die Tischersche Untersuchung aufgenommen und ein unerwartet zustimmendes Resultat zum Weberschen Gesetze erhalten, worüber hier das Nähere folgt.

Als Bezeichnungen brauche ich folgends die von Kollert selbst angegebenen, womit die von mir in Besprechung seiner Methode (S. 129 ff.) [1]) gebrauchten stimmen, nur daß ich da ϑ^1 und d^1 für Kollerts ϑ_2 und d_2 gebraucht habe; überhaupt aber beziehe ich mich

1) Zu dieser Besprechung vergl. die S. 417 unten angegebenen Berichtigungen.

folgends direct auf seine Abhandlung in Wundts „Stud." Bd. I. p. 78 ff.

Hienach ist t die Hauptzeit, mit welcher die Vergleichszeiten verglichen werden, in Secunden, ϑ_2 der Werth, bis zu welchem t vergrößert werden muß, um in Größe von t eben unterschieden werden zu können, ϑ_1 der Werth, bis zu welchem t verkleinert werden muß, um von t unterschieden zu werden, ersteres als obere, das andere als untere Versuchsseite zu bezeichnen, $d_2 = \vartheta_2 - t$ die obere Unterschiedsschwelle, $d_1 = \vartheta_1 - t$ die untere Unterschiedsschwelle mit negativem Werthe, $\frac{\vartheta_2}{t} = \frac{t + d_2}{t}$ die obere Verhältnißschwelle, $\frac{t}{\vartheta_1} = \frac{t}{t + d_1}$ die untere Verhältnißschwelle, bei welcher d_1 als negativer Werth von t in Abzug kommt.[1])

Als Unterlage der folgenden Untersuchung dienen folgende zwei Tabellen in Kollerts Abhandlung, welche das mittlere Beobachtungsresultat von je vier bis fünf Beobachtern enthalten. Die eine p. 83 repräsentirt die Ergebnisse der sog. „Normalversuche", die andere p. 87 die der sog. „abnormen" Versuche, eine Unterscheidung, welche vom Verf. nach einer Verschiedenheit des Ganges der Werthe in beiden Versuchsreihen gemacht ist, die jedoch keineswegs den Erfolg hat, daß die letzteren dem Weberschen Gesetze weniger gut entsprechen, sondern eher im Gegentheil, wie sich im Folgenden zeigen wird. Die folgenden Tabellen geben die zu jedem t gehörigen Werthe d_1, d_2, welche mit t zusammen zur Bildung der oberen und unteren Verhältnißschwelle, auf die es folgends ankommen wird, nach vorigen Gleichungen ausreichen.

Normalreihe			Abnorme Reihe		
t	d_1	d_2	t	d_1	d_2
0,4	−0,018	+0,090	0,4	−0,047	+0,051
5	0,044	0,098	5	0,037	0,054
7	0,044	0,055	7	0,041	0,116
8	0,073	0,060	8	0,041	0,082
1,0	0,107	0,063	1,0	0,094	0,108
1,2	0,206	0,074	1,2	0,140	0,140
1,5	0,415	0,020			

In der That lassen sich nach den hier gegebenen Werthen t, d_1 d_2 die obere und untere Verhältnißschwelle resp.

1) Verglichen mit den bei den Schallversuchen gebrauchten Werthen steht hier t für r, $\vartheta_2 = d_2 + t$ für r_o, $\vartheta_1 = d_1 + t$ für r_u, d_2 für Δ_o, d_1 für $-\Delta_u$.

$$\frac{t + d_2}{t} \text{ und } \frac{t}{t + d_1}$$

für jedes t berechnen, und haben wir z. B. für $t = 0,4$ in der Normalreihe zu einander zugehörig:

$t =$	$d_1 =$	$d_2 =$
0,4	— 0,018	+ 0,090

mithin

$$\text{obere Verhältnißschwelle} = \frac{0,490}{0,4} = 1,225$$

$$\text{untere} \quad \text{"} \quad = \frac{0,4}{0,382} = 1,047.$$

Soll nun das Webersche Gesetz bestehen, so muß, abgesehen von zufälligen und etwaigen constanten Fehlern, nicht nur die obere Verh.-Schwelle der unteren bei derselben Hauptzeit t gleich sein, sondern müssen die Verh.-Schwellen durch die ganze Scala der t gleich sein.

Es ließe sich aber denken, daß je nachdem man auf oberer oder unterer Seite operirt, danach ein constanter Fehler von entgegengesetzter Richtung einträte, der überdies möglicherweise je nach der Größe des t verschieden sein könnte, aber sich eliminiren müßte, wenn man die Resultate beider Seiten zusammennähme und das Mittel daraus zöge. In der That wird es sich so bei der sog. normalen Reihe finden; indeß die abnorme keinen entschiedenen Anlaß giebt, eine entsprechende Verschiedenheit je nach den Seiten bei ihr anzunehmen.

Halten wir uns nun zuerst an die, am meisten maßgebenden, Mittelwerthe zwischen den oberen und unteren Verhältnißschwellen, indem wir die Verhältnißmittelziehung dazu anwenden (S. 399 ff.), so werden wir diese Mittelwerthe

$$= \sqrt{\frac{t + d_2}{t + d_1}} \text{ als Zahlen zu}$$

$$\frac{\log (t + d_2) - \log (t + d_1)}{2}$$

erhalten. Dies giebt folgende Tabelle.

t	Mittlere Verhältnißschwellen p. 83 norm.	p. 87 abnorm
0,4	1,133	1,130
5	1,145	1,094
7	1,073	1,113
8	1,088	1,078
1,0	1,091	1,106
1,2	1,132	1,114
1,5 [1])	1,184	

Das totale Mittel (Verhältnißmittel) der Verhältnißschwellen aus allen Werthen oben und unten ist für:
die Normalreihe 1,1201
die abnorme R. 1,1057
woraus sich der mittlere relative e. m. U. oder die relative Verhältnißschwelle, durch Weglassung der 1 vorn, resp. = 0,1201 und 0,1057 ergiebt.

Unstreitig findet man die so nahe Übereinstimmung der mittl. Verh.-Schwellen für sämmtliche t's in jeder beider Reihen sehr befriedigend. Allerdings erscheint sie weniger frappant, wenn man statt der Verhältnißschwellen die relativen Unterschiedsschwellen in Betracht zieht, die man durch Weglassung der 1 vorn von vorigen Werthen erhält (s. S. 416), und für welche die Bedingung der Constanz eben so wie für die Verhältnißschwellen besteht; daß sie aber doch merklich für die kleinsten und größten t besteht, spricht immer für das Gesetz.

Sondern wir jetzt die Resultate für die oberen und unteren Werthe, so erhalten wir

	Verhältnißschwellen Normal		Abnorm	
	Oben	Unten	Oben	Unten
0,4	1,225	1,047	1,128	1,133
5	1,196	1,096	1,108	1,080
7	1,079	1,067	1,166	1,062
8	1,075	1,101	1,102	1,054
1,0	1,063	1,120	1,108	1,101
1,2	1,062	1,207	1,117	1,111
1,5	1,013	1,382		

Das allgemeine Verhältnißmittel ist:
normal oben = 1,0995,
„ unten 1,1411
abnorm oben = 1,1212,
„ unten 1,0904

Man sieht, daß die Werthe in der Normalreihe von den kleineren zu den größeren t auf der oberen Seite continuirlich abnehmen, auf der unteren zunehmen, während in den Werthen der abnormen Reihen nichts Entsprechendes stattfindet.

1) Auf S. 174 steht 1,836 statt 1,5; aber 1,836 ist ein Kollertscher Rechnungswerth, welcher nach obiger Rechnungsweise keine Bedeutung mehr hat, wogegen 1,5 der wirkliche Beobachtungswerth ist.

Daß sich hienach das Webersche Gesetz über das Gebiet der Reizintensitäten hinaus gültig erweist, ist jedenfalls sehr erwünscht, da die Ansicht von einer allgemeinen und fundamentalen Bedeutung des Gesetzes für die Psychophysik dadurch eine Stütze mehr gewinnt (s. S. 147). Freilich Mach und Vierordt haben für sehr kleine t's andere Resultate erhalten („In Sachen" p. 174 ff.). Wahrscheinlich aber haben auch hier constante Fehler eine Rolle gespielt. Bei der Schwierigkeit, solche zu vermeiden, beweisen Versuche, wo sie sich vermieden oder compensirt zeigen, in diesem Felde mehr als negative, wo eine Ungewißheit in dieser Beziehung bleibt. Für größere t's führen übrigens schon Vierordts Versuche auf das Webersche Gesetz (s. „In Sachen" p. 176).

Immerhin dürfte man die Untersuchung in dieser Hinsicht nicht eher für abgeschlossen ansehen, als bis consequent von kleinen bis zu größeren t's nach derselben Methode fortgeführte Versuche sich zur Bestätigung vereinigen.

Bis auf Weiteres aber würde ich nach Vorigem glauben, daß der Gang der Werthe, auf welche die Versuche über den Zeitsinn führen, überhaupt einerseits durch das Webersche Gesetz als Hauptunterlage, andererseits durch zufällige und auf constante Fehler zurückführbare Abweichungen davon als bestimmt angesehen werden könne, und daß die Analyse der Versuche auf diese Bestimmungen zurückzugehen habe. Jedenfalls sind die Werthe T und $\Delta = T - t$, auf welche Kollert zurückgeht, nur Functionen jener Bestimmungen, und scheinen mir daher von mehr secundärer Bedeutung, indeß sie aber für den empirischen Gang der Werthe einen unmittelbareren Anhalt gewähren, als der Rückgang auf jene Bestimmungen.

XXXI. Tastversuche über die extensive Empfindlichkeit oder den Raumsinn der Haut.

Die extensive Empfindlichkeit der Haut ist bekanntlich zuerst durch E. H. Weber nach der Methode d. e. m. U. untersucht worden; hienach hat Vierordt eine, sich über die ganze Hautoberfläche erstreckende, mehrjährig fortgeführte, Reihe von Versuchen darüber nach der, von ihm erfundenen, Methode d. r. u. f. Fälle durch seine Schüler in seinem physiologischen Institute in Tübingen veranstaltet; weiter sind solche

von Camerer, früher selbst Schüler Vierordts, in Riedlingen an zweien seiner Kinder ausgeführt worden. Über die Literatur und näheren Verhältnisse dieser Versuche gehe ich vorläufig hinweg.

So viel nun durch die ganze Folge dieser Versuche geleistet worden ist, eine Scala der extensiven Empfindlichkeit der Haut für alle Theile derselben aufzustellen, ließen sie doch noch Manches als Grundlage einer Theorie des Verfahrens und in Betreff einer Erkenntniß verschiedener Umstände, welche auf den Erfolg desselben von Einfluß sind, zu wünschen übrig; und so hat Camerer in dieser Hinsicht zur Ergänzung der bisherigen Versuche eine neue größere Versuchsreihe unternommen, welche ich hoffte, noch vor Abschluß dieses Buches benutzen zu können, daher schon eine vorläufige Verweisung darauf S. 61 f.; da sich aber der Abschluß dieser Versuche selbst verzögert hat, so verspare ich eine Besprechung derselben nach den, für die Maßverhältnisse des Verfahrens wesentlichen Puncten auf die Zeit, wo die Unterlage dazu in den Versuchen fertig vorliegen wird, um hier nur kurz und vorläufig des Haupt- und Zielpunctes, um den sich's dabei handeln wird, zu gedenken.

Natürlich wird eine auf der Haut zwischen zwei Spitzen gefaßte Distanz bei Anwendung der Methode d. r. u. f. F. eine um so größere Procentzahl richtiger Fälle, d. h. wo man den Eindruck als wirklich von zwei Spitzen herrührend erkennt, geben, je größer die extensive Empfindlichkeit der betreffenden Hautstelle ist, und nach dem allgemeinen Maßprincip der Empfindlichkeit wird man dieselbe umgekehrt proportional zu setzen haben der Größe der Distanz, welche dieselbe Procentzahl richtiger Fälle gegenüber den falschen liefert, wenn überhaupt bloß richtige und falsche Fälle unterschieden oder die zweifelhaften dazwischen getheilt gedacht werden. Es liegt aber ein Bedürfniß vor, die, nach diesem Princip als meßbar angenommene, extensive Empfindlichkeit unmittelbar aus dem bei den Versuchen erhaltenen Procentsatz richtiger Fälle abzuleiten, ohne die betreffende Hautdistanz auf Gleichheit des Procentsatzes der richtigen Fälle mit der damit zu vergleichenden gebracht zu haben, weil Letzteres praktisch nicht wohl ausführbar ist; kurz es handelt sich um einen praktischen Weg, der zu demselben Resultate führt, als wenn diese Ausführung stattgehabt hätte. Hiezu aber gilt es eine entsprechende Formel aufzufinden, als wir bezüglich des Maßes der Unterschiedsempfindlichkeit nach der Methode der r. u. f. F. haben (Abschn. IV), wobei aber nicht zu erwarten ist, daß die eine Formel mit der anderen übereinstimme; da die extensive Hautempfindlichkeit sich vielmehr auf Schätzung absoluter Größen (Distanzen) als auf Unterschiede derselben bezieht, also nicht als

Unterschiedsempfindlichkeit sondern als absolute Empfindlichkeit zu betrachten ist.

Müller nun hat in der, S. 306 von mir erwähnten, Abhandlung diesem Bedürfniß zu entsprechen gesucht und die Anwendbarkeit seiner Formel an den, ihm zur Zeit nur vorliegenden, Tübinger Beobachtungen erläutert. Sie ist mit der, von ihm für die Unterschiedsempfindlichkeit aufgestellten, zwar nicht identisch, aber doch derselben so weit analog, daß ich zweifle — mehr will ich für jetzt nicht sagen — der Unterschied zwischen Unterschiedsempfindlichkeit und absoluter Empfindlichkeit komme dabei zu seinem Rechte [1]). Ich selbst bin nach vorläufigen Prüfungen bis auf Weiteres bei der folgends anzuführenden Formel stehen geblieben.

In jedem Falle theile ich die Fälle in richtige oder positive und falsche oder Nullfälle, je nachdem eine gegebene Spitzendistanz als von zwei Spitzen herrührend oder als einfache Berührung erscheint; — giebt es Zwischenfälle, so werden sie gleich zwischen beiden getheilt, — und ich unterscheide die Fälle mit dieser Ergänzung als r und z. Wäre nicht ein constanter Fehler vorhanden, so würde die Formel einfach lauten

$$\frac{r}{n} + \frac{z}{2n} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD} e^{-t^2} \partial t,$$

wo D die Distanz, h das als Maß der extensiven Empfindlichkeit dienende Präcisionsmaß ist, welches sehr einfach aus den Versuchen, nach einer darauf eingerichteten Fundamentaltafel, zu bestimmen ist, die sich aber von der, für die Unterschiedsempfindlichkeit (S. 66 f.) aufgestellten, unterscheidet. Auch genügt diese Formel für größere Distanzen, und ich hielt sie früher überhaupt für genügend; die neueren Versuche von Camerer aber haben gezeigt, daß bei sehr kleinen Distanzen der Einfluß eines gegen größere Distanzen merklich zu vernachlässigenden constanten Fehlers c spürbar wird, dessen Berücksichtigung zu folgender Erweiterung der Formel führt

$$\frac{r}{n} + \frac{z}{2n} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D+c)} e^{-t^2} \partial t$$

1) Wenn Müller p. 193 seiner Abhandlung in einer Anmerkung erwähnt, daß die von ihm gefundene Formel auch von mir gefunden sei, so rührt dies von einem Mißverständniß her. Die Formel, deren ich beiläufig gegen ihn gedachte, war von vorn herein eine andere als die seinige, ist aber später von mir auf Grund einer mir triftig scheinenden Gegenbemerkung seitens Müller verlassen worden, ohne mich doch dadurch zu der seinigen bekehrt zu finden.

c aber läßt sich in Zusammenhang mit h aus Beobachtungen bei je zwei verschiedenen Distanzen (sicherer aus den gesammten Distanzen nach der Methode der kl. Qu.) unter Zuhülfenahme derselben Fundamentaltafel bestimmen.

Hat man den constanten Fehler c eliminirt, so bestimmt sich dann auf Grund der ersten Formel die Schwelle, d. i. die Distanz, unterhalb deren ohne den constanten Fehler kein richtiger Fall mehr eintreten würde, als der Werth von D, unter den r nicht fallen kann, ohne negative, d. i. unmögliche, Werthe anzunehmen; und eine nähere Untersuchung lehrt, daß dieser Werth umgekehrt proportional mit h, d. i. $= \frac{0{,}4769 \cdots}{h}$ ist; wobei man sich zu erinnern hat, daß 0,4769 überhaupt ein, für die Wahrscheinlichkeitsrechnung wichtiger Werth ist.

Doch gebe ich die vorigen Formeln erst mit Vorbehalt, und möchte auch über die Müllersche Formel noch nicht absprechen; hoffe aber, daß sich nach Abschluß der neuen Camererschen Versuche eine bestimmtere Entscheidung wird fällen lassen.

Namenregister.

Appel 346 ff.
Aubert 149. 154. 156. 159. 171.

Boas 43. 144.
Breton 164.

Camerer 61 f. 158. 424 ff.
Chodin 119. 334 ff.

Delboeuf 149. 152. 153. 162 ff. 175 f. 212. 215. 221. 290. 300 ff.
Dobrowolsky 149. 166. 248.

Förster 159.

Gauß 213.
Geiß 346.
Gutberlet 218 ff. 261. 315 ff.

Helmholtz 149. 154.
Herbart 9. 14.
Hering 149. 168 ff. 221. 256.

Jahn 346.
Janet 175.

Kant 14. 324.
Keppler 149.
Koch 318 ff.
Kollert 127 ff. 174. 419 ff.

Krause 346.
Kries, v. 321 ff.

Lamansky 166. 248.

Möbius 84. 101 ff.
Müller, F. A. 324 ff.
Müller, G. E. 18 ff. 26 ff. 68 ff. 84 ff. 112 ff. 120 ff. 132 ff. 142. 146 ff. 213 f. 228 ff. 230 f 238. 240. 242 ff. 248 ff. 252 ff. 256. 262. 353 ff. 424 ff.

Nitsche (nicht Nitzsche) 214. 216. 309.
Nörr 57. 367 ff. 379 ff.

Preyer 173.

Solger 336.

Tischer 369 ff.

Ulrici 327 ff.

Vierordt 174. 210. 240. 368 ff. 371 f. 374. 423 f.
Volkmann 112. 117 f. 155 ff. 335 ff. 367 ff.

Wundt 55 ff. 109 f. 111. 119 ff. 239. 263 ff. 290. 310 ff. 352 f. 367 ff. 417.

Zeller 332 ff.
Zöllner 12. 14.

Nachträgliche Berichtigungen zu den „Elementen" der Psychophysik.

Folgende nachträgliche Berichtigungen verdanke ich Herrn Prof. Preyer in Jena.

I. S. 149 Z. 14 v. o. auf dieselbe ist zu streichen.
S. 210 Z. 10 v. o. st. 0,5 l. 0,05.
S. 262 Z. 17 v. o. st. $\frac{1149}{1147}$ l. $\frac{1149}{1145}$.

II. S. 23 Z. 10 v. o. st. 151 l. 51.
S. 39 Z. 12 v. o. st. zwei l. drei.
S. 44 Z. 5 v. o. st. $c = T$. l. $c = t$.
ebenda st. $T = c'$ l. $t = c'$.
S. 55 Z. 9 v. o. st. $y = n^{\frac{n}{n-1}}$ l. $y = n^{\frac{1}{n-1}}$.
S. 73 Z. 2 v. o. st. 0,36288 l. 0,36788.
S. 113 Z. 10 v. o. st. 2,7184 l. 2,71828.
S. 528 Z. 7 v. o. st. phänomenens l. phänomens.
S. 571 Z. 11 v. o. st. 23 l. 72.

Berichtigungen zu dieser Schrift.

S. 8 Z. 9 v. o. st. XVIII l. XXI.
S. 42 fehlt nach Z. 10 v. o. die Überschrift: 1) Vorbemerkungen über das Wesentlichste der Methode und die gewählten Bezeichnungen.
S. 129 Z. 15 v. o. st. $\vartheta^1 + t$ l. $\vartheta^1 - t$.
S. 129 Z. 19 v. o. st. $(T - \vartheta^1) + (\vartheta_1 - T)$ l. $\frac{(T - \vartheta_1) + (\vartheta_1 - T)}{2}$
S. 196 Z. 15 v. u. st. Goding l. Göding (vergl. S. 324).
S. 214 Z. 10 v. u. st. Nitzsche l. Nitsche.
S. 216 Z. 18 v. u. st. Nitzsches l. Nitsches.

Verlag von **Breitkopf & Härtel** in Leipzig.

Elemente der Psychophysik

von

Gustav Theodor Fechner.

1860. gr. 8. Band I. XIV, 336 S. (fehlt). Band II. XII, 571 S. 8 ℳ 10 ₰.

In Sachen der Psychophysik

von

Gustav Theodor Fechner.

1877. VIII, 219 S. gr. 8. 5 ℳ.

Ueber das höchste Gut

von

Gustav Theodor Fechner.

1846. 67 S. gr. 8. 1 ℳ 50 ₰.

Die drei Motive und Gründe des Glaubens

von

Gustav Theodor Fechner.

1863. VIII, 256 S. 8. 3 ℳ.

Einige Ideen zur Schöpfungs- und Entwickelungsgeschichte der Organismen

von

Gustav Theodor Fechner.

1873. VIII, 108 S. 8. 2 ℳ 25 ₰.

Vorschule der Aesthetik

von

Gustav Theodor Fechner.

1876. 8. Band I. VIII, 264 S. 5 ℳ 50 ₰. Band II. IV, 319 S. 6 ℳ 50 ₰.

Erinnerungen an die letzten Tage der Odlehre und ihres Urhebers

von

Gustav Theodor Fechner.

1876. IV, 55 S. kl. 8. 1 ℳ 50 ₰.

Die Tagesansicht gegenüber der Nachtansicht

von

Gustav Theodor Fechner.

1879. VI, 274 S. gr. 8. 5 ℳ 50 ₰.

Kleine Schriften

von

Dr. Mises.

1875. VIII, 560 S. 8. 6 ℳ.